

спираючись на сучасні обчислювальну техніку і відповідне програмне забезпечення дану модель можна реалізувати у реальному режимі часу. Одним з найбільш ефективних методів є метод змінних стану [8]. Взв'язавши за змінні стану функції концентрацій $c_{i,j,k}^*(t)$, рівняння (16) можна трансформувати у рівняння стану у стандартній формі, яке має вигляд:

$$\frac{dC(t)}{dt} = AC(t) + Bf(t), \quad (17)$$

де $C(t)$ – вектор змінних стану; A – матриця коефіцієнтів вектора змінних стану, у яку трансформуються права частина рівняння (16); B – матриця коефіцієнтів вектора вхідного впливу $f(t)$, у який трансформується функція $f(i, j, k, t)$.

Рівняннями, які аналогічні (16), описується динаміка кисневого режиму і деструкції органічних речовин у об'ємі водоймища [6], що дає можливість визначити параметри функції $f(i, j, k, t)$. Об'єднання їх у єдину систему дає можливість отримати досить повну картину динаміки концентрації включень ПАР по всьому об'єму водоймища.

І. М'ясоєдов В.В., Резуненко Ю.К. Синтезовані поверхнево-активні речовини: механізм біологічної

дії // Довкілля та здоров'я. – 2002. – №6. – С. 7-10. 2. Малько О. Г., Дранчук М. М. Методологічний підхід щодо якісного і кількісного контролю середовища та речовин по зміні міжфазного натягу // Методи та прилади контролю якості. – 2002. – №8 – С. 30 - 34. 3. Малько О. Г. Визначення динамічних характеристик між фазного натягу по зміні тиску у висячій краплі сталого об'єму // Методи та прилади контролю якості. – 2003. – №8. – С. 45 - 49. 4. Гаршенін В. Ф. Гигиеническое обоснование предельно-допустимой концентрации новых синтетических поверхностно-активных веществ анионактивной группы в воде водоемов // Автореферат диссертации на соискание научной степени кандидата медицинских наук. – М., 1964. – 35 с. 5. Метелев В. В., Канаев А. И., Дзасохова Н. Г. Водная токсикология. – М., Колос, 1971. – 247с. 6. Горев Л. Н., Коваленко П. И., Лаврик В. И. Гидроэкологические модели. (книга 1) – К.: Аграрна наука, 1999. – 439 с. 7. Дружинин Н. И., Шишкин А. И. Математическое моделирование и прогнозирование загрязнения поверхностных вод суши. – Л.: Гидрометеоиздат, 1984. – 390 с. 8. С. Директор, Р. Рорер. Введение в теорию систем. – М.: Мир, 1974. – 464 с.

УДК 681.2

МЕТРОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ ПРИЛАДУ ВПНО-1 ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ПОВЕРХНЕВОГО НАТЯГУ РІДИН І РОЗЧИНІВ МЕТОДОМ ЛЕЖАЧОЇ КРАПЛІ

© Горєлов В. О., 2003

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

Проведено оцінку методичних та інструментальних похибок розробленого приладу ВПНО-1 для вимірювання поверхневого натягу рідин і розчинів методом лежачої краплі. Показано, що сумарна похибка вимірювання поверхневого натягу на основі вимірних значень радіусів кривизни капілярної поверхні не перевищує 1.45%, а у випадку використання вимірних значень площі меридіанного перерізу краплі та її екваторіального діаметра сумарна похибка не перевищує 1.15%

Для вимірювання поверхневого натягу чистих рідин і розчинів методом лежачої краплі розроблено методики, одна з яких передбачає визначення радіусів кривизни капілярної поверхні у двох взаємно-перпендикулярних перерізах для довільної точки цієї поверхні і у її вершині [1], інша – базується на вимірюванні значень екваторіального діаметра

лежачої краплі та площі верхньої частини профілю краплі, обмеженої цим діаметром та вершиною краплі [2]. Реалізує ці методики розроблений прилад ВПНО-1 [3].

Методичну похибку першої методики встановлюють наступним чином.

Розрахунковий профіль краплі отримують,

розв'язуючи рівняння капілярності [2]. Значення радіусів кривизни отримують безпосередньо із розв'язку. Згідно із розробленою методикою знаходять відповідні значення радіусів кривизни. Для знаходження відносної методичної похибки використовують вираз, до якого входять величини, отримані безпосередньо із розв'язку рівняння капілярності:

$$F = z \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{2}{b} \right), \quad (1)$$

де Z – вертикальна координата точки капілярної поверхні; R_1, R_2 – радіуси кривизни капілярної поверхні з координатою z у двох взаємно-перпендикулярних її перерізах; b – радіус кривизни у вершині лежачої краплі.

Вираз (1), який оперує значеннями радіусів кривизни, знайденими за досліджуваною методикою [1], позначимо як F_1 .

Тоді відносна методична похибка вказаної методики може бути визначена так:

$$\delta F_{відн} = 100(F_1 - F) / F. \quad (2)$$

В результаті встановлено, що абсолютне значення відносної методичної похибки першої методики для діапазону $0.1 \leq \beta \leq 10$ на перевищує 0.15%.

Для визначення методичної похибки запропонованої методики, що полягає у вимірюванні площі верхньої частини меридіанного профілю лежачої краплі та її екваторіального діаметра, здійснюють наступне.

Задаються значеннями двох розмірних параметрів: капілярної сталої рідини у краплі та радіуса кривизни краплі у вершині, розраховують координати точок профілю лежачої краплі. Далі визначають площу перерізу та екваторіальний діаметр краплі і, використовуючи залежність вказаної площі профілю лежачої краплі від екваторіального діаметра [2], визначають значення капілярної сталої.

В результаті встановлено, що відносна методична похибка другої методики для вказаного вище діапазону зміни β не перевищує 0.08%.

Схема накопичення сумарної похибки приладів для реалізації методу лежачої каплі та розробленою приладу ВПНО-1 для вимірювання поверхневого натягу рідин, який реалізує запропоновану 1-у методику, наведена на рис. 1. Вона включає похибки від вимірювання різниці густин досліджуваної

рідини і оточуючого середовища $\Delta\rho$, вказаних радіусів кривизни R_{1i}, R_{2i} в точках з координатами x_i, z_i , а також радіусу кривизни у вершині краплі b .

Залежність, за допомогою якої розраховують поверхневий натяг згідно із першою запропонованою методикою, наступна:

$$\sigma = \Delta\rho g q / \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{2}{b} \right), \quad (3)$$

де g – прискорення вільного падіння.

Тоді значення інструментальної похибки приладу, що реалізує вказану методику, яке може бути визначене диференціальним методом, буде таким:

$$\Delta\sigma_{инстр.} = \sum_{i=1}^N \Delta\sigma_{i_i} = \frac{\partial\sigma}{\partial l_i} \Delta l_i, \quad (4)$$

де l_i – i -й аргумент залежності (3); Δl_i – значення абсолютної похибки вимірювання чи визначення i -го параметра; N – кількість параметрів.

Похибка визначення густини рідини $\Delta\rho_1$ за допомогою сучасних пікнометрів становить 1 г/м³. Густина повітря становить $\rho_2 = 1.0014$ кг/м³ при 20°C. Відхилення реальної густини повітря від довідникового значення дозволяє не враховувати дану похибку. Таким чином $\Delta\rho_2 = 0$, а похибка визначення різниці густин $\Delta(\Delta\rho) = \Delta\rho_1$.

Точність визначення координат точок меридіанного перерізу краплі, що лежать на межі розділу рідина-повітря, визначається роздільною здатністю світло-електричного перетворювача, який використовується для отримання зображення лежачої краплі у приладі ВПНО-1.

У [4] показано, що кількість ділянок N , які можуть бути розрізнені у межах одного пікселя як окремі, є такою:

$$N = A_0 / 3.2\gamma, \quad (5)$$

де A_0 – максимальний сигнал, який формується пікселем при освітленості E_0 ; γ – СКВ сигналу камери.

Задача виділення контуру лежачої краплі характеризується наступними особливостями: сигнал, сформований пікселем, лежить в межах від $A_{кр} = 35$ до фонового значення $A_{ф} = 220$ рівнів яркості при $A_{max} = 255$; значення $A_{кр}$ згідно із [4] перевищує середнє квадратичне шумового сигналу

ПЗЗ-камери, тобто:

$$N = A_{\phi} / 3.2 A_{KP} . \quad (6)$$

Отже, виходячи із оцінки сигналу, сформованого у полі зору приладу, можна у межах пікселя з ймовірністю 0.99 розрізнити 2 ділянки,

тому при лінійному розмірі пікселя 0.7 мкм прилад ВПНО-1 дозволяє розрізнити ділянку 5 мкм [4]. Якщо ймовірність реєстрації зменшити до величини 0.90 (величина, прийнятна для даної задачі), кількість ділянок становить 3. Відповідно, мінімальна ділянка, яку можна розрізнити, становить 2.5 мкм.

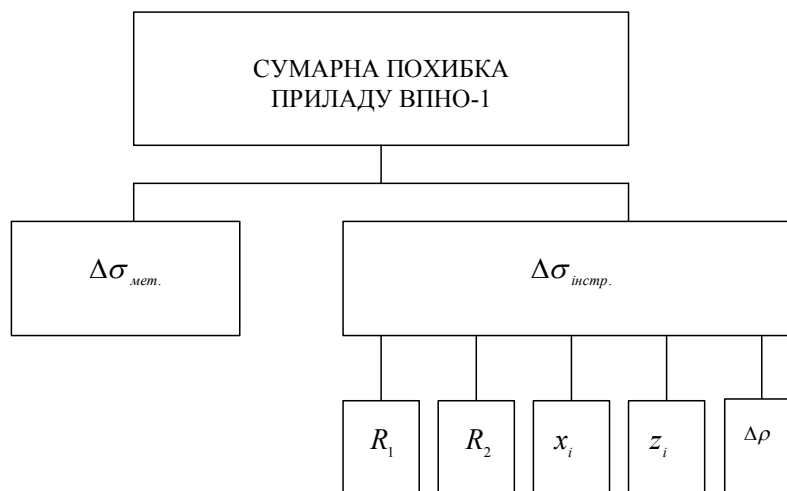


Рис. 1. Схема накопичення сумарної похибки приладу ВПНО-1 для вимірювання поверхневого натягу рідин методом лежачої краплі згідно 1-ої методики

Таким чином, приймаємо, що $\Delta x = 2.5$ мкм, $\Delta z = 2.5$ мкм.

Тоді з урахуванням (3) і (4) отримаємо, що:

$$\Delta \delta_{\sigma_{инстр.}} = \frac{\partial \sigma}{\partial R_1} \frac{dR_1}{dx} \Delta x + \frac{\partial \sigma}{\partial R_2} \frac{dR_2}{dx} \Delta x + \frac{\partial \sigma}{\partial b} \frac{db}{dx} \Delta x + \frac{\partial \sigma}{\partial \rho} \Delta(\Delta \rho) + \frac{\partial \sigma}{\partial z} \Delta z \quad (7)$$

$$\text{де } \frac{\partial \sigma}{\partial R_1} = \frac{\Delta \rho g z}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{2}{b}\right)^2 R_1^2}, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial R_2} = \frac{\Delta \rho g z}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{2}{b}\right)^2 R_2^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial b} = \frac{-2 \Delta \rho g z}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{2}{b}\right)^2 b^2}, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial z} = \frac{\Delta \rho g}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{2}{b}}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \Delta \rho} = \frac{g z}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{2}{b}}$$

Значення R_1 , R_2 та b знаходяться шляхом апроксимації вхідного набору точок згладжувочим сплайном (вигляд полінома співпадає із звичайним кубічним сплайном).

Позначимо функцію, що описує профіль лежачої краплі, через $Z_1(x)$. Тоді:

$$Z_1(x) = a_1 + c_1(x - x_1) + \frac{d_1}{2}(x - x_1)^2 + \frac{e_1}{6}(x - x_1)^3, \quad (7)$$

де a_1 , c_1 , d_1 , e_1 – коефіцієнти сплайна на відріжку, що включає точки з горизонтальними координатами x та x_1 (точка з координатою x – це точка, через яку проходять дві взаємно-перпендикулярні площини, у яких лежать вказані радіуси кривизни).

Тоді:

$$\frac{dZ_1}{dx} = c_1 + d_1(x - x_1) + \frac{1}{2}e_1(x - x_1)^2, \quad (8)$$

$$\frac{d^2 Z_1}{dx^2} = d_1 + e_1(x - x_1).$$

Таким чином, з урахуванням [5] і (8) можна записати, що

$$R_1 = \frac{\left[1 + \left(c_1 + d_1(x - x_1) + \frac{1}{2}e_1(x - x_1) \right)^2 \right]^{3/2}}{d_1 + e_1(x - x_1)}, \quad (9)$$

$$R_2 = \frac{x \left[1 + \left(c_1 + d_1(x - x_1) + \frac{1}{2}e_1(x - x_1) \right)^2 \right]^{1/2}}{c_1 + d_1(x - x_1) + \frac{1}{2}e_1(x - x_1)^2}. \quad (10)$$

Оскільки $\Delta R_1 = \frac{dR_1}{dx} \Delta x$ і $\Delta R_2 = \frac{dR_2}{dx} \Delta x$, то можна записати, що:

$$\Delta R_1 = \left[\frac{3 \frac{(1 + A^2)A(c_1 + d_1(x - x_1) + \frac{1}{2}e_1(x - x_1)^2)}{d_1 + e_1(x - x_1)}}{\frac{1}{2} \frac{(1 + A^2)^3 e_1}{(d_1 + e_1(x - x_1))^2}} \right] \Delta x, \quad (11)$$

$$\Delta R_2 = \left[\frac{\frac{1}{2} \frac{1 + A^2}{A} + x(c + d(x - x_1) + \frac{1}{2}e(x - x_1)^2)}{-\frac{1}{2} \frac{x(1 + A^2)(c + d(x - x_1) + \frac{1}{2}e(x - x_1)^2)}{A^2}} \right] \Delta x, \quad (12)$$

де $A = c_1(x - x_1) + \frac{1}{2}d_1(x - x_1)^2 + \frac{1}{6}e_1(x - x_1)^3$.

Аналогічно визначають похибку радіуса кривизни при вершині краплі.

Для визначення інструментальної похибки приладу, що реалізує дану методику, необхідно розрахувати профілі лежачих крапель для всіх можливих рідин, виконати обчислення за виразами (8) – (12) знайти максимальне значення (4). Отримані результати показують, що сумарна похибка вимірювання поверхневого натягу запропонованою методикою приладом ВПНО-1 не перевищує 1.45%.

Один із можливих варіантів оцінки інструментальної похибки вимірювання поверхневого натягу рідин на основі значень екваторіального діаметра та площі верхньої частини краплі, обмеженої екваторіальним діаметром та вершиною краплі, наступний.

Визначення площі верхньої частини лежачої краплі, обмеженої екваторіальним діаметром та вершиною краплі, здійснюється за допомогою формули Сімпсона.

Її можна записати у такому вигляді:

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(d) dx \approx \frac{h}{6} (f_{i-1} + 4f_{i-1/2} + f_i), \quad (13)$$

де $(i-1/2)$ – індекс точки, що знаходиться між точками $i-1$ та i ; h – крок інтегрування ($h = x_i - x_{i-1}$). Мінімальна відстань між точками з індексами $i-1$ та $i-1/2$ і $i-1/2$ та i становить Δx – величину, яка рівна роздільній здатності відеокамери. Вище зазначено, що для приладу ВПНО-1 $\Delta x = 2.5$ мкм.

Внаслідок існування похибки дискретизації відеозображення лежачої краплі можливі варіанти, коли горизонтальні координати точок з індексами $i-1$, $i-1/2$ та i або співпадатимуть (тоді $h = 0$), або, навпаки, відстань між ними збільшуватиметься. Тоді $x_{i-1} = x_{i-1} - \Delta x$, $x_i = x_i + \Delta x$. Відповідно, у цьому випадку $h = 4\Delta x$. При цьому значення інтеграла буде рівним або 0, або

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(d) dx \approx \frac{4\Delta x}{6} (f_{i-1} + 4f_{i-1/2} + f_i). \quad (14)$$

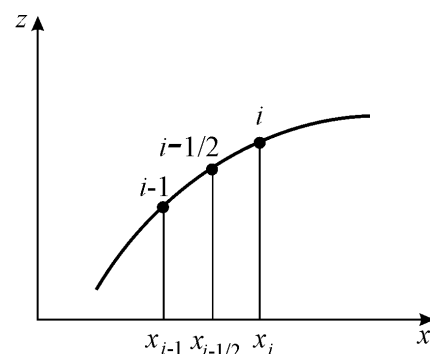


Рис. 2. Вимірювання площі лежачої краплі

Проте, оскільки відхилення відстаней між точками $i-1$ та $i-1/2$ і $i-1/2$ та i носять випадковий характер, у підсумку вони компенсатимуть одне одного, тому на результат обчислень у цілому похибка дискретизації у горизонтальному напрямі матиме незначний вплив, що дозволяє нехтувати нею.

З виразу (14) видно, що похибка вимірювання вертикальної координати важлива при визначенні площі меридіонального перерізу лежачої краплі і визначається похибкою дискретизації світлочутливої матриці. У приладі ВПНО-1, як було показано вище, Δz становить 2.5 мкм.

Оскільки $f_i = z_i$, з урахуванням Δz можна записати, що

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(d) dx \approx \sum_{i=0}^N \frac{h}{6} (f_{i-1} + \Delta z + 4(f_{i-1/2} + \Delta z) + f_i + \Delta z), \quad (15)$$

$$\text{або } \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(d)dx \approx \sum_{i=0}^N \frac{h}{6} (f_{i-1} - \Delta z + 4(f_{i-1/2} - \Delta z) + f_i - \Delta z) \quad (16)$$

Отже, можна помітити, що похибка вимірювання вертикальної координати Δz викликати похибку визначення площі верхньої частини меридіонального перерізу лежачої краплі, обмеженої екваторіальним діаметром та вершиною краплі $\Delta S \pm 2\Delta x \Delta z N$ (приймаючи до уваги, що $h = 2\Delta x$), де $(N - 1)$ – кількість точок контуру меридіонального перерізу краплі. У середньому, якщо величина екваторіального діаметра лежачої краплі складає 90% горизонтального розміру світлочувливої матриці (що диктується умовами ефективного її використання), кількість точок, що отримуються при виділенні контуру краплі $N \approx 1000$.

Тоді, з урахуванням вищесказаного, можна встановити, що

$$\Delta S \approx 2000 \Delta x \Delta z = 2000 \cdot 0.0025 \text{мм} \cdot 0.0025 \text{мм} = 0.0125 \text{ мм}^2.$$

На рис. 3 показано можливі похибки визначення капілярної сталості за розробленою 2-ю методикою внаслідок впливу похибки визначення екваторіального діаметра лежачої краплі Δd . Ця похибка становить $2 \Delta x$.

Для визначення інструментальної похибки вимірювання поверхневого натягу рідин на межі розділу рідина-повітря методом лежачої краплі за запропонованою методикою необхідно задатися значенням $a^2 = 2 \div 10 \text{ мм}^2$ і відповідними значеннями радіуса кривизни капілярної поверхні у омболічній точці b , щоб $\beta = b^2 / a^2$ було у діапазоні $0.1 \div 10$. Визначивши площу верхньої частини краплі S та її екваторіальний діаметр d у розмірних координатах, враховуючи значення a^2 , знаходимо d/a . З рис. 3 отримуємо відповідне значення S/a^2 .

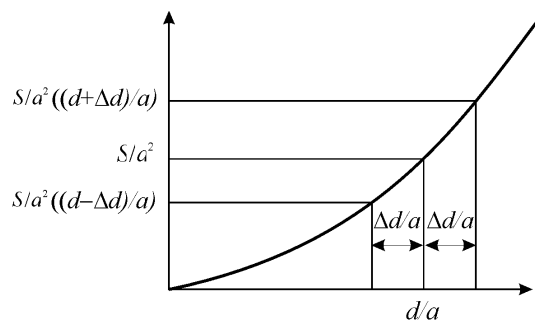


Рис. 3. Визначення інструментальної похибки приладу ВПНО-1

Тепер візьмемо до уваги можливу похибку вимірювання екваторіального діаметра краплі $\pm \Delta d$ (рис. 3). Відповідно отримаємо ще два значення площі краплі у безрозмірних координатах $S/a^2((\Delta d + d)/a)$ та $S/a^2((-\Delta d + d)/a)$.

Маючи реальну (у даному випадку розраховану) площу верхньої частини лежачої краплі, легко знайти значення відхилень капілярної сталості, викликані похибкою вимірювання екваторіального діаметра.

Скориставшись визначенням абсолютним значенням похибки вимірювання площі верхньої частини краплі, оцінимо сумарний вплив $\pm \Delta S$ та $\pm \Delta d$ на шукане значення a^2 .

Очевидно, що максимальні відхилення a^2 від реального будуть викликані комбінаціями $-\Delta S$, $-\Delta d$ та ΔS , Δd .

Значення капілярної сталості знаходять наступним чином:

$$a_1^2 = (S - \Delta S)/(S/a^2); \quad a_2^2 = (S + \Delta S)/(S/a^2), \quad (17)$$

де a_1^2 відповідає випадку негативних приростів $-\Delta S$, $-\Delta d$; a_2^2 – відповідно, додатнім приростам ΔS , Δd .

Розрахунок показує, що сумарна похибка вимірювання капілярної сталості (отже, і поверхневого натягу) згідно з 2-ю методикою не перевищує 1.15%.

1. Горелов В. О., Кісіль І. С. Використання відеотехніки для вимірювання поверхневого натягу методом лежачої краплі. – Методи і прилади контролю якості. – 2000. – №6. – С. 37-39.
2. Горелов В. О., Кісіль І. С. Процес утворення лежачої краплі та вимірювання поверхневого натягу рідин однойменним методом. // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – 2002. – №460. – С. 109-114.
3. Горелов В. О., Дранчук М. М. Вимірювання поверхневого натягу чистих рідин і розчинів методом лежачої краплі. – Методи і прилади контролю якості. – 2003. – №10. – С. 37-39.
4. Порев В. А., Порев Г. В., Кісіль Р. І. Імовірнісний підхід до визначення роздільної здатності телевізійних засобів контролю // Методи та прилади контролю якості. – 2002. – №8. – С. 40 – 43.
5. Адамсон А. Физическая химия поверхностей: Пер. с. англ. / Под ред. З. М. Зорина, В. М. Муллера. – М.: Мир., 1979. – 568с.