

УДК 681.121.04

ВПЛИВ ФОРМИ КОРЕЛЯЦІЙНОГО ВІКНА НА ЗГЛАДЖУВАННЯ ОЦІНКИ СПЕКТРУ ШУМІВ ВИМІРЮВАНОВОГО СЕРЕДОВИЩА

© Пашкевич О.П., 2004

Івано-Франківський інститут менеджменту та економіки "Галицька академія"

Проаналізовано вплив кореляційних вікон різної форми (прямокутного, Бартлетта, Тьюкі, Парзена) на зменшення дисперсії оцінки спектру при вимірюванні витрати на основі зміни спектральних характеристик випадкових процесів, які утворюються внаслідок переміщення контролюваного середовища

Метод вимірювання витрати та кількості газу на основі зміни спектральних характеристик випадкових процесів, які генеруються вимірюваним середовищем, базується на отриманні оцінок спектру потужності випадкового сигналу $x(t)$ [1, 2] у встановлених частотних смугах. Аналіз випадкових процесів здійснюється за допомогою коваріаційних функцій, аналогічно описується і його спектр потужності, що є перетворенням Фур'є від коваріаційної функції. Класичний аналіз Фур'є не може бути застосований до часових рядів. Оцінка спектру, що отримана за формулами Фур'є, а саме вибіркового спектру, має ту небажану властивість, що її дисперсія не зменшується при збільшенні довжини часового ряду [3].

За допомогою згладжування вибіркового спектру можна отримати покращену оцінку спектру. Чим більшим є згладжування, тим меншою є дисперсія оцінки. Однак при цьому зростає її зміщення. Метою даної роботи є дослідження впливу різних кореляційних вікон на згладжування оцінок спектральних характеристик випадкових процесів, що утворюються вимірюваним середовищем при його протіканні замірною ділянкою.

Вибірковий спектр $C_{xx}(f)$ або вибіркова спектральна щільність є перетворенням Фур'є від вибіркової коваріаційної функції випадкового процесу $x(t)$ [3]:

$$C_{xx}(f) = \int_{-T}^T c_{xx}(u) e^{-j2\pi fu} du, \quad -\infty \leq f \leq \infty, \quad (1)$$

де $c_{xx}(u)$ — вибіркова автоковаріаційна функція;

$$c_{xx}(u) = \begin{cases} \frac{1}{T} \int_0^{T-|u|} (x(t) - \bar{x})(x(t+|u|) - \bar{x}) dt, & 0 \leq |u| \leq T; \\ 0, & |u| > T \end{cases} \quad (2)$$

\bar{x} — математичне очікування вибірки $x(t)$.

Отримані в процесі проведення експериментальних досліджень цифрові значення x_k ($k=1, \dots, N$) взяті через інтервали часу Δ і відповідають випадко-

вому сигналу $x(t)$. Для дискретного часу вибіркова оцінка спектру дорівнює [3]:

$$C_{xx}(f) = \Delta \sum_{k=0}^{N-1} c_{xx}(k) e^{-j2\pi fk\Delta}, \quad -\frac{1}{2\Delta} \leq f < \frac{1}{2\Delta}, \quad (3)$$

де $c_{xx}(k)$ — вибіркова оцінка автоковаріаційної функції

$$c_{xx}(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \tilde{x})(x_{t+k} - \tilde{x}), \quad (4)$$

\tilde{x} — математичне очікування вибірки x_k .

Перетворення Фур'є від прийнятної оцінки автоковаріації не є прийнятною оцінкою спектру потужності — дисперсія такої оцінки не прямує до нуля при збільшенні вибірки N . Стандартний підхід до зменшення дисперсії оцінок був запропонований Бартлеттом [3, 4], який показав, що велику дисперсію оцінки, що відповідає вибіркового спектру, можна зменшити, застосовуючи кореляційне вікно $w(u)$.

Перетворення Фур'є від кореляційного вікна дає спектральне вікно $W(f)$.

$$W(f) = \int_{-T}^T w(u) e^{-j2\pi fu} du, \quad -\infty \leq f \leq \infty. \quad (5)$$

Метод згладжування оцінки полягає в пропусканні теоретичного спектру $\Gamma_{xx}(f)$ через фільтр з відгуком на одиничний імпульс $W(f)$. Згладжена вибіркова оцінка спектру, дисперсія якої буде менша за оцінку (1), для дискретного часу прийме такий вигляд [3, 4]:

$$\begin{aligned} \bar{C}_{xx}(f) &= \Delta \sum_{k=0}^{L-1} w(k) c_{xx}(k) e^{-j2\pi fk\Delta} = \\ &= \Delta \sum_{k=0}^{L-1} c_{xx}(k) e^{-j2\pi fk\Delta}, \quad -\frac{1}{2\Delta} \leq f < \frac{1}{2\Delta}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $w(k)$ — кореляційне вікно з точкою відсікання M ($L=M/\Delta$).

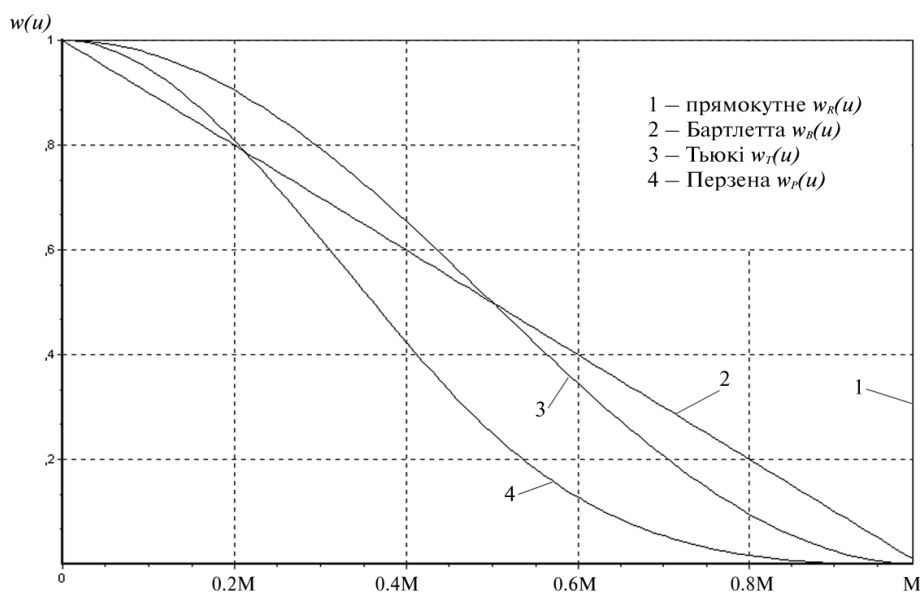
Кореляційні вікна, що широко застосовуються

на практиці в спектральному аналізі, наведені в табл. 1. Графіки вказаних кореляційних вікон $w(u)$ наведені на рис.1, графіки перетворень Фур'є цих коре-

ляційних вікон, тобто спектральних вікон $W(f)$, наведені на рис.2.

Таблиця 1 — Кореляційні і спектральні вікна

Назва вікна	Формула для кореляційного вікна	Формула для спектрального вікна
Прямокутне	$w_R(u) = \begin{cases} 1, & u \leq M \\ 0, & u > M \end{cases}$	$W_R(f) = 2M \left(\frac{\sin 2\pi f M}{2\pi f M} \right), \quad -\infty \leq f \leq \infty$
Бартлетта	$w_B(u) = \begin{cases} 1 - \frac{ u }{M}, & u \leq M \\ 0, & u > M \end{cases}$	$W_B(f) = M \left(\frac{\sin \pi f M}{\pi f M} \right)^2, \quad -\infty \leq f \leq \infty$
Тьюкі	$w_T(u) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi u}{M} \right), & u \leq M \\ 0, & u > M \end{cases}$	$W_T(f) = M \left(\frac{\sin 2\pi f M}{2\pi f M} \right) \left(\frac{1}{1 - (2\pi f M)^2} \right), \quad -\infty \leq f \leq \infty$
Парзена	$w_P(u) = \begin{cases} 1 - 6 \left(\frac{u}{M} \right)^2 + 6 \left(\frac{ u }{M} \right)^3, & u \leq \frac{M}{2} \\ 2 \left(1 - \frac{ u }{M} \right)^3, & \frac{M}{2} < u \leq M \\ 0, & u > M \end{cases}$	$W_P(f) = \frac{3}{4} M \left(\frac{\sin \frac{\pi f M}{2}}{\frac{\pi f M}{2}} \right)^4, \quad -\infty \leq f \leq \infty$

Рис. 1. Графіки кореляційних вікон $w(u)$

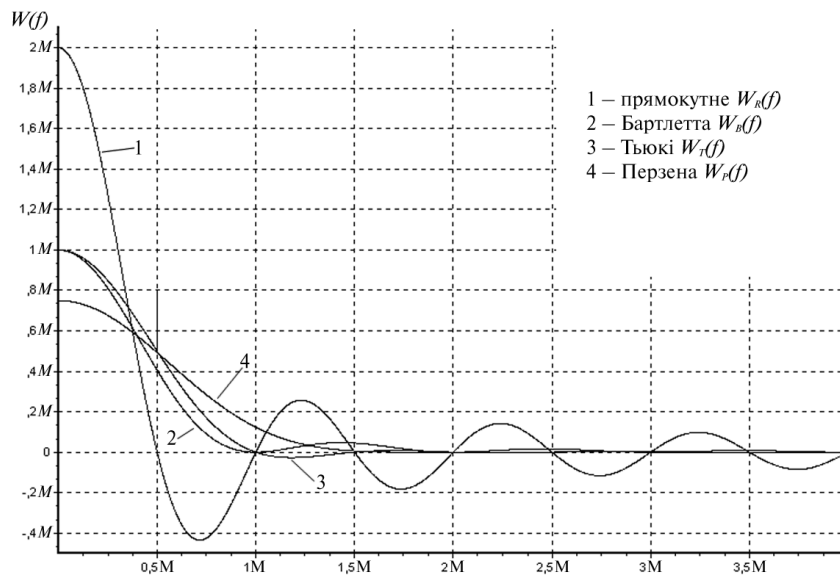


Рис. 2. Графіки спектральних вікон $W(f)$

Виходячи з табл. 1 та рис. 1 і рис. 2 можна сформулювати основні властивості кореляційних вікон, що дасть змогу обрати одне з них для використання в процесі обробки даних випадкових процесів, що утворюються вимірюванням середовищем при його протіканні замірною ділянкою.

При заданій точці відсікання M зміщення спектральної характеристики, обумовлене спектральним вікном $W(f)$, буде малим, якщо це вікно зосереджено близько нуля. Мірою сконцентрованості спектрального вікна є його смуга частот — така відстань між точками, потужність між якими зменшується до половини свого максимального значення [3, 5]. Спектральне вікно $W_R(f)$, що відповідає прямокутному кореляційному вікну $w_R(u)$, сконцентровано навколо центральної частоти щільніше за інших. Отже воно має найменшу смугу частот за рахунок того, що має найбільші бокові пелюстки. Вплив бокових пелюсток виражається в тому, що із-за них значення спектру $\Gamma_{xx}(g)$ на частотах g , що далеко віддалені від f , можуть давати великий вклад на зміщення оцінки на частоті f . Це може привести до небажаних результатів у випадку вузького піку в спектрі. З рис. 2 видно, що мінімальні бокові пелюстки є у вікна $W_P(f)$.

Спектральні вікна $W_R(f)$, $W_B(f)$ і $W_P(f)$ мають такий вигляд:

$$W(f) \sim \left(\frac{\sin(2\pi f M / n)}{2\pi f M / n} \right)^n, \quad n=1,2,4. \quad (7)$$

Збільшення n з одного боку приводить до зменшення висоти бокових пелюсток. З іншого боку, спектральне вікно стає більш сплюсненим і широким, оскільки воно в першому періоді обертається в нуль на частоті $f=2^{n-1}/2M$ (рис.2). Отже для отриман-

ня заданої ширини смуги при цьому необхідне більше значення M .

Спектральні характеристики шуму повітря при його протіканні замірною ділянкою $\varnothing 50$ мм для витрати $3,9$ м³/год, згладжені різними спектральними вікнами, представлені на рис. 3.

Як можна побачити з рис.3, оцінка, отримана з використанням прямокутного кореляційного вікна, має більше зміщення і більшу дисперсію, ніж оцінки, отримані при використанні інших вікон. Це обумовлено великим розміром бокових пелюсток спектрального вікна. Зміщення і дисперсія оцінок, отриманих за допомогою вікон Бартлетта, Тьюкі і Парзена, мають приблизно однакові зміщення і дисперсію, отже вони всі можуть бути використані в процесі обробки шумових даних.

З отриманих результатів (рис.3) можна побачити, що всі описані спектральні вікна мають прийнятну форму і можуть бути використані для згладжування спектру при визначенні витрати на основі зміни спектральних характеристик випадкових процесів, які генеруються вимірюванням середовищем. Спектральне вікно $W_R(f)$, що відповідає прямокутному кореляційному вікну $w_R(u)$, слід відкинути із-за великого зміщення спектральної оцінки в порівнянні з іншими вікнами. Вибіркові оцінки, отримані за допомогою вікон $W_B(f)$ і $W_P(f)$, завжди додатні, в той же час як за допомогою вікна $W_T(f)$ іноді можна отримати від'ємні оцінки, що є небажаним. Вікно $W_P(f)$ має менші бокові пелюстки, ніж у інших, але воно є більш широким, отже, щоб отримати задану смугу частот слід обрахувати більшу кількість коваріацій.

Таким чином найбільш доцільним, з погляду

застосування, є вікно Бартлетта $W_B(f)$, що дає додатні значення оцінок спектру, а також має прийнятні зміщення та дисперсію оцінок, найменшу смугу час-

тот і не потребує для цього збільшення обрахунків коваріацій.



Рис. 3. Спектральні характеристики шуму вимірюваного середовища для витрати $3,9 \text{ м}^3/\text{год}$, згладжені різними спектральними вікнами

1. Деклараційний патент UA 62387 А Україна, 7G01F25/00. Спосіб вимірювання величини витрати на основі спектральних характеристик шуму вимірюваного середовища / Мельничук С.І. Опубл. 15.02.2003, Бюл. №12. 2. Мельничук С.І., Пашкевич О.П. Аналіз сучасного рівня розробки методів вимірювання витрати і кількості речовини та перспективи реалізації методу вимірювання на основі зміни спектральних характеристик шумів контролюва-

ного середовища. // Методи та прилади контролю якості, 2003. – №8. – С. 86. 3. Г. Дженкінс, Д. Ватс. Спектральний аналіз і його приложения. – М.: Мир, 1972. Вип. 1. – 318 с., вип. 2 – 288 с. 4. Опенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1979. – 416 с. 5. Бабак В.П., Хандецький В.С., Шрюфер Е.. Обробка сигналів. – К.: Либідь, 1999. – 496 с.

УДК 621.317.39:531.733

ПОБУДОВА ТЕРИТОРІАЛЬНИХ МЕРЕЖ ОБЛІКУ ГАЗУ З ВИКОРИСТАННЯМ КОРЕКТОРІВ ОБ'ЄМУ ГАЗУ ОКВГ-01

© Лукенюк А.А., Дикий П.І., Воськало В.І., Шендерук С.Г., 2004
Львівський центр Інституту космічних досліджень НАНУ та НКАУ,
ВАТ „Івано-Франківський завод „Промприлад”

Розроблено концепцію створення єдиної системи обліку природного газу, згідно з якою планується оснащення автоматизованими вимірювальними засобами вузлів обліку природного газу та створення багаторівневої системи передачі інформації з видобування, транспортування, розподілу, зберігання та споживання природного газу

В склад коректорів об'єму газу ОКВГ-01, що випускається серійно на ВАТ "Івано-Франківський завод "Промприлад", входить сукупність засобів, які дозволяють розширити сферу його використання, в

тому числі і для вирішення задачі автоматизації обліку природного газу в межах усієї країни. Згаданий комплект засобів побудований за ієрархічним принципом, що дозволяє ефективно його використання