

Подальші дослідження можуть бути пов'язані з використанням більш складних моделей процесу деформування ділянки, з дослідженням впливу величин ε_a , δ_a на величини розрахункових напружень та дослідженнями рівнів кореляції між експериментально визначеними та теоретично обрахованими значеннями напружень.

1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989. – 608 с. 2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с. 3. Вершинин В.В., Завьянов Ю.С., Павлов Н.Н. Экстремальные свойства сплайнов и задача сглаживания. – Новосибирск, Наука, 1988. – 102 с. 4. Перун И.В. Магистральные трубопроводы в горных

условиях – М.: Наука, 1987. – 175 с. 5. Замиховський Л.М., Олійник А.П. Математичне забезпечення системи контролю технічного стану трубопровідних систем з використанням інформації про зміну їх просторової конфігурації. // Фізичні методи та засоби контролю середовищ, матеріалів та виробів (серія), вип. 10: Акустичні та електромагнітні методи неруйнівного контролю матеріалів та виробів: Зб. наук. праць. – Львів, Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Корпенка НАН України, 2005. – С.166 - 170. 6. Олійник А.П. Математичне моделювання процесу деформування ділянки трубопроводу з урахуванням зміни форми перерізу. // Науковий вісник ІФНТУНГ, № 3 (9), 2004. – С.153 - 156.

УДК 620.179.17

ДІАГРАМИ СПРЯМОВАНOSTІ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ

© Карпаш О. М., 2005

Івано-Франківський Національний університет нафти і газу

© Луценко Г. Г., Галаненко В. Б., 2005

Науково-виробниче підприємство "Ультраксон-Сервіс", м. Київ

Запропоновано спосіб обчислення діаграм спрямованості п'єзоелектричних перетворювачів з апертурою довільної форми, що випромінюють в пружне ізотропне середовище хвилі стискання і хвилі зсуву. Спосіб базується на використанні нової інтегральної формули для поля пружних хвиль в пружному півпросторі

Проектування акустичних систем неруйнівного контролю, розробка методик промислового використання п'єзоелектричних перетворювачів (ПЕП) в значній мірі оснований на уявленнях про просторовий розподіл амплітуд ультразвукових сигналів. У зв'язку з необхідністю удосконалення акустичних систем контролю, підвищення їх надійності і ефективності зростає інтерес до точних кількісних даних відносно просторової структури полів пружних хвиль, що випромінюються п'єзоелектричними перетворювачами. Типовою для багатьох прикладів застосування цих перетворювачів є ситуація, коли частина зони контролю належить ближній акустичній зоні перетворювача, а інша частина – дальній зоні. Дослідженню пружних полів в найбільш складній для проведення обчислень ближній зоні присвячені роботи [1-3]. Дослідження полів в дальній зоні, де основною характеристикою є діаграми спрямованості, є більш традиційним, і дані про спрямованість є більш поширеними [4]. Проте ці дані не є повними, оскільки не можуть охопити всі можливі варіанти

форм апертури перетворювача. Крім того, багато прийомів розрахунку є наближеними і не враховують специфіку випромінювання ультразвуку в пружне середовище. Типовим наближенням є заміна твердого пружного середовища рідиною із відповідно зміненою швидкістю поширення ультразвукових хвиль. Для хвиль стискання такий підхід не призводить у багатьох випадках до суттєвих помилок, але щодо прямих випромінювачів хвиль зсуву такі помилки можливі і застосування цього наближеного прийому потребує більшої обережності.

Мета даної роботи полягає в тому, щоб обґрунтувати метод обчислення діаграм спрямованості випромінювачів як хвиль стискання, так і хвиль зсуву, який би використовував якнайменше припущень. Ми будемо розглядати середовище як тверде пружне, а припущення будуть стосуватись лише механізму взаємодії п'єзоелектричного перетворювача з пружним середовищем. Наслідуючи багатьох інших авторів [5,6], апроксимуємо дію перетворювача на середовище розподілом зусиль, нормальних або тан-

генціальних до його поверхні, в межах апертури перетворювача.

Обчислення діаграм спрямованості перетворювачів, що випромінюють в рідину, спирається на використання інтегралу Релея, який репрезентує поле в рідині як сукупність нескінченної кількості сферичних хвиль, що випромінюються елементарними монополями (або диполями), на які можна умовно розбити робочу поверхню перетворювача. Кожна з цих хвиль представляється простою математичною формулою і проблема полягає лише в обчисленні інтегралу по апертурі перетворювача. Щодо дальньої зони метод обчислення інтегралу з використанням наближення Фраунгофера є добре відомим [7]. У випадку, коли перетворювач випромінює в тверде пружне середовище, ситуація більш складна, бо кожен елементарний випромінювач створює одночасно 3 хвилі, внаслідок чого простої математичної формули для поля елементарного випромінювача не існує і, відповідно, не існує аналогу формули Релея.

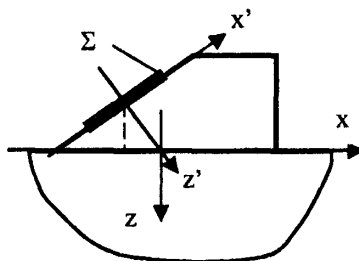
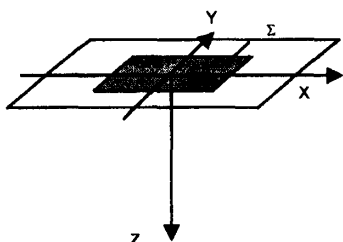


Рис. 1. Геометрія задач при обчисленні діаграм спрямованості прямих або призматичних ПЕП

На апертурі Σ задані нормальні (або тангенціальні) напруження, що апроксимують дію ПЕП на середовище. Розв'язок цих задач для прямих [1] і нахилених [3] ПЕП призводить до обчислення інтегралів на площині просторових частот α, β :

$$\begin{cases} u_l \\ v_l \\ w_l \end{cases} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\alpha, \beta)}{\mu} \begin{cases} -i\alpha \\ -i\beta \\ \gamma_l \end{cases} F_l(\kappa) \exp(-\gamma_l z) \times \\ \times \exp(i(\alpha x + \beta y)) d\alpha d\beta \quad (1)$$

- для хвиль стискання (нижній індекс l), що випромінюються прямими ПЕП, або

$$\begin{cases} u_l \\ v_l \\ w_l \end{cases} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_l(\alpha, \beta) \begin{cases} -i\alpha \\ -i\beta \\ \gamma_{l2} \end{cases} \exp(-\gamma_{l2} z) \times \\ \times \exp(i(\alpha x + \beta y)) d\alpha d\beta \quad (2)$$

- нахиленими (призматичними) ПЕП, чи для хвиль зсуву (нижній індекс S), що випромінюються

Якщо апертура ПЕП є круг, або може бути апроксимована нескінченною смугою, то застосування одновимірного перетворення Фур'є-Бесселя (або одновимірного перетворення Фур'є) призводить до одновимірних інтегралів, які в дальній зоні припускають асимптотичне обчислення за допомогою добре відомого методу перевалу. У випадку іншої форми апертури поле пружних хвиль є суттєво тривимірним. Воно припускає репрезентацію за допомогою двовимірних інтегралів Фур'є, для яких традиційний метод перевалу не підходить, що не дає можливості строго обчислити діаграми спрямованості у загальному випадку.

Нижче ми покажемо, що таке обчислення можна провести, спираючись на прийом, застосований в роботі [8]. Постановка задачі обчислення поля ультразвукових хвиль в пружному півпросторі пояснюється рис. 1, на якому зона контакту п'єзопластини з пружним середовищем виділена темною заливкою.

нахиленими ПЕП

$$\begin{cases} u_s \\ v_s \\ w_s \end{cases} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_s(\alpha, \beta) \begin{cases} \alpha \gamma_{s2} / \kappa \\ \beta \gamma_{s2} / \kappa \\ i\kappa \end{cases} \exp(-\gamma_{s2} z) \times \\ \times \exp(i(\alpha x + \beta y)) d\alpha d\beta \quad (3)$$

де u, v, w - проекції вектора коливального переміщення часток пружного середовища, коли по ньому проходить ультразвукова хвиля, в довільній точці з координатами x, y, z ; $S(\alpha, \beta)$ - двовірне перетворення Фур'є від просторового розподілу механічних напружень на апертурі Σ (просторовий спектр випромінювача); $\kappa^2 = \alpha^2 + \beta^2$; $\gamma_l = \sqrt{\kappa^2 - k_l^2}$, $\gamma_s = \sqrt{\kappa^2 - k_s^2}$, $k_l = \omega/c_l$, $k_s = \omega/c_s$; c_l, c_s - швидкості хвиль стискання і зсуву відповідно.

Просторові спектри амплітуд хвиль стискання $A_l(\alpha, \beta)$ і зсуву $A_s(\alpha, \beta)$, які переломились із матеріалу призми в пружне середовище, пов'язані із

просторовим спектром випромінювача $S(\alpha, \beta)$ досить громіздкими співвідношеннями, які наведено в публікації [3]. Інші позначення, що не є зараз важливими, наведені в [1,2]. Формули (1 – 3) мають такий загальний вигляд:

$$u(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\alpha, \beta) \exp(-\gamma z) \times \exp(i(ax + \beta y)) d\alpha d\beta \quad (4)$$

Розглядаючи інтеграл (4) як перетворення Фур'є двох множників та приймаючи до уваги, що перетворення Фур'є другого з них є поле дипольного джерела в рідині [8], застосуємо теорему згортки і перейдемо від інтегралу (4) до інтегралу двомірної згортки двох функцій $q_1(x, y)$ та $q_2(x, y)$:

$$q_2(x, y) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \exp(ikr) \right) = \frac{z}{r} \frac{ikr - 1}{r} \left(\frac{1}{r} \exp(ikr) \right), \quad (5)$$

де r - відстань від точки на апертурі до точки в об'ємі середовища; $q_1(x, y)$ - перетворення Фур'є від $Q(\alpha, \beta)$, яке має зміст компонентів вектора переміщень на поверхні.

Насправді така операція неможлива, бо перетворення Фур'є від $Q(\alpha, \beta)$ є інтеграл, який не збігається. Врятувати ситуацію можна, якщо дописати під інтеграл два експоненційних множники з показниками протилежного знаку. Тоді інтеграл

$$q_1(x, y, z_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\alpha, \beta) \exp(-\gamma z_0) \times \exp(i(ax + \beta y)) d\alpha d\beta, \quad \text{при } z_0 > 0 \quad (6)$$

збігається і має зміст просторового розподілу переміщень на деякій (досить малій) відстані z_0 від поверхні. Він може бути обчислений за допомогою чисельного алгоритму. При цьому у формулі (5) $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z_0)^2}$. Двомірна згортка

$$u(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q_1(x', y', z_0) \times q_2(x - x', y - y', z - z_0) dx' dy' \quad (7)$$

задає поле пружних хвиль як сукупність хвиль елементарних диполів. Але, на відміну від формули Релея, при випромінюванні в рідину ці диполі розподілені не на поверхні випромінювача, а на паралельній до неї площині на відстані z_0 . Для того, щоб інтеграл (6) збігався (у практичному сенсі), достатньо взяти z_0 не більшим за довжину хвилі

ньо взяти z_0 не більшим за довжину хвилі ультразвуку. Тоді функція $q_1(x, y)$ буде добре локалізована, тобто буде суттєво відрізнитись від нуля в області на площині $z = z_0$, яка є дуже близькою за своєю формою і розмірами до апертури.

Запропонована інтегральна репрезентація (7) поля, випроміненого ПЕП в пружне середовище, дає можливість обчислити діаграму спрямованості. Згадана локалізація функції $q_1(x, y)$ обмежує реальні межі інтегрування в (7) і дає можливість для обчислення інтегралу в реальних межах інтегрування використати наближення, що є характерними для зони Фраунгофера [7].

З урахуванням цих наближень (дійсних лише для x', y' , що належать до зони локалізації) отримаємо, що

$$q_2(x - x', y - y', z - z_0) \approx ik \frac{z}{R} \frac{\exp(ikR)}{R} \times \exp(-i(k_x x' + k_y y')),$$

де $R = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2}$; $k_x = k \sin \theta \cos \varphi$; $k_y = k \sin \theta \sin \varphi$; θ, φ - кути сферичних координат з центром в точці $(0, 0, z_0)$. При малих z_0 (наприклад, $z_0 \approx \lambda$) ці кути практично співпадають з кутами сферичних координат з центром на поверхні середовища (тоді $z/R \approx \cos \theta$).

Тоді інтеграл (7) буде таким:

$$u(x, y, z) \approx ik \frac{z}{R} \frac{\exp(ikR)}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q_1(x', y', z_0) \times \exp(-i(k_x x' + k_y y')) dx' dy'. \quad (8)$$

У формулі (8) межі інтегрування формально поширені до нескінченості на тій підставі, що малими значеннями функції $q_1(x', y', z_0)$ поза зоною локалізації можна знехтувати. Тоді інтеграл (8) представляє собою перетворення Фур'є від функції $q_1(x', y', z_0)$ і дорівнює її просторовому спектру Q_1 на глибині z_0 . Оскільки множник $\exp(-\gamma z_0)$ при обчисленні $q_1(x', y', z_0)$ „нищить” неоднорідні хвилі, для яких γ має велику позитивну дійсну частину, то просторовий спектр Q_1 практично обмежений лише тією своєю частиною, якій відповідають однорідні хвилі. В результаті інтеграл (8) приблизно можна записати так:

$$u(x, y, z) \approx ik \frac{z}{R} \frac{\exp(ikR)}{R} \times Q(\alpha, \beta) \exp(-\gamma z_0) \Big|_{\alpha^2 + \beta^2 \leq k^2}. \quad (9)$$

Після конкретизації формули (9) отримаємо, що переміщення в дальньому полі прямих ПЕП будуть такими:

- для хвилі стискання

$$\begin{pmatrix} u_l \\ v_l \\ w_l \end{pmatrix} = \frac{1}{\mu} ik_l \begin{pmatrix} -ik_l \sin \theta \cos \varphi \\ -ik_l \sin \theta \sin \varphi \\ ik_l \cos \theta \end{pmatrix} \cos \theta \frac{\exp(ik_l R)}{R} \times S(k_l \sin \theta \cos \varphi, k_l \sin \theta \sin \varphi) \times \tilde{F}_l(k_l \sin \theta) \exp(-ik_l z \cos \theta); \quad (10)$$

- для зсувної хвилі SV (з вертикальною поляризацією)

$$\begin{pmatrix} u_s \\ v_s \\ w_s \end{pmatrix} = \frac{1}{\mu} ik_s \begin{pmatrix} -ik_s \cos \theta \cos \varphi \\ -ik_s \cos \theta \sin \varphi \\ ik_s \sin \theta \end{pmatrix} \cos \theta \frac{\exp(ik_s R)}{R} \times S(k_s \sin \theta \cos \varphi, k_s \sin \theta \sin \varphi) \times \tilde{F}_s(k_s \sin \theta) \exp(-ik_s z \cos \theta). \quad (11)$$

В цих формулах $S(\dots)$ - векторзначна функція, компоненти якої є просторовими спектрами (перетвореннями Фур'є) просторових розподілів нормальних і тангенціальних напружень на апертурі ПЕП (інші скорочення деталізовані в роботі [2]). Обчислюючи довжини векторів переміщень приходимо до залежностей, які слід трактувати як ненормовані характеристики спрямованості:

- для хвилі стискання

$$A_l = \frac{k_l^2}{\mu R} \left| \cos \theta \cdot S(k_l \sin \theta \cos \varphi, k_l \sin \theta \sin \varphi) \times \tilde{F}_l(k_l \sin \theta) \right|, \quad (12)$$

- для хвилі зсуву з вертикальною поляризацією

$$A_s = \frac{k_s^2}{\mu R} \left| \cos \theta \cdot S(k_s \sin \theta \cos \varphi, k_s \sin \theta \sin \varphi) \times \tilde{F}_s(k_s \sin \theta) \right|. \quad (13)$$

У випадку призматичних ПЕП для обчислення

переміщень у хвилях стискання слід замінити в формулі (12) множник $S(k_l \sin \theta \cos \varphi, k_l \sin \theta \sin \varphi) \times \tilde{F}_l(k_l \sin \theta)$ на $A_l(k_l \sin \theta \cos \varphi, k_l \sin \theta \sin \varphi)$, а для обчислення переміщень в хвилях зсуву слід замінити в формулі (13) $S(k_s \sin \theta \cos \varphi, k_s \sin \theta \sin \varphi) \times \tilde{F}_s(k_s \sin \theta) \exp(-ik_s z \cos \theta)$ на $A_s(k_s \sin \theta \cos \varphi, k_s \sin \theta \sin \varphi)$, які в свою чергу обчислюються за правилами, викладеними в [2]. Діаграми спрямованості можуть бути отримані з формул (12), (13) шляхом відповідного нормування на максимальне значення.

1. Карпаш О. М., Луценко Г. Г., Галаненко Д. В. Дослідження просторової структури поля випромінювання п'єзоелектричної пластини довільної форми. //Методи та прилади контролю якості. -2003. -№ 11. С. 3-9. 2. Луценко Г. Г., Галаненко В. Б., Галаненко Д. В. Исследование пространственного распределения амплитуды эхосигналов при использовании прямых пьезопреобразователей. //Дефектоскопия. - 2003. -№ 12. -С. 3-12. 3. Галаненко В. Б., Луценко Г. Г. К расчёту пространственной структуры поля наклонного пьезоэлектрического преобразователя. //Консонанс2003. Акуст. симпозиум. - Киев: НАНУ Ин-т гидромеханики, -2003. -С. 56-61. 4. Гурвич А. К., Кузьмина Л. Н. Справочные диаграммы направленности искателей ультразвуковой дефектоскопии. - Киев: Техніка. 1980, -С. 102. 5. Bresse L.F., Hutchins D.A. Transient Generation of Elastic Waves in Solids by a Disk-shaped Normal Force Source. //Journ. Acoust. Soc. Am. - 1989. 86. -P. 810 - 817. 6. McNab A., Cochran A., Campbell M.A. The Calculation of Acoustic Fields in Solids for Transient Normal Surface Force Sources of Arbitrary Geometry and Apodization. //Journ. Acoust. Soc. Am. - 1990. 87. -P. 1455 - 1465. 7. Лепендин Л. Ф. Акустика. М.: Высшая школа, 1978.- 448 с. 8. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. - 502 с.