

Экспериментальное определение температурного диапазона телевизионного пирометра // *Оптический журнал.* - 2004. - том 71, №1. - С.70. 12. Гайдукевич Ю.Ч., Домарёнок Н.И., Достанко А.П. и др. Тепловизионная пирометрическая система // *Электронная промышленность.*—1987.—№ 3.— С.59-62. 13. Порев В.А., Аснис Ю.А., Заболотин С.П.,

Згуровський Г.М. Перспективи застосування телевізійної пірометрії в космічних експериментах в рамках проекту „Технологія” // *Тези доповіді Третьої Української конференції з перспективних космічних досліджень.*—Кацівели: НКАУ.—2003.— С.50.

УДК 621.3.027.3.001.5

## ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ГУДА-ТОМАСА ТА ВИНОГРАДА ДЛЯ ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА НЕСИНУСОЇДНОСТІ ЗМІННОЇ НАПРУГИ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МЕРЕЖІ

©Буняк О., Тиш А., Микулик П., 2005

*Тернопільський державний технічний університет ім. І. Пулюя*

**З метою пошуку оптимального алгоритму для визначення якісних показників електроенергії запропоновано методи Гуда-Томаса та Винограда. Дослідження проводились на вихідному сигналі тиристорного перетворювача**

Науково-технічний прогрес неможливий без збільшення споживання електричної енергії, що в свою чергу породжує актуальну проблему зменшення втрат електроенергії в електричних мережах та на підприємствах. Поряд з тим, не менш важливою проблемою є забезпечення якісних показників електроенергії (ЯПЕ) на шляху від її виробництва до споживання [1]. Параметри якості електроенергії характеризують ступінь їх відповідності встановленим нормами ГОСТу 13109–97 значень [2]. За кордоном якість електроенергії регламентується іншими стандартами, наприклад, країни європейської спільноти користуються стандартом EN 50.006. Окрім того, кожна країна якість електроенергії додатково регламентує своїми стандартами: Німеччина — VDE 0160, США — AIEE [3] тощо.

Згідно з класифікаційною ознакою – часовим розподілом – серед ЯПЕ можна виділити статичні та динамічні показники [4]. До статичних показників відноситься один із основних параметрів – несинусоїдність змінної напруги електричної енергії мережі, яка регламентується коефіцієнтами спотворення синусоїдності кривої напруги та  $k$ -ї гармонічної складової [4]. Несинусоїдність форми кривих струмів та напруг в електричних мережах породжується потужними перетворювальними установками і супроводжується істотними техніко-економічними втратами, визначення яких є складною задачею. Значення та характер цих втрат

залежать від багатьох факторів. Вищі гармоніки негативно впливають на різні елементи електричних мереж та їх споживачів, у першу чергу на режими їх роботи: збільшуються втрати електричної енергії та активної потужності генераторів та електродвигунів, значно погіршується тепловий режим роботи обладнання, прискорюється процес старіння ізоляції, створюються сприятливі умови для появи резонансних явищ в електричних мережах, нестійкості системи захисту електрообладнання та автоматики [3].

Тому дослідження методів контролю визначення параметрів несинусоїдності напруги в мережі є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень засвідчив, що для розв'язання даної задачі в основному використовуються три підходи. Перший із них проводиться на основі періодичних вимірювань напруги мережі з наступною статистичною обробкою отриманих даних [3, 4].

Другий метод ґрунтується на роздільному формуванні стабільної системи (наприклад, трифазної) номінальних напруг і системи із заданими значеннями параметра ЯПЕ з подальшим їхнім підсумовуванням [5].

Алгоритми, запропоновані авторами, базуються на використанні дискретної трансформації швидкого перетворення Фур'є і, конкретно, на визначенні енергетичної спектральної щільності, яка є, на переконання авторів, інваріантним ядром для

визначення ЯПЕ.

Застосуємо викладені міркування до обчислення параметрів якості електроенергії.

Досліджувану фазну несинусоїдну напругу можна подати у вигляді:

$$U(t) = \sum_{n=1}^N U_{nk} \sin(n\omega t + \psi_k), \quad (1)$$

де  $U_{nk}, \psi_k$  — відповідно амплітуда та фазовий кут  $k$ -ої гармоніки;  $n$ —число вибірок за період  $T$ .

За допомогою аналого-цифрового перетворювача (АЦП) вхідна напруга подається в  $N$  рівновіддалених точках як  $U_{nk}$ .

Дискретне перетворення Фур'є (спектральна щільність) такого сигналу має вигляд [6]:

$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} U_{nk} e^{-\frac{j2\pi nk}{N}}, \quad (2)$$

або в тригонометричній формі:

$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \left( U_{nk} \cos \frac{2\pi nk}{N} - jU_{nk} \sin \frac{2\pi nk}{N} \right) = A_k - jB_k.$$

Модуль і фаза спектральної щільності визначається наступним чином:

$$|S_k| = \sqrt{A_k^2 - B_k^2}; \quad |\phi_k| = \arctg \frac{B_k}{A_k}. \quad (3)$$

З урахуванням (3) амплітудне значення  $k$ -ої гармоніки буде таким:

$$U_k = \frac{2|S_k|}{N}, \quad (4)$$

а початкова фаза такою:

$$\varphi_k = |\phi_k| - \frac{\pi}{2}. \quad (5)$$

Обчислені за вищенаведеними формулами значення  $S(k)$ ,  $U_k$  та  $\varphi_k$  дають змогу визначити такі ЯПЕ як: коефіцієнт несинусоїдності, втрати в системах електроспоживання та у споживача, економічність та інші [8].

Авторами статті в попередніх роботах [9, 10] для визначення енергетичної спектральної щільності використані алгоритми Гуда-Томаса та Винограда, які є різновидом швидкого перетворення Фур'є але мають ряд переваг у порівнянні з дискретним перетворенням Фур'є (ДПФ).

У вказаних роботах поза рамками досліджень залишено питання конкретного з'ясування переваг цих методів при визначенні коефіцієнта несинусоїдності напруги мережі.

Алгоритм Гуда-Томаса — це лінійна послідовність з  $M=M' \times M''$  цілих чисел, зображена  $(M' \times M'')$ -таблицею, за допомогою якої здійсню-

ється перехід від одновимірного перетворення Фур'є до двовимірного. Ідея, яка лежить в основі цього алгоритму, значно відрізняється від ідеї алгоритму Кулі-Тьюки [11]. Числа  $M'$  і  $M''$  повинні бути взаємно простими. Для їх визначення ми використали ідею про те, що найбільший спільний дільник двох чисел не перевищує кореня квадратного більшого з них.

Основою відображення лінійної послідовності таблицею служить китайська теорема про залишки для цілих чисел.

Вихідні індекси задаються залишками за правилом:

$$m' = m \bmod M', \quad m'' = m \bmod M''. \quad (6)$$

Це правило становить відображення індексу  $m$  на поширену діагональ двовимірної таблиці, елементи якої занумеровані парами індексів  $(m', m'')$ . Згідно з китайською теоремою про залишки, існують такі цілі числа  $L'$  і  $L''$ , що виконується рівність:

$$m = (m''L''M'' + m'L'M') \bmod M, \quad (7)$$

де  $L'M' + L''M'' = 1$ .

Оскільки  $M' > 0$  і  $M'' > 0$ , то з виразу (2) випливає, що одне з чисел  $L', L''$  є додатнім, а інше від'ємним.

Вихідні індекси визначаються дещо по-іншому. Нехай

$$p' = L''p \bmod M', \quad p'' = L'p \bmod M''. \quad (8)$$

Ці рівності можна переписати в еквівалентному вигляді так:

$$p' = (L'' \bmod M')p \bmod M', \quad p'' = (L' \bmod M'')p \bmod M''. \quad (9)$$

Вихідні індекси  $p$  обчислюються за правилом

$$p = (M''p' + M'p'') \bmod M. \quad (10)$$

Для перевірки цієї рівності запишемо:

$$p = (M''(L''p' + Q_1M') + M'(L'p'' + Q_2M'')) \bmod M'M'' = p(M''L'' + M'L') \bmod M = p.$$

У нових індексних позначеннях вираз

$$C_x(p) = \sum_{m=0}^{M-1} W^{pm} U(m), \quad (11)$$

перетворюється у такий:

$$C_x(M'p' + M'p'') = \sum_{m'=0}^{M'-1} \sum_{m''=0}^{M''-1} W^{(m'L''M'' + m'L'M') \chi(M'p' + M'p'')} \times U(m'L''M'' + m'L'M'). \quad (12)$$

Виконаємо множення у показнику степеня. Після нескладних перетворень з урахуванням порядку елемента  $W$  маємо, що

$$C_x(p', p'') = \sum_{m'=0}^{M'-1} \sum_{m''=0}^{M''-1} W^{L''(M'')^2 m'p'} W^{L'(M')^2 m''p''} = U(m', m'') = \sum_{m'=0}^{M'-1} \sum_{m''=0}^{M''-1} \beta^{m'p'} \gamma^{m''p''} U(m', m'') = S(k), \quad (13)$$

де  $\beta = W^{L''(M'')^2}$  і  $\gamma = W^{L'(M')^2}$ .

Можна записати, що  $\beta = (W^{M''})^{L''M''}$ , а

$\gamma = (W^{M'})^{L'M'}$ . Оскільки  $W^{M''} = e^{-\frac{j2\pi}{M'}}$  і  $W^{M'} = e^{-\frac{j2\pi}{M''}}$ , а  $L''M''=1$  і  $L'M'=1$  за модулем  $M'$  та  $M''$  відповідно, то  $\beta = e^{-\frac{j2\pi}{M'}}$ , а  $\gamma = e^{-\frac{j2\pi}{M''}}$ .

Рівняння тепер записано у формі двовимірного ( $M' \times M''$ ) – точкового перетворення Фур'є. Число множень і число додавань дорівнює приблизно  $M(M'+M'')$ . Отже, якщо довжина перетворення розкладається в добуток простих множників  $M_i$ , то описана форма ДПФ - алгоритму вимагає приблизно  $M \sum_{i=1}^n M_i$  множень і стільки ж додавань.

У роботі із застосуванням алгоритму Винограда розглянуто випадок, коли довжина перетворення дорівнює показнику степеня двійки.

Це перетворення цікаве, оскільки цілі числа, не більше  $2^q$ , взаємно прості з 2, не створюють відносно операції множення по модулю  $2^q$  циклічної групи (за винятком випадків  $q=1$  і  $q=2$ ). Ця множина створює групу, ізоморфну групі  $Z_2 \times Z_2^{q-2}$ . Першим кроком у застосуванні методу є відокремлення  $2^{q-1}$  рядків і стовпців матриці з непарними індексами. Ця підмножина елементів матриці буде впорядкована в чотири циклічні.

Для заданого  $C_x(k) = \sum_{m=0}^{N-1} W^{mk} U(m)$ ,  $k=0, 1, \dots,$

$N-1$ , компоненти з парними індексами  $k$  запишемо у вигляді:

$$C_x(2k') = \sum_{m=0}^{\frac{N-1}{2}} (U(m') + U(m' + \frac{N}{2})) W^{m'k'}, \quad (14)$$

де  $k' = 0, 1, \dots, N/2 - 1$ .

Тоді компоненти з непарними значеннями індексу  $k$  запишемо так:

$$C_x(2k'+1) = \sum_{m'=0}^{\frac{N-1}{2}} U(2m') W^{2m'(2k'+1)} + \sum_{m'=0}^{\frac{N-1}{2}} U(2m'+1) W^{(2m'+1)(2k'+1)}. \quad (15)$$

Враховавши, що  $W^N$ -корінь з одиниці степеня  $2^{q-2}$ , першу суму перепишемо у вигляді перетворення Фур'є довжини  $2^{q-2}$ :

$$C_x(2k'+1) = \sum_{m'=0}^{\frac{N-1}{4}} (U(2m') W^{2m'} - U(2m'+\frac{N}{2}) W^{2m'}) W^{4m'k'} + \sum_{m'=0}^{\frac{N-1}{2}} U(2m'+1) W^{(2m'+1)(2k'+1)} = S(k). \quad (16)$$

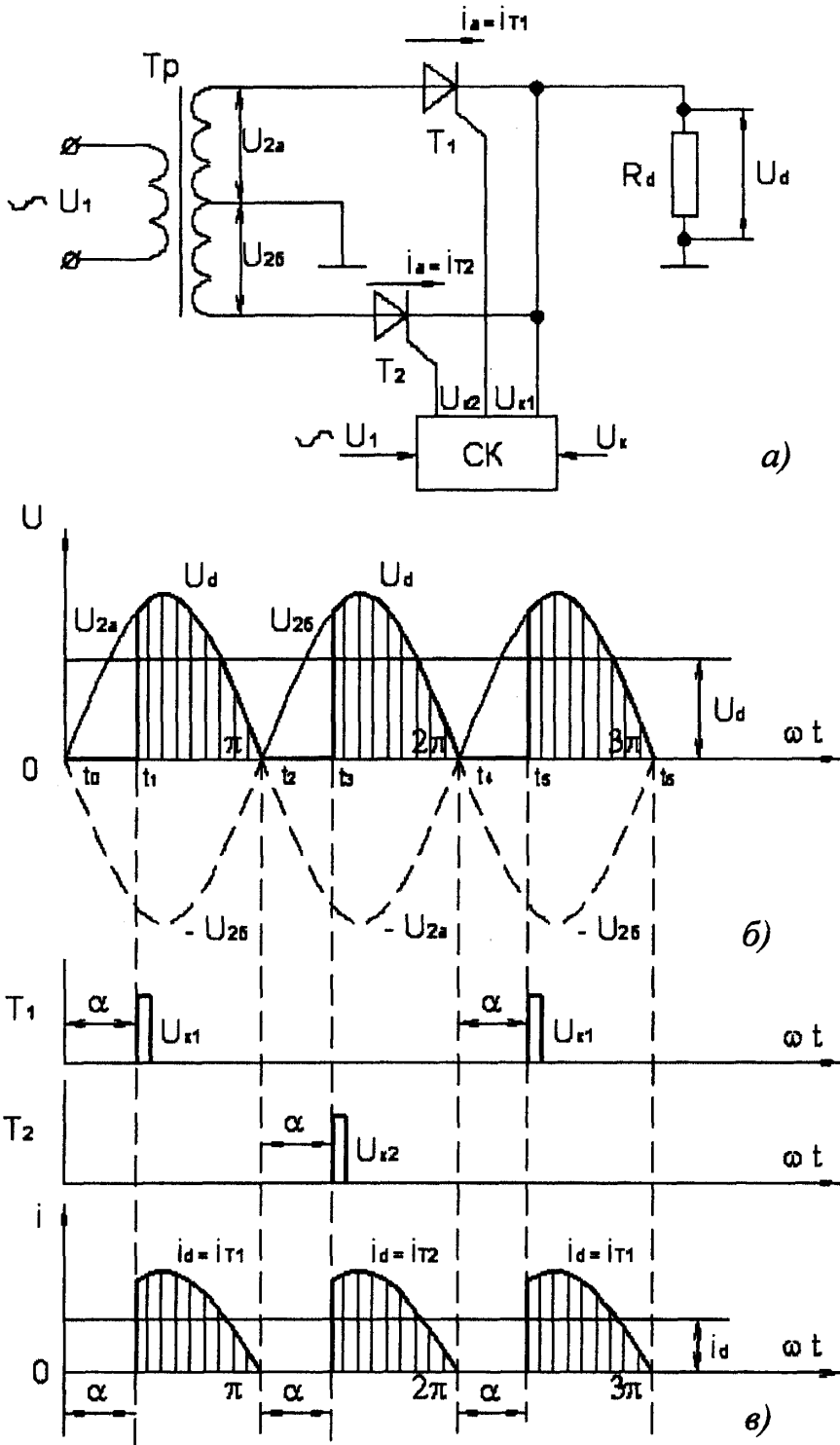
Перша сума обчислюється тільки для перших  $N/4$  значень індексу  $k'$ , де  $k'=0, \dots, N/4-1$ , оскільки потім ці значення суми повторюються. Якщо вхідна послідовність даних дійсна, то ця частина обчислень містить  $N/2-6$  дійсних множень і  $N/4$ -точкове перетворення Фур'є. Якщо ж вхідна послідовність даних комплексна, то до  $(N/4)$ -точкового перетворення Фур'є додається  $(3/8)N-8$  дійсних множень. Для обчислення другої суми потрібно здійснити  $2(N/8)$  дійсних множень.

Модуль і фаза спектральної щільності визначаються за формулами (3), а амплітудне значення та початкова фаза  $k$ -ої гармоніки за формулами (4) та (5).

Викладені алгоритми використовувались для визначення коефіцієнта несинусоїдності електричного сигналу, одержаного схемою регулювання величини виправленої напруги, де використовувались два тиристри, які вмикались до обвиток трансформатора (див. рис.1).

Часові діаграми відповідають режиму активного навантаження (рис.1, б, в). У момент відкриття тиристора  $T1$  напруга  $U_d$  на навантаженні  $R_d$  різко зростає і далі змінюється по кривій фазної напруги  $U_{2a}$ . У момент  $t_2$  напруга  $U_{2a}$  міняє знак, тиристор  $T1$  закривається, в інтервалі  $t_2 - t_3$  обидва вентиля будуть закриті і струм  $i_d$  у навантаженні не проходить. В момент  $t_3$  відкривається тиристор  $T2$  і залишається відкритим до моменту  $t_4$ . Далі через інтервал часу, що рівний куту  $\alpha$ , знову приступить до роботи тиристор  $T1$  і т.д.

При роботі випрямляча на активне навантаження крива випрямленого струму  $i_d$  повністю повторює форму кривої напруги  $U_d$  (рис.1, б і в). В інтервалі  $t_0 - t_1$  до тиристора  $T1$  прикладена пряма напруга  $U_{np} = U_{2a}$ , в інтервалі  $t_1 - t_2$  тиристор  $T1$  відкритий і падіння напруги на ньому практично дорівнює нулю. У момент  $t_2$ , коли струм  $i_d$  рівний нулю, тиристор  $T1$  закривається і до нього прикладається зворотна напруга, рівна фазній  $-U_{2a}$ , оскільки тиристор  $T2$  також закритий. У момент  $t_3 = \pi + \alpha$  відкривається тиристор  $T2$  і до тиристора  $T1$  прикладається міжфазова напруга вторинної обвитки трансформатора, яка буде діяти на ньому до моменту  $t_4 = 2\pi$ , коли тиристор  $T2$  закриється. У подальшому процеси в схемі будуть повторятись через кожний період.



а-принципова схема; б-в-діаграми напруг в елементах

Рис.1 Тиристорний випрямляч

Очевидно, якщо змінювати кут  $\alpha$  (зсувати по фазі керуючі імпульси  $U_k$  відносно напруги на анодах тиристорів), то буде змінюватись час відкриття тиристорів і відповідно величина

випрямленої напруги, середнє значення якої буде визначатись виразом:

$$U_d = U_{d0} \frac{1 + \cos \alpha}{2}, \quad (17)$$

де  $U_{d0} = 0,9U_2$  - найбільше значення випрямленої

напруги при повністю відкритих ( $\alpha=0$ ) тиристорах  $T1$  і  $T2$ .

При роботі випрямляча на активне навантаження і регулюванні випрямленої напруги від 0 до  $U_{d0}$ , як видно з формули, кут регулювання  $\alpha$  необхідно змінювати від  $\alpha_{\max} = 180^\circ$  до  $\alpha_{\min} = 0$ . Дійсно, якщо  $\alpha = 180^\circ$ , то  $\cos 180^\circ = -1$  і  $U_d = 0$ ; при  $\alpha = 0$ ,  $\cos 0 = 1$  і  $U_d = U_{d0} = 0,9U_2$ .

Відповідно, робочий режим некерованого випрямляча є граничним, до якого наближається керуючий випрямляч при куті керування  $\alpha = 0$ .

На відміну від некерованого випрямляча, вентилі якого витримують тільки зворотну напругу, вентилі керованого перетворювача повинні витримувати як пряму, так і зворотну напругу. При активному навантаженні максимальне значення зворотної напруги на закритому в даний півперіод тиристорі при кутах  $\alpha < 90^\circ$  дорівнює амплітуді напруги всієї вторинної обвитки трансформатора.

Значення прямої напруги  $U_{np}$  на закритому тиристорі при  $\alpha < 90^\circ$  залежить від кута регулювання наступним чином:

$$U_{np} = \sqrt{2}U_2 \sin \alpha. \quad (18)$$

При  $\alpha = 90^\circ$  значення  $U_{np}$  досягає максимуму. Середнє значення випрямленого струму визначається як  $I_d = U_d/R_d$ , де  $U_d$  можна вирахувати за формулою (17). При куті регулювання  $\alpha = 0$  в

навантаженні буде найбільший струм  $I_d = U_{d0}/R_d$ .

Коефіцієнти несинусоїдності кривих напруг, значення яких регламентується стандартом визначається за формулою [2]:

$$K_{nc} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^n U_k^2}}{U_n}, \quad (19)$$

де  $U_k$ —номінальне значення напруги  $k$ -ої гармоніки;  $U_n$ —значення випрямленої напруги на виході перетворювача при кутах відкриття:  $\alpha_1 = 10^\circ$ ,  $\alpha_2 = 30^\circ$  та  $\alpha_3 = 80^\circ$ .

Вибірки значень напруг здійснювались з використанням осцилограм напруг при різних кутах відкриття.

Основними параметрами, які враховувались при визначенні оптимальності описаних алгоритмів, були: швидкодія та точність обчислень. Швидкодія залежить від кількості логічних множень та додавань у межах заданої вибірки.

При апаратній та програмній реалізаціях методів необхідно враховувати те, що представлені дані на кожному етапі обчислень не є точними: проводиться заокруглення даних та масштабування [11].

Результати досліджень зведені в табл. 1.

Таблиця 1- Результати досліджень

| Досліджуваний метод         | Значення $K_{nc}$ , % |                       |                       | Кількість арифметичних операцій | Кількість гармонік, що досліджувалися | Швидкодія методу, % |
|-----------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------|
|                             | $\alpha_1 = 10^\circ$ | $\alpha_2 = 30^\circ$ | $\alpha_3 = 80^\circ$ |                                 |                                       |                     |
| Дані взяті з літератури [8] | 8,24                  | 9,32                  | 3,04                  | 121                             | 16                                    | —                   |
| Гуда-Томаса                 | 12,11                 | 11,32                 | 7,74                  | 240                             | 16                                    | 30,8                |
| Винограда                   | 9,05                  | 9,27                  | 4,05                  | 74                              | 16                                    | 100                 |

Швидкодія методів визначалась наступним чином: для методу Винограда була прийнята за 100%, для методу Гуда-Томаса вона становила 30,8% (враховувалась кількість множень та додавань).

Усі необхідні розрахунки проводились на персональному комп'ютері з використанням математичного пакета MathCad.

Перевагою алгоритму Винограда над алгоритмом Гуда-Томаса при обчисленні спектральної щільності електричних напруг є менша

кількість арифметичних операцій. При 16-ти точках розбиття кривої напруги з використанням алгоритму Винограда виконується 74 арифметичні операції, а при 15-ти точках розбиття кривої напруги з використанням алгоритму Гуда-Томаса — 240 операцій.

Менша кількість операцій множення гарантує меншу величину відносної похибки при обчисленні та більшу точність отриманих результатів (див. табл.1).

Алгоритм Винограда ефективніший за

алгоритм Гуда–Томаса при малій кількості точок розбиття кривої досліджуваної напруги.

Кожний з методів ставить ряд вимог щодо кількості вибірок.

1.ГОСТ 23875-88. Качество электрической энергии. Термины и определения. 2.ГОСТ 13109-97. Электрическая энергия. Электромагнитная совместимость технических средств. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. 3.Жежеленко И.В., Рабинович М.Л., Божко В.М. Качество электроэнергии на промышленных предприятиях.—К.:Техніка, 1981.—С.156-158. 4.Ванько В., Столярчук П. Проблеми контролю якості електроенергії в електричних мережах//Вимірювальна техніка та метрологія, 2001.— №58.—С.47-56. 5.Таранов С.Г., Брайко В.В., Тесник Ю.Ф., Марфайзиев О.М. Принципы построения прецизионных источников статистических показателей качества электроэнергии.—Технічна електродинаміка,— 2003,—№4,—С.38-41. 6.Буняк А.М. Использование дискретного преобразования Фурье для определения параметров качества электроэнергии

вычислительными устройствами//Изв. вузов СССР—Энергетика, 1982.— №6.—С.7-12. 7.Буняк А.М., Шелестовский Б.Г. Выбор оптимального алгоритма для определения параметров качества электроэнергии вычислительными устройствами//Изв. вузов СССР—Энергетика, 1984.— №10.—С.21-25. 8.Штада Д., Лирс А. Аналоговая модель для определения показателей качества электроэнергии//Промышленная энергетика. 1984.—№7.—С.54-56. 9.Буняк А., Тиш А. Дослідження алгоритму Гуда–Томаса для визначення несинусоїдності змінної напруги електричної мережі // Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2003.— Том 8.— №2.— С.105-111. 10.Буняк А., Тиш А. Дослідження алгоритму Винограда для визначення несинусоїдності змінної напруги електричної мережі // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. 2003.— Том 1.— Випуск 19.— С.75-81. 11.Рабинер Р., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов/Под ред. Ю.И.Александрова.—М.:Мир, 1978.—532с.