

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ З'ЄДНАННЯ “КОРПУС (ШАРОШКА) – ТВЕРДОСПЛАВНА ВСТАВКА”

В.А.Корнута

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 45369,
e-mail: ikg@nimg.edu.ua

Досліджено модель конструкції з проміжним тілом з'єднання шарошка-твердосплавна вставка. Модель отримано на основі розв'язку осесиметричної задачі про напружено-деформований стан (НДС) складеного з натягом трикомпонентного нескінченного циліндра. Проведено порівняння НДС з'єднань без проміжного тіла та з проміжним тілом у випадку, коли матеріали тіл не переходять у пластичний стан. Визначено напрямки подальших досліджень.

Ключові слова: з'єднання з натягом, напружено-деформований стан, напруження, шарошкове долото, з'єднання зубок-шарошка

Рассмотрена модель конструкции с промежуточным телом соединения «шарошка-твердосплавная вставка». Модель получена на основе решения осесимметричной задачи о напряженно деформированном состоянии (НДС) составленного с натягом трехкомпонентного бесконечного цилиндра. Проведено сравнение НДС соединений без промежуточного тела и с промежуточным телом в случае, когда материалы тел не переходят в пластичное состояние. Определены направления последующих исследований.

Ключевые слова: соединение с натягом, напряженно-деформированное состояние, напряжения, шарошечное долото, соединение зубок- шарошка

The mathematical model of stress state for new construction of connection «compacts-cone» with the intermediate body is investigated. Model is got on the basis of decision axisymmetrical task about the stress state of the three-component endless cylinder which was coupled with pressure. Both with and without an intermediate body bonds stress states are made a comparison in the case when goods of bodies do not pass to the plastic condition. Directions of future investigations are defined.

Keywords: pressure coupling, mode of deformation, stress, rolling cutter bit, junction tooth – roller

У роботах [1, 2] наведено огляд та аналіз сучасних підходів до моделювання та проектування з'єднання з натягом, зокрема з'єднання “твердосплавний зубець – шарошка бурового долота”. На основі аналізу апріорної інформації про особливості роботи з'єднання “зубець – шарошка” у роботі [2] запропоновано нову конструкцію з'єднання, що містить проміжне тіло. Проте залишається відкритим питання добору параметрів деталей з'єднання, одним із шляхів вирішення якого є розвиток/розробка відповідних математичних моделей.

Зважаючи на характерні геометричні розміри деталей з'єднання побудова аналітичної моделі для наближеної до реальної конструкції є складним завданням. Тому приймаємо як геометричну модель багатоконпонентний довгий циліндр, зібраний з натягом. Роботу [3] присвячено моделюванню напружено-деформованого стану двокомпонентного циліндра із суцільною вставкою. Застосуємо описаний у роботі [3] підхід з використанням змішаних граничних умов для створення аналітичної моделі запропонованого у [2] конструктивного виконання з'єднання “зубець-шарошка”.

Розглянемо задачу для складеного з натягом трикомпонентного нескінченного циліндра (рис. 1). Маємо три області

$$\Omega_1 = [0, r_1], \quad \Omega_2 = (r_1, r_2), \quad \Omega_3 = (r_2, r_3),$$

спряжені поверхнями $r = r_1$ та $r = r_2$. Матеріали ізотропні з пружними сталими E_i, μ_i при $r \in \Omega_i, i = 1, 2, 3$. На поверхні спряження $r = r_1$ задано радіальний натяг δ_{12} , а на поверхні спряження $r = r_2$ задано радіальний натяг δ_{23} . Необхідно знайти напруження та переміщення у трикомпонентному циліндрі.

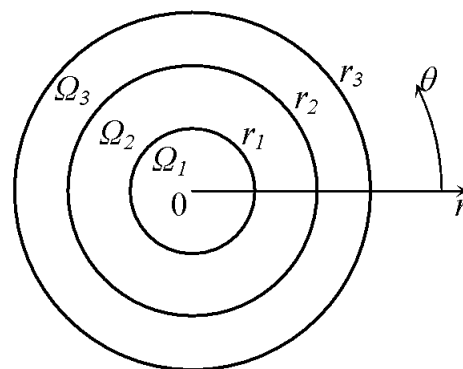


Рисунок 1 – Складений трикомпонентний циліндр

Поставлена задача – осесиметрична. Розв'язок такої задачі в переміщеннях шукаємо згідно з [4]:

диференційних рівнянь рівноваги:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ru_i) \right) = 0, \quad r \in \Omega_i, \quad i = 1, 2, 3; \quad (1)$$

закону Гука для плоско-напруженого стану:

$$\sigma_{rr_i} = \frac{E_i}{1 - \mu_i^2} \left(\frac{du_i}{dr} + \frac{\mu_i u_i}{r} \right),$$

$$r \in \Omega_i, \quad i = 1, 2, 3; \quad (2)$$

$$\sigma_{\theta\theta_i} = \frac{E_i}{1 - \mu_i^2} \left(\frac{u_i}{r} + \frac{\mu_i du_i}{dr} \right),$$

$$r \in \Omega_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3)$$

де шукана функція $u_i = u_i(r)$ - радіальні переміщення. Приймаємо $\sigma_{zz} = 0$.

Як і у роботі [3], для спрощення викладу та інтерпретації результатів введемо певні позначення. Так, тіло, що займає область Ω_1 , обмежене охоплюваною поверхнею $r = r_1$, назовемо "вал"; тіло, що займає область Ω_2 , обмежене охоплюючою поверхнею $r = r_1$ та охоплюваною поверхнею $r = r_2$ - "втулка"; тіло, що займає область Ω_3 , обмежене охоплюючою поверхнею $r = r_2$ та поверхнею $r = r_3$ назовемо "отвір", що відповідає визначенням [5]. Разом з позначеннями приймемо такі припущення:

1) радіуси до деформації поверхонь вала, втулки та отвору позначаємо великими буквами з відповідними індексами, а оскільки області Ω_2 і Ω_3 двозв'язні, то менший радіус позначимо другим індексом "1", а більший - "2": $R_{12}, R_{21}, R_{22}, R_{31}, R_{32}$;

2) після створення з'єднання тіла деформуються і охоплювана та охоплююча поверхні з радіусами відповідно R_{12} і R_{21} , набувають спільного радіуса контакту R_{c1} , а радіусів R_{22} і R_{31} - R_{c2} ;

3) сума переміщень поверхонь тіл рівна геометричному натягу:

$$\Delta_{12} + \Delta_{21} = \delta_{12}, \quad \Delta_{22} + \Delta_{31} = \delta_{23};$$

$$4) \quad R_{12} - \Delta_{12} = R_{21} + \Delta_{21} = R_{c1},$$

$$R_{22} - \Delta_{22} = R_{31} + \Delta_{31} = R_{c2};$$

5) оскільки розглядаємо пружну задачу, а δ_{12} та δ_{23} малі відносно радіусів відповідних тіл, за радіус контакту можна приймати довільно один з радіусів R_{12} або R_{21} для поверхні r_1 (оскільки це не є точний радіус контакту R_{c1}) і R_{22} або R_{31} для поверхні r_2 (R_{c2});

6) радіальні напруження на поверхнях контакту не додатні.

Відповідно до введених позначень та припущень граничні умови набудуть вигляду:

$$u_1|_{r=0} = 0, \quad u_1|_{r=r_1} = -\Delta_{12},$$

$$u_2|_{r=r_1} = \Delta_{21}, \quad u_2|_{r=r_2} = -\Delta_{22},$$

$$u_3|_{r=r_2} = \Delta_{31},$$

$$u_2|_{r=r_1} - u_1|_{r=r_1} = \delta_{12}, \quad (4)$$

$$u_3|_{r=r_2} - u_2|_{r=r_2} = \delta_{23},$$

$$\sigma_{rr_2}|_{r=r_1} - \sigma_{rr_1}|_{r=r_1} = 0,$$

$$\sigma_{rr_3}|_{r=r_2} - \sigma_{rr_2}|_{r=r_2} = 0.$$

У роботі [3] показано, що для з'єднання "зубець-шарошка", залежно від конструкції шарошки, крайові умови на зовнішній поверхні циліндра можуть відповідати "вільному краю", тобто на $r = r_3 = R_{32}$:

$$\sigma_{rr_3}(r)|_{r=r_3=R_{32}} = 0; \quad (5)$$

або закріпленню з рівними нулю радіальними переміщеннями:

$$u_3|_{r=r_3=R_{32}} = 0. \quad (6)$$

Для визначеності, назовемо задачу з крайовими умовами, що визначаються формулами (4), (5) "задача 1", а задачу з крайовими умовами згідно (4), (6) - "задача 2".

З урахуванням прийнятих граничних умов для задачі 1 розв'язок рівняння (1) набуде вигляду (7) для вала, (8) для втулки ($r \geq 0$) та (9) для отвору:

$$u_1(r) = -\frac{\Delta_{12} r}{r_1}; \quad (7)$$

$$u_2(r) = \frac{r^2 - r_1 r_2}{r_1^2 - r_2^2} \frac{\Delta_{21} r_1 + \Delta_{22} r_2}{r}; \quad (8)$$

$$u_3(r) = \frac{(1 + \mu_2) r_3^2 + (1 - \mu_2) r^2}{(1 + \mu_2) r_3^2 + (1 - \mu_2) r^2} \frac{\Delta_{31} r_2}{r}. \quad (9)$$

Для задачі 2 розв'язок рівняння (1) для вала та втулки набуде вигляду (7) та (8) відповідно, а для отвору - (10), враховуючи, що $r \geq 0$:

$$u_3(r) = \frac{r^2 - r_3^2}{r_2^2 - r_3^2} \frac{\Delta_{31} r_2}{r}. \quad (10)$$

З урахуванням розв'язків (7), (8) і (9) вирази напружень (2), (3) у валі, втулці та отворі для задачі 1 набудуть вигляду відповідно (11), (12) і (13):

$$\sigma_{rr_1}(r) = \sigma_{\theta\theta_1}(r) = -\frac{E_1}{1 - \mu_1} \frac{\Delta_{12}}{r_1}, \quad (11)$$

$$\sigma_{rr_2}(r) = -\frac{E_2}{1-\mu_2^2} \frac{(1+\mu_2)r^4 + (1-\mu_2)r_1r_2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{\Delta_{22}r_2 + \Delta_{21}r_1}{r^2}; \quad (12)$$

$$\sigma_{\theta\theta_2}(r) = -\frac{E_2}{1-\mu_2^2} \frac{(1+\mu_2)r^4 - (1-\mu_2)r_1r_2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{\Delta_{22}r_1 + \Delta_{21}r_2}{r^2};$$

$$\sigma_{rr_3}(r) = -\frac{E_3}{1-\mu_3^2} \frac{(1+\mu_2)(1-\mu_3)r_3^2 - (1-\mu_2)(1+\mu_3)r^2}{(1+\mu_2)r_3^2 + (1-\mu_2)r_2^2} \frac{\Delta_{31}r_2}{r^2}; \quad (13)$$

$$\sigma_{\theta\theta_3}(r) = \frac{E_3}{1-\mu_3^2} \frac{(1+\mu_2)(1-\mu_3)r_3^2 + (1-\mu_2)(1+\mu_3)r^2}{(1+\mu_2)r_3^2 + (1-\mu_2)r_2^2} \frac{\Delta_{31}r_2}{r^2}.$$

Для задачі 2 з урахуванням розв'язків (7), (8) і (10) вирази напружень (2), (3) вала, втулки та отвору набудуть вигляду відповідно (11), (12) і (14):

$$\sigma_{rr_3}(r) = -\frac{E_3}{1-\mu_3^2} \frac{(1-\mu_3)r_3^2 + (1+\mu_3)r^2}{r_3^2 - r_2^2} \frac{\Delta_{31}r_2}{r^2}, \quad (14)$$

$$\sigma_{\theta\theta_3}(r) = \frac{E_3}{1-\mu_3^2} \frac{(1-\mu_3)r_3^2 - (1+\mu_3)r^2}{r_3^2 - r_2^2} \frac{\Delta_{31}r_2}{r^2}.$$

Переміщення Δ_{12} , Δ_{21} , Δ_{22} , Δ_{31} для задачі 1 знайдено у вигляді:

$$\Delta_{12} = -\frac{(1-\mu_1)E_2}{(1-\mu_2^2)E_1} \times \frac{2\Delta_{22}r_1r_2 + \Delta_{21}((1-\mu_2)r_2^2 + (1+\mu_2)r_1^2)}{r_1^2 - r_2^2}; \quad (15)$$

$$\Delta_{21} = -(2\Delta_{22}r_1r_2E_2(1-\mu_1) + E_1(1-\mu_2^2)(r_1^2 - r_2^2)\delta_{12}) \times \\ \times \left\{ (1+\mu_2)((1-\mu_1)E_2 - (1-\mu_2)E_1)r_1^2 + (1-\mu_2)((1-\mu_1)E_2 + (1+\mu_2)E_1)r_2^2 \right\}^{-1}; \quad (16)$$

$$\Delta_{22} = \left\{ E_3(1+\mu_3)(\mu_2 - 1)^2((1-\mu_1)E_2 - E_1(1+\mu_2))r_2^4\delta_{23} + 2E_2E_1(1-\mu_3)(1+\mu_3)(1-\mu_2)r_2^3r_1\delta_{12} + \right. \\ \left. + E_3(1-\mu_2)(1+\mu_2)\left[(1-\mu_1)\left((1+\mu_3)r_1^2 - r_3^2(1-\mu_3) \right)E_2 + \left\{ (1+\mu_3)r_1^2 - r_3^2(1-\mu_3) \right\}\mu_2 - (1+\mu_3)r_1^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - r_3^2(1-\mu_3) \right\}E_1 \right] \delta_{23}r_2^2 + 2E_2E_1r_1r_3^2\delta_{12}(1-\mu_3)(1+\mu_3)(1+\mu_2)r_2 - E_3(1-\mu_3)(1+\mu_2)^2 \times \quad (17)$$

$$\times \left\{ (1-\mu_1)E_2 - E_1(1-\mu_2) \right\} r_1^2 r_3^2 \delta_{23} \left\{ (1-\mu_2)(1+\mu_3)((1-\mu_2)E_3 - E_2(1-\mu_3))((1-\mu_1)E_2 + E_1(1+\mu_2))r_2^4 + \right. \\ \left. \times \left[(1-\mu_2)(1+\mu_2)\left\{ (1-\mu_1)\left((1+\mu_3)r_1^2 - r_3^2(1-\mu_3) \right)E_2 + E_1\left[(1+\mu_3)r_1^2 - r_3^2(1-\mu_3) \right]\mu_2 - (1+\mu_3)r_1^2 - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - r_3^2(1-\mu_3) \right\} \right] E_3 - (1+\mu_3)E_2 \left\{ (r_1^2 + r_3^2)\mu_2 - r_1^2 + r_3^2 \right\} (1-\mu_1)E_2 + E_1 \left\{ (r_1^2 + r_3^2)\mu_2^2 + (2r_3^2 - 2r_1^2)\mu_2 + \right. \\ \left. + r_1^2 + r_3^2 \right\} (1-\mu_3) \right] r_2^2 + (1+\mu_2)(1-\mu_3)((1+\mu_2)E_3 - E_2(1+\mu_3)) \times ((1-\mu_2)E_1 - E_2(1-\mu_1))r_3^2r_1^2 \left. \right\}^{-1};$$

$$\Delta_{31} = \left\{ E_2(1+\mu_3)(1-\mu_3)(1+\mu_2)E_1 + E_2(1-\mu_1)((1-\mu_2)r_2^2 + r_3^2(1+\mu_2))\Delta_{22}r_2^2 + 2E_1r_1r_2\delta_{12} + \right. \\ \left. + (E_1(1-\mu_2) - E_2(1-\mu_1))r_1^2\Delta_{22} \right\} \cdot \left\{ E_3((1+\mu_2)(1-\mu_3)r_3^2 - r_2^2(1-\mu_2)(1+\mu_3)) \times \right. \\ \left. \times ((1+\mu_2)E_1 + E_2(1-\mu_1))(1-\mu_2)r_2^2 - r_1^2(1+\mu_2)((1-\mu_2)E_1 - E_2(1-\mu_1)) \right\}^{-1}. \quad (18)$$

Для задачі 2 переміщення Δ_{12} знаходимо за формулою (15), Δ_{21} - за (16), Δ_{22} - за (19) і Δ_{31} - за (20).

$$\Delta_{22} = \left\{ E_3(1+\mu_3)(\mu_2 - 1)^2((1-\mu_1)E_2 - E_1(1+\mu_2))r_2^4\delta_{23} - 2E_2E_1(1-\mu_3)(1+\mu_3)r_2^3r_1\delta_{12} - E_3 \times \right. \\ \left. \times \left[(1-\mu_1)\left((1+\mu_3)(1+\mu_2)r_1^2 + r_3^2(1-\mu_2)(1-\mu_3) \right)E_2 - E_1(1+\mu_2)(1-\mu_2)\left((1+\mu_3)r_1^2 - r_3^2(1-\mu_3) \right) \right] \times \right. \\ \left. \times r_2^2\delta_{23} + 2E_2E_1(\mu_3 - 1)(1+\mu_3)r_1r_2r_3^2\delta_{12} - E_3(1-\mu_3)(1+\mu_2)((1-\mu_1)E_2 - E_1(1-\mu_2))r_1^2r_3^2\delta_{23} \right\} \times \\ \times \left\{ (1+\mu_3)((1-\mu_1)E_2 + E_1(1+\mu_2))((1-\mu_3)E_2 - E_3(1-\mu_2))r_2^4 - \left[(1-\mu_3)(1+\mu_3)(1-\mu_1)(r_1^2 + r_3^2)E_2^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left\{ (1-\mu_1)\left((1+\mu_2)(1+\mu_3)r_1^2 + r_3^2(1-\mu_2)(1-\mu_3) \right)E_3 - E_1(1-\mu_3)(1+\mu_3)\left((1-\mu_2)r_1^2 - r_3^2(1+\mu_2) \right) \right\} E_2 - \right. \right. \\ \left. \left. - E_1E_3(1+\mu_2)(1-\mu_2)\left((1+\mu_3)r_1^2 - r_3^2(1-\mu_3) \right) \right] r_2^2 + (1-\mu_3)(1+\mu_3)E_2 - E_3(1+\mu_2)((1-\mu_1)E_2 - \right. \\ \left. - E_1(1-\mu_2))r_3^2r_1^2 \right\}^{-1}; \quad (19)$$

$$\Delta_{31} = \left\{ E_2 (1 - \mu_3^2) \right\} \left\{ \left[(1 + \mu_2) E_1 + E_2 (1 - \mu_1) \right] \Delta_{22} r_2^2 - 2 E_1 r_1 r_2 \delta_{12} + \left[(1 - \mu_1) E_2 - E_1 (1 - \mu_2) \right] r_1^2 \Delta_{22} \right\} \times \left(r_2^2 - r_3^2 \right) \cdot \left\{ E_3 \left[(1 + \mu_3) r_2^2 + r_3^2 (1 - \mu_3) \right] \left[(1 + \mu_2) \left[(1 - \mu_1) E_2 - E_1 (1 - \mu_2) \right] r_1^2 + (1 - \mu_2) \times \right. \right. \right. \left. \left. \left. \times \left[(1 + \mu_2) E_1 + E_2 (1 - \mu_1) \right] r_2^2 \right] \right\}^{-1} \quad (20)$$

Таким чином, приймаючи за радіуси контакту R_{21} та R_{31} (як і у [3]), отримано замкнені розв'язки для поставлених задач розрахунку напружено-деформованого стану з'єднання з проміжним тілом для вільної та закріпленої зовнішньої границі: для задачі 1 — формули (7), (8), (9), (11), (12), (13), (15), (16), (17), (18); для задачі 2 — (7), (8), (10), (11), (12), (14), (15), (16), (19), (20). Отримані розв'язки, як і для задач з роботи [3], можуть бути застосовані лише для достатньо довгих циліндрів з гладкими поверхнями. Однак, незважаючи на вказані обмеження та громіздкість формул, модель дає змогу дослідити конструкцію на оптимальне співвідношення основних геометричних параметрів, як то: радіусів циліндрів, натягів, необхідних механічних характеристик матеріалів. Громіздкість формул викликана тим, що значна частина елементів формул є константами матеріалів, однак символічне представлення характеристик матеріалу дає змогу проводити моделювання роботи з'єднання незалежно від обраних матеріалів. Також можна визначати характеристики матеріалів, необхідні для забезпечення роботоздатності конструкції із заданими значеннями геометричних параметрів.

Вибір матеріалу деталей, як правило, проводиться з обмеженого набору доступних матеріалів не лише з міркувань забезпечення ними відповідних характеристик міцності, але і з міркувань, які не враховано під час побудови моделі (наприклад, забезпечення зносостійкості, тріщиностійкості тощо). Для визначеності оберемо матеріалом деталей часто використовувані сплав ВК 8 для вставки (зубця) та 14ХНЗМА для втулки і отвору (шарошки).

Характеристики матеріалів та геометричні параметри з'єднання зведено до табл. 1, а на рис. 2 наведено графіки зміни напружень від осі з'єднання вздовж радіуса для задачі 1 (а) та задачі 2 (в). Для порівняння на рис. 2 наведено також результати, отримані за розрахунками згідно моделі 1 та моделі 3 у [3].

Нижні значення механічних характеристик матеріалів втулки та отвору наведено у ГОСТ/ТУ, верхні досягаються термообробкою на виробництві.

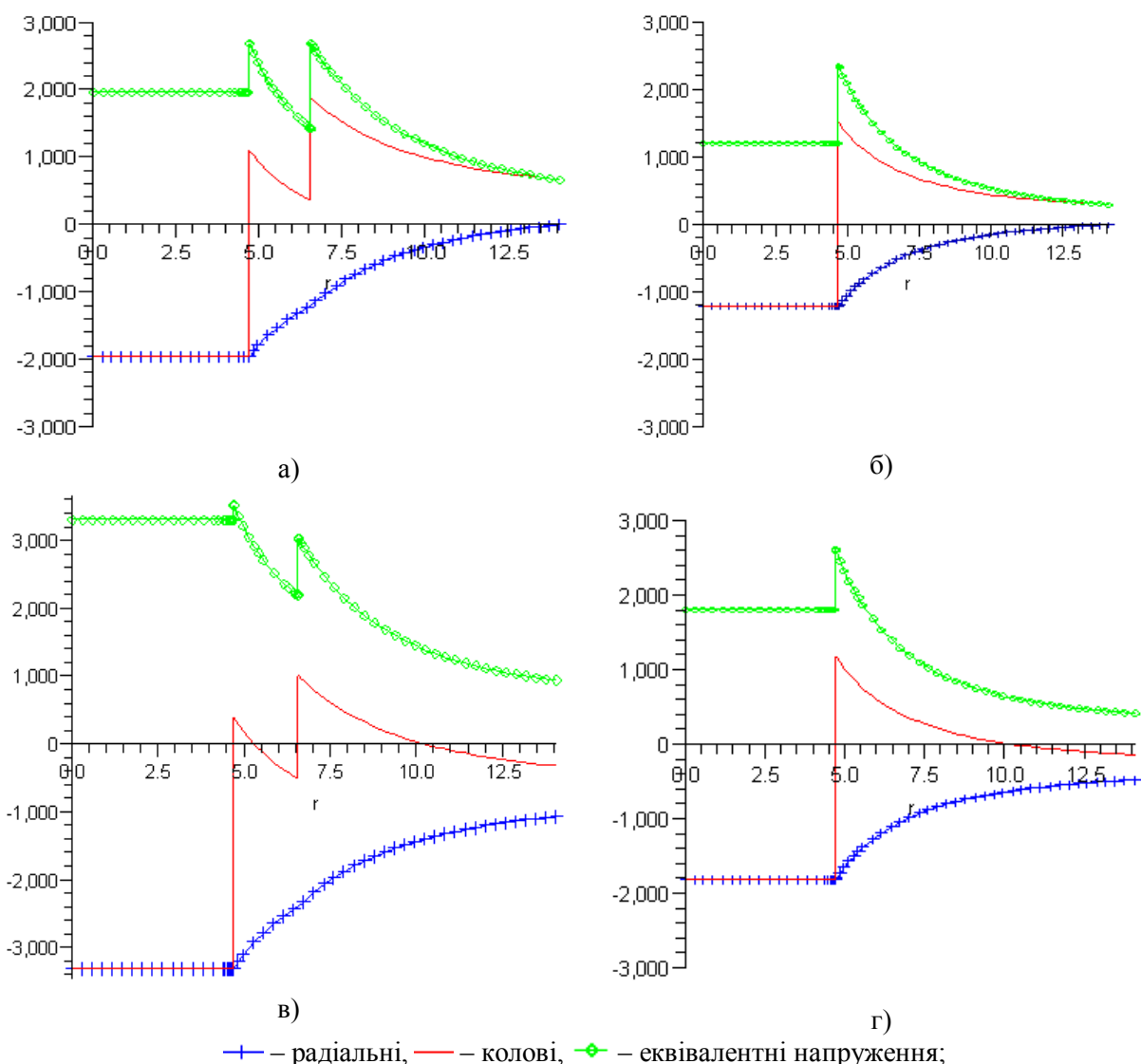
З даних табл. 1 максимальний табличний натяг становитиме 0,14 мм, мінімальний — 0,077 мм на обох радіусах контакту. Зниження натягу відносно табличного внаслідок впливу мікронерівностей шорсткості та неточності геометрії не враховуємо. Результати, наведені на рис. 2, обчислено для натягу 0,1 мм. Величина натягу однакова на обох радіусах контакту.

З наведених графіків видно: введення проміжного тіла у з'єднання з натягом призводить до перерозподілу напружень та зміни співвідношення величини компонент напружень. У з'єднанні з проміжним тілом підвищується рівень еквівалентних напружень у вставці відносно з'єднання двох тіл (1962 МПа проти 1204 МПа та 1962 МПа проти 1808 МПа для пар задача 1/Модель 1 та задача 2/Модель 3) та отворі (2693/2698 МПа проти 2351 МПа і 3532/3042 МПа проти 2615 МПа). Однак, якщо у з'єднанні двох тіл високий рівень еквівалентних напружень визначається високим рівнем обох (радіальної та колової) компонент напружень, то у з'єднанні з трьох тіл спостерігається високий рівень власне радіальних напружень, колові напруження значно нижчі. Величина радіальних напружень у з'єднанні з проміжним тілом складає: 1961/1209 МПа проти 1686 МПа у з'єднанні без проміжного тіла для пари задача 1/Модель 1; 3312/2402 МПа проти 1808 МПа — для пари задача 2/Модель 3. У чисельнику вказано радіальне напруження на меншому радіусі, у знаменнику — на більшому радіусі контакту для конструкції з проміжним тілом. Відповідні колові напруження складають 1110/1882 МПа проти 1506 МПа і 405/1019 МПа проти 1190 МПа.

Результати розрахунків, наведені на рис. 2, свідчать, що рівень еквівалентних напружень у деталях з'єднання навіть за середнього натягу

Таблиця 1 – Числові значення механічних характеристик матеріалів та геометричних параметрів деталей з'єднання

Характеристика/ параметр матеріалу	Тіло	Вал	Втулка	Отвір
Модуль пружності Юнга E_i , МПа		$6,3 \times 10^5$	$2,0 \times 10^5$	$2,0 \times 10^5$
Коефіцієнт Пуассона μ_i		0,3	0,3	0,3
Границя плинності $\sigma_T(\sigma_{0,2})$, МПа		–	680÷834	680÷834
Границя міцності σ_B , МПа		2400÷3200	980÷1600	980÷1600
Внутрішній діаметр d_{i1} , мм		–	$9,37^{+0,05}$	$12,978^{+0,05}$
Зовнішній діаметр d_{i2} , мм		$9,51_{-0,013}$	$13,118_{-0,013}$	≈28



а), в) – радіальна і колова компоненти напружень та еквівалентні за Мізесом напруження для за-
дач 1 і 2; б), г) – радіальна і колова компоненти напружень та еквівалентні за Мізесом напруження
для моделей 1 і 3 за результатами [3]

Рисунок 2 – Графіки зміни напружень вздовж радіуса

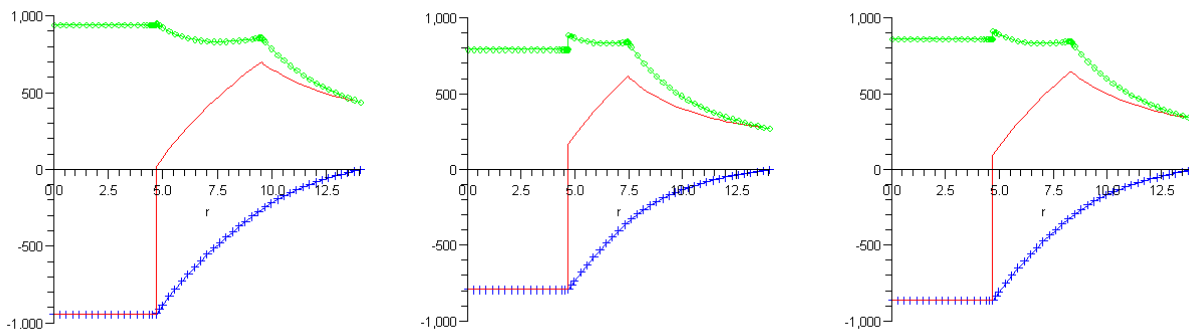
для всіх конструкцій перевищують границі плинності, та, навіть, міцності матеріалів втулки і отвору. Однак реальні конструкції шарошок працюють за натягу в межах $0,07 \div 0,14$ мм. Отже можна констатувати, що в реальних з'єднаннях матеріал шарошки працює у пластичній області. У роботі [1] наведено формули розрахунку напружено-деформованого стану з'єднань, у яких внаслідок високих натягів перевищено границі плинності матеріалів деталей. Використовуючи вказані формули отримуємо результати, наведені на рис. 3. Слід зауважити, що тут використовується модель із вільним зовнішнім краєм, матеріал ідеально пружно-пластичний [6].

З рис. 3 видно: з врахуванням пластичності радіальне напруження за максимального натягу складає 942 МПа, мінімального — 792 МПа, середнього — 863 МПа. Область пластичності приводить до перерозподілу напружень: колові напруження сягають максимуму не на поверхні

контакту, а на поверхні, що розділяє області з пружними та пластичними деформаціями. Еквівалентні напруження на контактній поверхні отвору складають відповідно 952 МПа, 890 МПа та 917 МПа.

Дослідимо, при яких натягах за моделями 2 та 3 з роботи [3] у деталях з'єднання двох тіл еквівалентні напруження не перевищують границю пружності. Для моделі 2 відповідний натяг складає 0,0355 мм, а для моделі 3 — 0,0317 мм. Радіальне напруження (контактний тиск) складає відповідно 427 МПа та 574 МПа, що приблизно наполовину менше, ніж у реальних конструкціях (рис. 3).

У роботі [2] вказано, що у з'єднанні з натягом для досягнення максимально ефективного закріплення вала в отворі необхідно досягнути максимально можливого рівня радіальних напружень без перевищення еквівалентними напруженнями допустимого рівня. Гранично допустимим рівнем еквівалентних напружень слід



а) – максимальний (0,14 мм); б) – мінімальний (0,07 мм); в) – середній натяг (0,1 мм).

Рисунок 3 – Графіки зміни напружень вздовж радіуса із врахуванням пластичності матеріалу шарошки (отвору)

вважати границю плинності, згідно наведених у [1, 2] результатів. Таким чином, метою вдосконалення досягнення рівня радіальних напружень не нижче діючих у реальних конструкціях (792÷942 МПа) та зниження максимальних значень еквівалентних напружень до рівня границі плинності матеріалу отвору, як більш м'якого (≈ 830 МПа).

У роботі [3] показано, що незначні зміни значення радіуса контакту незначно впливають на величину напружень і практично не змінюють характер розподілу напружень. Згідно табл. 1 та практики конструювання шарошок доліт для прийнятого типорозміру озброєння значна зміна радіусів з'єднання неможлива. Таким чином, вибір одного набору з множини можливих значень радіусів дає змогу спростити дослідження та не вносить суттєвих спотворень у результати. Тому досліджуватимемо зміну напружень від зміни натягів при обраних сталих значеннях r_1 . Також зафіксуємо r_3 .

У наведених вище прикладах результатів розрахунку прийнято відомі з апріорної інформації середні натяги 0,1 мм як для з'єднання двох, так і трьох тіл (на обох радіусах контакту). Зважаючи на поставлене вище завдання вдосконалення конструкції такої натяг є великим, оскільки призводить до перевищення напруженнями границі плинності. Крім того, при конструюванні з'єднання з проміжним тілом необхідно враховувати зміну натягу на одному радіусі під впливом натягу на іншому радіусі контакту. Тому необхідно дослідити не лише вплив величини натягів, але й їх співвідношення.

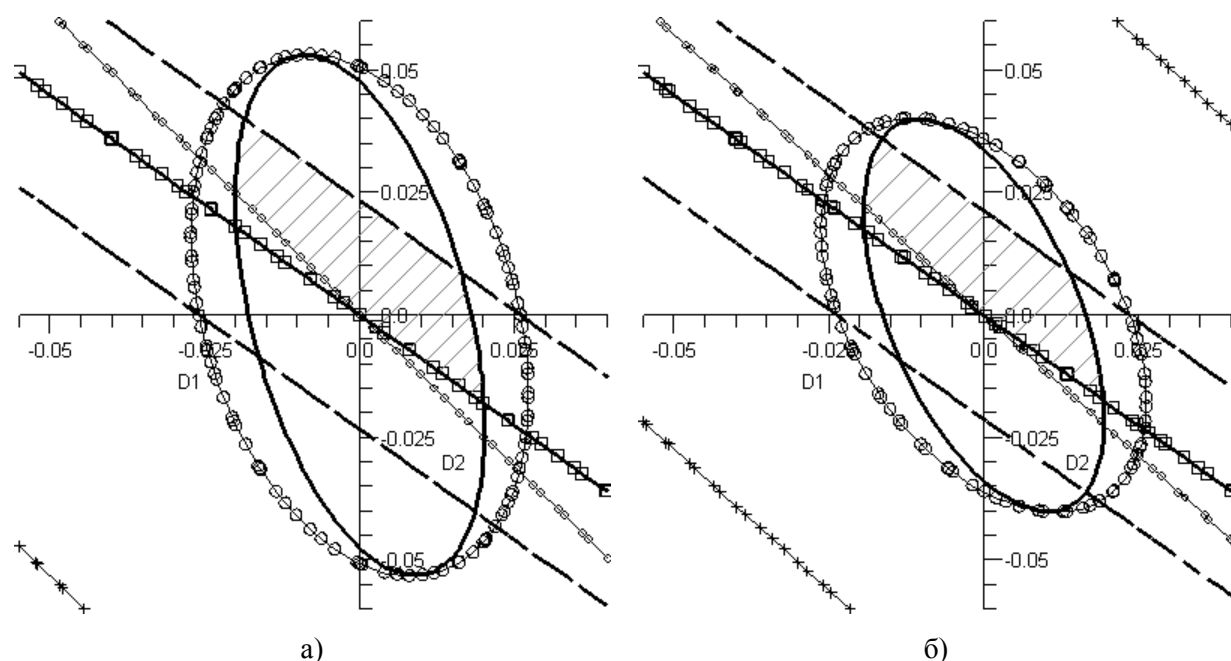
Зауважимо, що для всіх моделей найбільш навантаженими є вставка та внутрішні поверхні втулки та отвору. Тому напруження визначатимемо лише у точках цих поверхонь. Якщо ввести систему координат $(\delta_{12}, \delta_{23}, \sigma)$ та побудувати у цій системі координат графіки розв'язків задач 1 та 2 для обраних радіусів, то вибір довільного значення напруження σ рівнозначний проведенню площини, паралельної площині $\delta_{12}\delta_{23}$. Очевидно, що в такій площині можна побудувати певну фігуру, обмежену ліні-

єю/лініями перетину площини з відповідним графіком розв'язку задачі 1 або 2 та спроектувати її на площину $\delta_{12}\delta_{23}$. Тому для наочного відображення результатів дослідження впливу δ_{12}, δ_{23} на параметри напружено-деформованого стану (НДС) деталей з'єднання використовуватимемо лінії рівня.

З табл. 1 видно, що матеріал вставки значно міцніший за матеріал отвору. Із графіків рис. 2 видно, що у вставці розвиваються напруження, нижчі, ніж на поверхні отвору. Тому є сенс досліджувати напруження лише у втулці та отворі, розглядаючи відповідні обмеження.

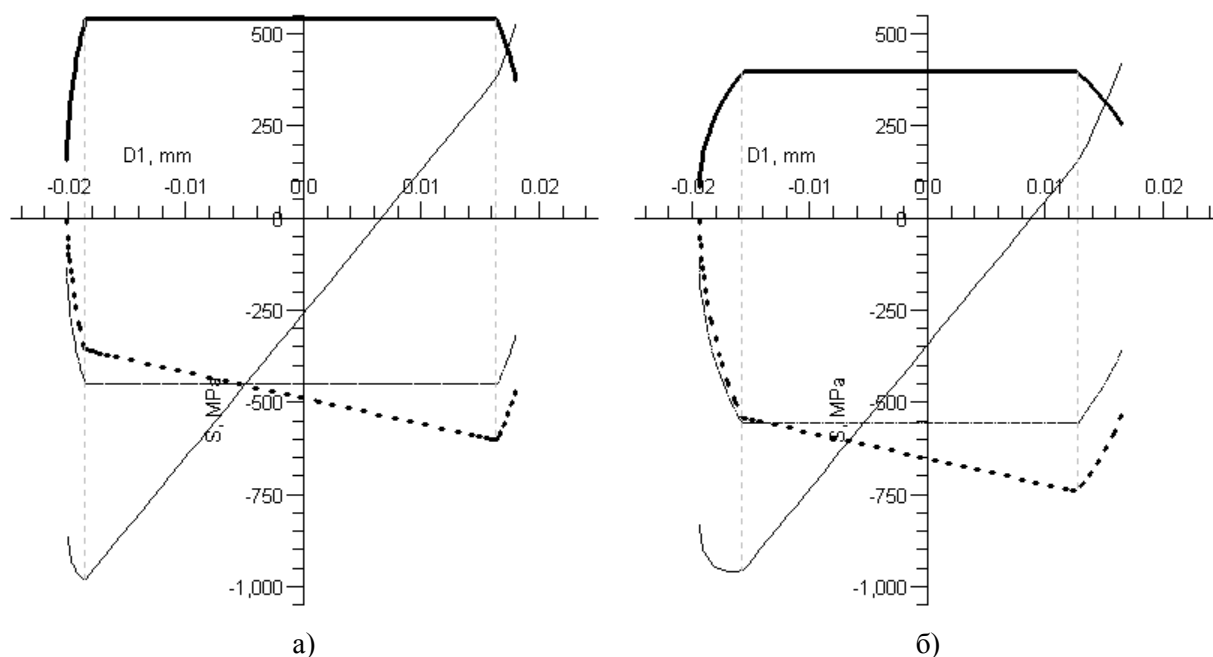
Враховуючи поставлене завдання, головним обмеженням виступає рівень еквівалентних напружень. Склавши, на основі результатів задач 1 та 2, вираз для еквівалентних напружень за однією з теорій міцності (напр., IV теорії [4]) та прирівнявши його до $[\sigma]$ (границі плинності або $\sigma_{0,2}$) отримаємо рівняння, розв'язок якого визначатиме відповідну лінію рівня в координатах $(\delta_{12}, \delta_{23}, \sigma)$. Такі рівняння складено та розв'язано, однак, враховуючи громіздкість виразів та обмежений об'єм публікації наводимо лише відповідні графіки (рис. 4). Всі графіки мають форму еліпсів, але на рисунку показано лише частина, яка повністю вміщає менш "витагнутий" еліпс для обох радіусів. Товщина стінки втулки прийнята рівною $0,2r_1$.

Одним з неявних обмежень запропонованих аналітичних моделей є постулювання позитивного натягу (тобто ситуація з розкриттям стику відкидається). Тоді, якщо не враховувати захоплення, обмеженням на можливі розв'язки виступає не додатність радіальних напружень на радіусах контакту. Прирівнюючи вирази для радіальних напружень до нуля та розв'язавши відповідне рівняння отримаємо на графіку лінію (точніше дві: по одній для кожного контакту) нульових напружень. Оскільки на графіках приймаємо додатній напрямок осей натягу вправо, то розв'язки лівіше від "нульової" лінії не задовольняють обмеження на модель. На рис. 4 показано відповідні лінії (прямі, що проходять через початок координат).



—+— — еквівалентне напруження в вставці; — — те ж на внутрішній поверхні втулки; —○— — те ж на зовнішній поверхні втулки; — — — — те ж на внутрішній поверхні отвору; —○— — нульове радіальне напруження на радіусі r_1 ; —□— — нульове радіальне напруження на радіусі r_2

Рисунок 4 – Проекції графіків ліній рівня $[\sigma]$ на площину $\delta_{12}\delta_{23}$ для задачі 1 (а) та для задачі 2 (б)



••, - - - - — радіальна (σ_{rr}) компонента напружень на радіусах r_1 та r_2 відповідно;
—, — — — — — колова ($\sigma_{\theta\theta}$) компонента напружень на радіусах r_1 та r_2 відповідно

Рисунок 5 – Зміна компонент напружень вздовж ліній обмежень за еквівалентними напруженнями для задачі 1 (а) та для задачі 2 (б)

Область значень натягів, які задовольняють накладеним обмеженням, на рис. 4 заштриховано. В межах заштрихованої області модуль радіальних напружень зростає при зміні натягів від нульових ліній в напрямку до ліній обмежень за еквівалентними напруженнями.

Враховуючи поставлену вище мету вдосконалення конструкції необхідно визначити внесок кожної з компонент напружень до еквівалентного напруження, для чого побудовано графіки зміни значень компонент напружень (рис. 5) при зміні натягів вздовж межі заштри-

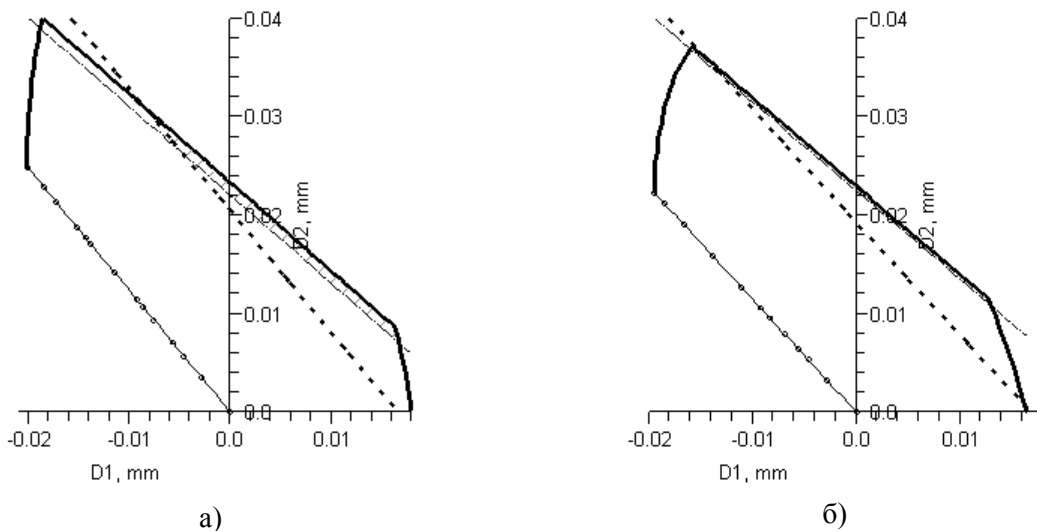


Рисунок 6 – Область натягів, за яких забезпечується вигреш відносно конструкції без проміжного тіла для задачі 1 (а) та для задачі 2 (б)

хованої області на рис. 4 (ліній обмежень за еквівалентними напруженнями).

Результати, наведені на рис. 2 свідчать, що конструкція з'єднання з проміжним тілом жорсткіша за конструкцію з'єднання двох тіл, що веде до загального підвищення напружень із зміною співвідношення рівнів компонент напружень. Однак результати, наведені на рис. 5, свідчать, що для товщини стінки втулки $0,2r_1$ та $r_3=3r_1$ при еквівалентних напруженнях нижчих границі плинності вигреш у величині радіальних напружень на радіусах контакту за рахунок перерозподілу компонент напружень незначний: для моделі з вільним зовнішнім краєм

($\sigma_{rr_3}(r)|_{r=r_3=R_{32}}=0$) радіальна компонента напружень у з'єднанні двох тіл складає (за модулем) 427 МПа, а у з'єднанні з проміжним тілом на внутрішній поверхні втулки можна досягнути 602 МПа (+41,65%), однак на внутрішній поверхні отвору — лише 451 МПа (+5,76%); для моделі з нульовими переміщеннями ($u_3|_{r=r_3=R_{32}}=0$) відповідно 574 МПа та 740(+28,92%)/575(+0,002%) МПа. Відповідні натяги складають 0,0353 мм і 0,0326/0,0172 мм та 0,0317 мм і 0,0254/0,023 мм. На рис. 6 показано частину області значень натягів, що задовольняють накладеним обмеженням із заштрихованою областю натягів, що забезпечують вигреш з'єднання з проміжним тілом відносно конструкції без проміжного тіла.

Незважаючи на відсутність значного виграшу на поверхні отвору слід відзначити суттєве покращення умов закріплення на границі контакту втулки та зубця без погіршення відповідних показників на границі контакту втулки та отвору. А, зважаючи на думку багатьох дослідників [7, 8, 9], що зближення властивостей матеріалів контактуючих тіл сприяє покращенню закріплення вставки в отворі, на границі контакту втулки та отвору також відбувається

покращення умов закріплення. Крім того, знижуються необхідні натяги, що дасть змогу широко використовувати для складання термо-/кріо- способи, які також додатково підвищують ефективність роботи з'єднання [2].

Однак, радіальні напруження у моделі отримано нижчі від діючих в реальних конструкціях з наявними пластичними деформаціями. Тому існує необхідність у побудові та подальших дослідженнях моделей з врахуванням експлуатаційних навантажень та пластичності матеріалів деталей з'єднання.

Література

- 1 Корнута В. А. Використання механіко-математичних моделей роботи з'єднань з натягом під час проектування з'єднання зубок – шарошка / В. А. Корнута, О. В. Корнута // Нафтогазова енергетика. — 2008. — № 4. — С. 68—74.
- 2 Корнута В. А. Вдосконалення твердосплавного озброєння шарошок на основі аналізу роботи з'єднань з натягом / В. А. Корнута, О. Т. Драганчук // Нафтогазова енергетика. — 2009. — № 1 (10). — С. 5—15.
- 3 Корнута В. А. Моделювання напружено-деформованого стану з'єднання “корпус (шарошка) – твердосплавна вставка” контактом двох гладких циліндрів. / В. А. Корнута, Т. М. Даляк // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. — 2009. — №1 (30) 2009. — С. 48-53.
- 4 Писаренко Г. С. Опір матеріалів: підручник / Писаренко Г. С., Квітка О. Л., Уманський Є. С. ; за ред. Г. С. Писаренка. — [2-е вид., перероб. і доп.] — К. : Вища школа, 2004. — 655 с.
- 5 Допуски и посадки. Основные определения : ГОСТ 7713-62. — [Чинний від 1963-01-01]. — М. : ИПК Издательство стандартов, 2004 — Г12, 12 с. — (Межгосударственный стандарт)

6 Берникер Е. И. Посадки с натягом в машиностроении / Берникер Е. И. — М. — Л. : Машиностроение, 1966. — 166 с.

7 Бугай Ю.В., Воробьев И.В. Центробежно-армированный породоразрушающий буровой инструмент / Ю. В. Бугай, И. В. Воробьев. — Львов : Выща шк., изд. при Львов. ун-те, 1989. — 208 с.

8 Артим В.І. Підвищення працездатності шарошкових доліт, оснащення вставними композиційними зубками : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.05.12 “Машини нафтової та газової промисловості” / Артим Володимир Іванович ; Івано-Франківський нац. техн. ун-т нафти і газу. — Івано-Франківськ, 2000.—18, [1]с.

9 Петрина Ю. Д. Вплив фізико-механічних властивостей сталі шарошки на міцність з'єднання “шарошка – зубок” в три шарошкових бурових долотах / Ю. Д. Петрина, Р. С. Яким, Т. Б. Пасинович // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. — 2007. — № 3 (24) 2007. — С. 73-78.

Стаття постуила в редакційну колегію

03.07.09

Рекомендована до друку професором

Я. М. Дрогомирецьким