

# Методи та засоби неруйнівного контролю і технічної діагностики

УДК 622.24.05-004.4

## ВИЗНАЧЕННЯ ЧУТЛИВОСТІ ПОЗДОВЖНИХ МОД УЛЬТРАЗВУКОВИХ СПРЯМОВАНИХ ХВИЛЬ ВІД ЗМІНИ ТОВЩИНИ СТІНКИ ГАЗОПРОВІДІВ ОБВ'ЯЗКИ КОМПРЕСОРНОЇ СТАНЦІЇ НА 10%

*В.В. Мандра, І.З. Лютак, З.П. Лютак*

*ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 46077,  
e-mail: acoustic.field@gmail.com*

*Представлено математичну модель, що описує хвильові параметри ультразвукових спрямованих хвиль в стінці труби та метод вирішення математичної моделі та результати розрахунку. Результати розрахунку наведені для поздовжньої моди в діапазоні частот 800 кГц ...1 МГц. Представлено графіки розподілу хвильового поля по товщині стінки газопроводу для двох значень товщини 10 мм та 9 мм. З наведених результатів розрахунків можна побачити, що основна частина хвильової енергії сконцентрована всередині стінки труби. Причому при зменшенні товщини стінки форма розподілу густини потоку потужності моди не змінюється. Це узгоджується із попередніми результатами, де було показано, що дисперсні криві нульової моди суттєво не змінюються при зміні товщини. В результаті проведення математичного опису хвильового поля поздовжніх ультразвукових спрямованих мод було виявлено, що існуюча математична модель не дозволяє ефективно провести обчислення дисперсних параметрів фазової та групової швидкостей поширення цих мод для трубопроводів діаметром 320 мм та сантиметровою товщиною. Збій обчислення відбувається через обчислення хвильового рівняння, де має місце ділення великих чисел, що описують моди, які поширюються на малі числа, що описують загасаючі моди.*

**Ключові слова:** ультразвукова хвиля, газопровід, поздовжня мода, дисперсія швидкості

*Представлена математическая модель, которая описывает волновые параметры ультразвуковых направленных волн в стенке трубы и метод решения математической модели и результаты расчета. Результаты расчета приведены для продольной моды в диапазоне частот 800 кГц ...1 МГц. Представлены графики распределения волнового поля по толщине стенки газопровода для двух значений толщины 10 мм и 9 мм. Из приведенных результатов расчетов можно увидеть, что основная часть волновой энергии сконцентрирована внутри стенки трубы. Причем при уменьшении толщины стенки форма распределения плотности потока мощности моды не изменяется. Это согласовывается с предыдущими результатами, где было показано, что дисперсные кривые нулевой моды существенно не изменяются при изменении толщины. В результате проведения математического описания волнового поля продольных ультразвуковых направленных мод было обнаружено, что существующая математическая модель не позволяет эффективно провести вычисления дисперсных параметров фазовой и групповой скоростей распространения этих мод для трубопроводов диаметром 320 мм и сантиметровой толщиной. Сбой вычисления происходит из-за вычисления волнового уравнения, где имеет место деление больших чисел, описывающих моды, которые распространяются на малые числа, описывающие загасающие моды.*

**Ключевые слова:** ультразвуковая волна, газопровод, продольные моды, дисперсия скоростей

*This paper presents a mathematical model of ultrasonic guided waves parameters in a pipe wall. Method of solving the mathematical model and calculation results are presented. Calculation results for the longitudinal modes in the frequency range 800 kHz ... 1 MHz are presented. The charts of the wave field through wall thickness distribution are presented for two values of pipe wall of 10 mm and 9 mm. The results of the calculation show, that the wave energy density of zero longitudinal mode is concentrated inside the pipe wall. Moreover, decreasing the wall thickness with the form of power density distribution of longitudinal mode does not change. This is after consistent with other results in the paper, where it was shown that the dispersion curves of the zero longitudinal mode do not change considerably by changing the thickness of pipe wall.*

*As a result of the mathematical description of the longitudinal guided ultrasonic wave, it was found that the existing mathematical model cannot effectively carry out the calculation of both disperse phase and group velocities of propagation of these modes for pipe with diameter 320 mm and centimeter wall thick. Failure is happened due to the calculation of the wave equation where there is a division of large numbers that describe the propagation modes by small numbers that describe the evanescent modes.*

Keywords: ultrasonic wave, gas pipeline, longitudinal mode, dispersion velocity

## Вступ

Застосування ультразвукових спрямованих хвиль (УСХ) для неруйнівного контролю стінок магістральних газопроводів дає змогу значно збільшити якість та швидкість обстеження значних за довжиною ділянок трубопроводу. У порівнянні із традиційними методами ультразвукового контролю, що використовують об'ємні, дозволяють контролювати важкодоступні місця, наприклад під опорами та хомутами.

Ультразвукові спрямовані хвилі в неруйнівному контролі застосовують для труб малого діаметра та товщини стінки [1, 2]. Група науковців на чолі із Л. Сатярнараяном з Індії досліджували хвильові властивості взаємодії УСХ із дефектом прямокутної форми в стінці труби діаметром 169 мм [3]. Недоліком цієї роботи є не лише те, що досліджувався трубопровід із малим діаметром, але те, що моди УСХ збуджувалися спеціальним ультразвуковим первинним перетворювачем (УПП), побудованим на основі фазованих антенних ґраток. Це стало перешкодою для широкого застосування цього методу контролю в Україні. Дисперсні параметри розраховуються спеціальним програмним забезпеченням, що не розраховане для геометричних розмірів магістральних трубопроводів. Науковці на чолі із Ю. Джіангонгом (КНР) досліджували луно-імпульси УСХ в трубопроводі діаметром 19 мм [4]. В результаті досліджень було встановлено явище трансформації мод при взаємодії із дефектом. Недоліком цієї роботи є те, що параметри луно-імпульсу визначаються на основі ортогонального розкладу в ряд поліному, що описує УСХ. У роботі було змодельовано дефект із розмірами, що дорівнюють товщині стінки труби. Такий підхід не може бути використаний для визначення луно-імпульсу УСХ від дефекту в стінці труби із розмірами, меншими товщини стінки. Для неруйнівного контролю труб великого діаметра необхідно подальше дослідження властивостей ультразвукового поля УСХ. Особливо важливим є виявлення донних дефектів у стінках труб із товщинами, які дорівнюють кільком довжинам хвилі, оскільки існує невизначеність щодо взаємодії поля УСХ та країв дефектів при утворенні луно-імпульсу. Ґрунтовна робота взаємодії об'ємної хвилі з тріщиною представлена науковцем Ч. Жангом [5]. Нами на базі лабораторії неруйнівних методів контролю в Івано-Франківському національному технічному університеті нафти і газу розробляються методи визначення дефектів у стінках магістральних трубопроводів ультразвуковими спрямованими кільцевими хвилями [6, 7, 8]. Щоб застосувати вказані положення щодо поздовжніх мод спря-

мованих хвиль необхідно проводити подальші дослідження.

Викладене свідчить про недостатність досліджень параметрів поширення поздовжніх мод УСХ у стінках магістральних газопроводів. Метою даної роботи є визначення дисперсних параметрів поздовжніх мод УСХ, що поширюються в газопроводах об'язки компресорної станції, їх чутливості до зміни товщини стінки трубопроводу.

## Формулювання математичної моделі поширення поздовжніх мод ультразвукових спрямованих хвиль

Ультразвукові спрямовані хвилі, що поширюються в стінках трубопроводів, поділяються на три типи: поздовжні, крутильні та згинні моди. Поздовжні моди УСХ поширюються вздовж осі труби і є за своїми властивостями найбільш подібними до мод Лемба. Основною їх відмінністю від мод Лемба є залежність їх хвильових параметрів від радіуса кривизни труби.

Розв'язком хвильового рівняння в стінці трубопроводу є рівняння гармонічного поширення пружних коливань у циліндричній системі координат. Пружні коливання описуються зміщенням елементарного об'єму середовища поширення та напруженнями, що ці зміщення створюють [9]:

$$\begin{aligned} \mathfrak{u}(r, \theta, z) &= \tilde{u}(r, \theta) e^{ikz} = u(r) e^{jn\theta} e^{jkz}, \\ \mathfrak{C}(r, \theta, z) &= \tilde{\sigma}(r, \theta) e^{jkz} = \sigma(r) e^{jn\theta} e^{jkz}, \end{aligned} \quad (1)$$

де:  $\mathfrak{u}$ ,  $\mathfrak{C}$  - відповідно тензори зміщень та напружень створені пружними коливаннями;  $r, \theta, z$  - координатні осі циліндричної системи, де вісь  $z$  збігається із віссю трубопроводу, вісь  $r$  - із радіальним напрямком труби;  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{\sigma}$  - відповідно тензори зміщень і напружень розподілу пружних коливань у просторі по периметру труби;  $k$  - хвильове число пружних хвиль;  $n$  - константа циклічної симетрії по периметру труби;  $u(r)$ ,  $\sigma(r)$  - коливання в радіальному напрямку.

Рівняння (1) мають множник, що описує коливання елементарного об'єму середовища в часі за гармонічним законом  $e^{-j\omega t}$ , де  $\omega$  - частота,  $t$  - час. Оскільки цей множник входить до всіх рівнянь, його можна опустити при представленні рівнянь, однак при розрахунку він повинен бути врахований.

Колівання в радіальному напрямку можна подати через коливання об'ємних ультразвукових хвиль так [10]:

$$\begin{pmatrix} D_{11}^u = nW_n(\alpha r) - \alpha r W_{n+1}(\alpha r) & D_{21}^u = jnW_n(\alpha r) & D_{31}^u = jkrW_n(\alpha r) \\ D_{12}^u = nZ_n(\alpha r) - \lambda_1 \alpha r Z_{n+1}(\alpha r) & D_{22}^u = jnZ_n(\alpha r) & D_{32}^u = jkrZ_n(\alpha r) \\ D_{13}^u = krW_{n+1}(\beta r) & D_{23}^u = -jkrW_{n+1}(\beta r) & D_{33}^u = j\lambda_2 \beta r W_n(\beta r) \\ D_{14}^u = krZ_{n+1}(\beta r) & D_{24}^u = -jkrZ_{n+1}(\beta r) & D_{34}^u = j\beta r Z_n(\beta r) \\ D_{15}^u = nW_n(\beta r) & D_{25}^u = jnW_n(\beta r) - j\beta r W_{n+1}(\beta r) & D_{35}^u = 0 \\ D_{16}^u = nZ_n(\beta r) & D_{26}^u = jnZ_n(\beta r) - j\beta r Z_{n+1}(\beta r) & D_{36}^u = 0 \end{pmatrix} \times \frac{1}{r}$$

$$\alpha^2 = \omega^2/c_l^2 - k^2, \quad \beta^2 = \omega^2/c_t^2 - k^2,$$

де:  $W_n$  та  $Z_n$  – відповідно модифіковані функції Бесселя із загальним комплексним аргументом;  $c_l, c_t$  – відповідно швидкості поширення поздовжньої та поперечної хвиль.

**Рисунок 1 – Тензор поля зміщень елементарного об'єму пружного середовища**

$$u(r) = \begin{bmatrix} u_r(r) \\ u_\theta(r) \\ u_z(r) \end{bmatrix} = D^u(r) \cdot \begin{bmatrix} L_+ \\ L_- \\ SV_+ \\ SV_- \\ SH_+ \\ SH_- \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\sigma(r) = \begin{bmatrix} \sigma_{rr}(r) \\ \sigma_{\theta\theta}(r) \\ \sigma_{zz}(r) \\ \sigma_{r\theta}(r) \\ \sigma_{rz}(r) \\ \sigma_{r\theta}(r) \end{bmatrix} = D^\sigma(r) \cdot \begin{bmatrix} L_+ \\ L_- \\ SV_+ \\ SV_- \\ SH_+ \\ SH_- \end{bmatrix},$$

де:  $\sigma_{ij}, i, j = 1, 2, 3$  – тензор напружень в декартовій системі координат із осями  $x_1, x_2, x_3$ ;

$\lambda, \mu$  – константи Ляме.

Або рівняння (4) представимо в циліндричній системі координат [12]:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) + 2\mu\varepsilon_{rr}, \\ \sigma_{\theta\theta} &= \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) + 2\mu\varepsilon_{\theta\theta}, \\ \sigma_{zz} &= \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) + 2\mu\varepsilon_{zz}, \\ \sigma_{r\theta} &= 2\mu\varepsilon_{r\theta}, \quad \sigma_{\theta z} = 2\mu\varepsilon_{\theta z}, \quad \sigma_{zr} = 2\mu\varepsilon_{zr}, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $\varepsilon_{ij}$  – тензор деформацій, де індекси позначають координати.

Структуру тензора напружень продемонструємо першими трьома рядками  $D^\sigma$  [9]:

$$\begin{aligned} D_{11}^\sigma &= \left( (k^2 - \beta^2)r^2 + 2(n-1) \right) W_n(\alpha r) + 2\alpha r W_{n+1}(\alpha r), \\ D_{12}^\sigma &= \left( (k^2 - \beta^2)r^2 + 2(n-1) \right) Z_n(\alpha r) + 2\lambda_1 \alpha r Z_{n+1}(\alpha r), \\ D_{13}^\sigma &= 2\lambda_2 \beta k r^2 W_n(\beta r) - 2(n+1)kr W_{n+1}(\beta r), \\ D_{14}^\sigma &= 2\beta k r^2 Z_n(\beta r) - 2(n+1)kr Z_{n+1}(\beta r), \\ D_{15}^\sigma &= 2n(n-1)W_n(\beta r) - 2n\beta r W_{n+1}(\beta r), \\ D_{16}^\sigma &= 2n(n-1)Z_n(\beta r) - 2n\lambda_2 \beta r Z_{n+1}(\beta r), \\ D_{21}^\sigma &= \left( (2\alpha^2 - \beta^2 + k^2)r^2 - 2(n-1) \right) W_n(\alpha r) - 2\alpha r W_{n+1}(\alpha r), \\ D_{22}^\sigma &= \left( (2\alpha^2 - \beta^2 + k^2)r^2 - 2(n-1) \right) Z_n(\alpha r) - 2\lambda_1 \alpha r Z_{n+1}(\alpha r), \\ D_{23}^\sigma &= 2(n+1)kr W_{n+1}(\beta r), \\ D_{24}^\sigma &= 2(n+1)kr Z_{n+1}(\beta r), \\ D_{25}^\sigma &= -2n(n-1)W_n(\beta r) + 2n\beta r W_{n+1}(\beta r), \\ D_{26}^\sigma &= -2n(n-1)Z_n(\beta r) + 2n\lambda_2 \beta r Z_{n+1}(\beta r), \\ D_{31}^\sigma &= (2\alpha^2 - \beta^2 - k^2)r^2 W_n(\alpha r), \\ D_{32}^\sigma &= (2\alpha^2 - \beta^2 - k^2)r^2 Z_n(\alpha r), \\ D_{33}^\sigma &= -2\lambda_2 \beta k r^2 W_n(\beta r), \\ D_{34}^\sigma &= -2\beta k r^2 Z_n(\beta r), \\ D_{35}^\sigma &= 0, \quad D_{36}^\sigma = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

де  $A = [L_+ \ L_- \ SV_+ \ SV_- \ SH_+ \ SH_-]^T$  – матриця амплітуд, яка складається із поздовжніх  $L$ , вертикально-поляризованих  $SV$  та горизонтально-поляризованих об'ємних хвиль  $SH$ ; знаки + та – вказують на напрямки поширення хвилі -до збільшення та зменшення радіуса відповідно;  $D^u$  та  $D^\sigma$  – відповідно тензори, що описують поля зміщень елементарного об'єму та напружень.

Матриця  $D^u$  представимо у явному вигляді [10] (рис. 1).

Напруження можна визначити із таких рівнянь [11]:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \lambda \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \\ \sigma_{22} &= \lambda \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \\ \sigma_{33} &= \lambda \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_3}{\partial x_3}, \\ \sigma_{12} &= \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right), \quad \sigma_{23} = \mu \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right), \\ \sigma_{13} &= \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

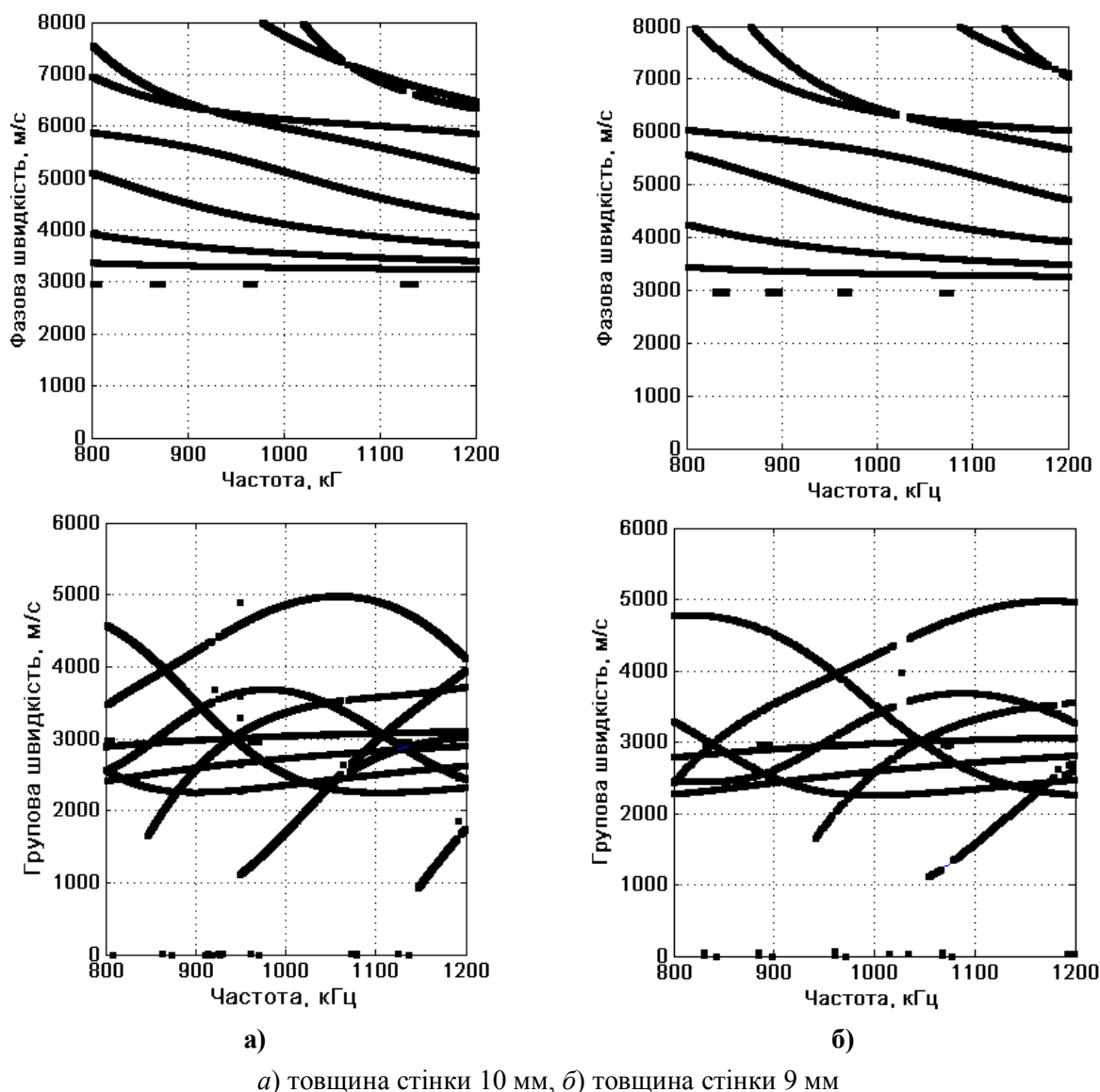


Рисунок 2 – Дисперсні криві поздовжніх мод ультразвукових спрямованих хвиль в трубі діаметром 320 мм

**Розв’язання хвильового рівняння для поздовжніх мод ультразвукових спрямованих хвиль**

Для розв’язання рівнянь (1)-(6) задамо граничними умовами, що описані в праці науковця Д. Газіза для труби у вакуумі чи в повітрі [10]. Згідно цих умов на поверхні стінок труби існують нульові напруження:

$$\sigma_t = \sigma \cdot e_r = [\sigma_{rr}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{rz}]^T = 0 \quad \forall r = r_{зов}, r_{вн}, \quad (7)$$

де:  $r_{зов}$ ,  $r_{вн}$  – відповідно зовнішній та внутрішній радіуси труби;  $e_r$  – одиничний вектор орт циліндричної системи координат.

Умова (7) приводить до рівності нулю детермінанта системи рівнянь, що описують поширення об’ємних пружних хвиль у стінці газопроводу:

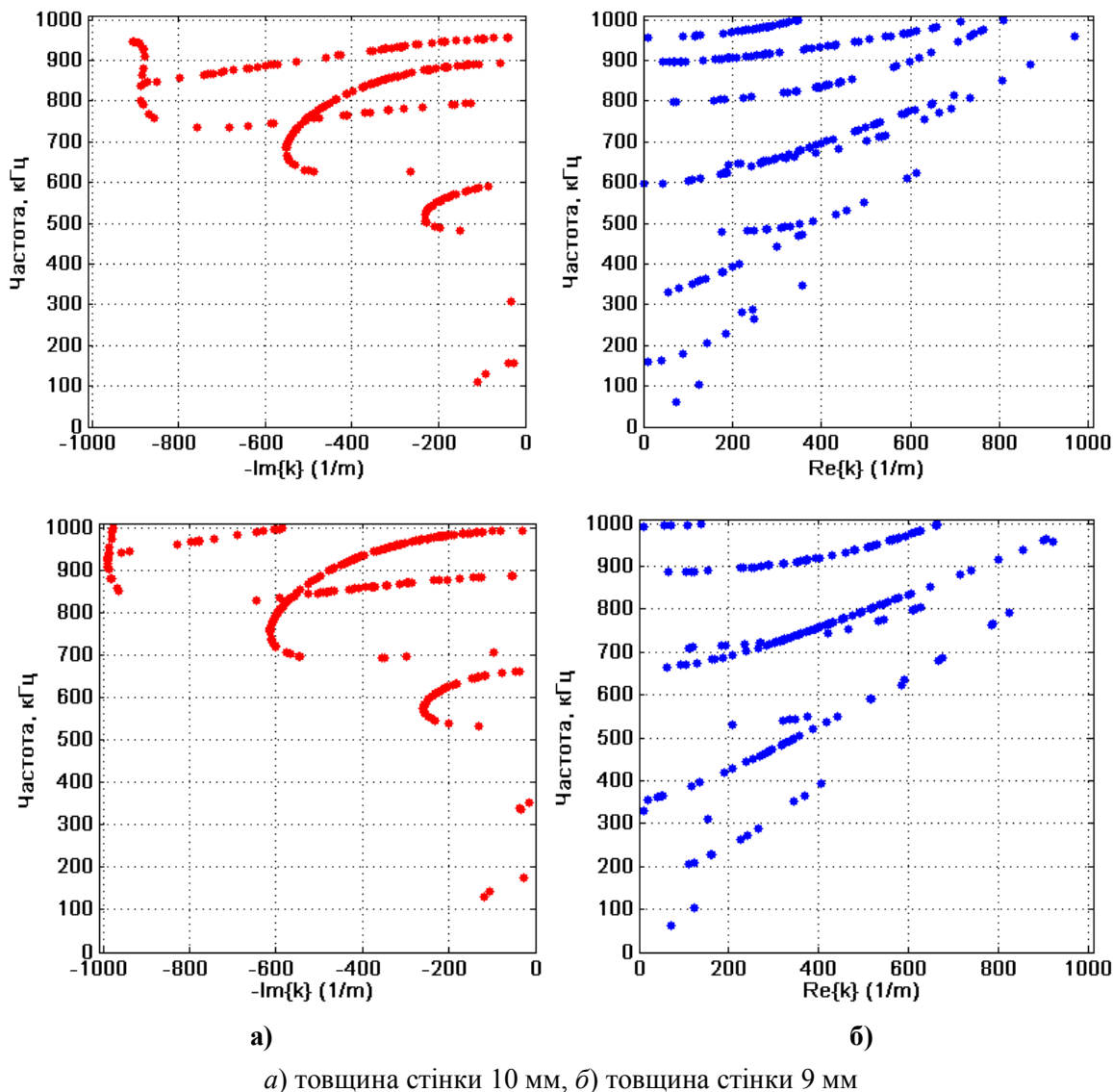
$$|D(\omega, k)| = \det \begin{bmatrix} D^{\sigma t}(r_{вн}) \\ D^{\sigma t}(r_{зов}) \end{bmatrix} = 0, \quad (8)$$

$$\forall D^{\sigma t} = D_{ij}^{\sigma}, \quad i, j = 1, 5, 6.$$

Формула (8) є характеристичним рівнянням хвилеводу, а його корені  $\omega$  та  $k$  визначають умови, за яких може бути утворена ультразвукова спрямована хвиля.

Рівняння (8) є сингулярним, тож його розв’язання можна здійснювати числовими методами. Один із підходів обчислення (8) реалізований в програмному забезпеченні реалізованому в середовищі MATLAB [9].

Обчислимо дисперсійні криві поздовжніх УСХ для труби діаметром 320 мм із густиною 7850 кг/м<sup>3</sup>, коефіцієнтом Пуассона 0.3, швидкістю поширення ультразвукової хвилі в стрижні 5140 м/с. Обчислення проведемо для двох товщин стінки газопроводу 10 мм та 9 мм (рис. 2).



**Рисунок 3 – Дисперсні криві уявної та дійсної частин хвильового числа поздовжніх мод ультразвукових спрямованих хвиль у трубі діаметром 320 мм**

Для ультразвукового контролю визначено певний набір частот в діапазоні 1 – 10 МГц. Для спрямованих ультразвукових хвиль бажано, щоб довжина хвилі була співмірна товщині середовища поширення, тому виберемо частоту 1 МГц.

Із кривих дисперсії фазових швидкостей можна побачити, що математична модель, яка описує поширення спрямованих хвиль в стінці труби, не може бути обчислена за допомогою сучасного персонального комп'ютера (нижні криві є переривчастими). Для розв'язання проблеми обчислення хвильового рівняння необхідно подальше удосконалення математичної моделі, особливо це стосується розв'язку диференціальних рівнянь, які в нашому випадку представлені модифікованими функціями Бесселя із комплексним аргументом.

Зі зменшенням товщини можна спостерігати (рис. 2) зміну фазових швидкостей поширення УСХ у сторону збільшення. Проте якщо більш детально розглянути дисперсійні криві

фазової швидкості, можна дійти висновку, що із зменшенням товщини структура кривих залишається незмінною, зміщуючись у напрямку зростання частоти та швидкості.

Криві групової швидкості також змінюються зі зменшенням товщини середовища поширення УСХ: структура дисперсних кривих не змінюється, однак пересувається вперед вздовж осі частот. Очевидно, що збільшення групової швидкості поздовжніх мод обмежена максимальною швидкістю матеріалу, якою є швидкість поздовжньої об'ємної хвилі.

Для більш повного розуміння процесу обчислення дисперсних кривих поздовжніх мод УСХ подамо криві хвильового числа – частоти (рис. 3). Ці криві є результатом безпосереднього обчислення хвильового рівняння.

Дійсна частина хвильового числа описує моди, що поширюються в стінці труби. Уявна частина описує моди, що не поширюються і швидко загасають вздовж осі  $z$ . Через симетричність хвильового рівняння корені хвильового

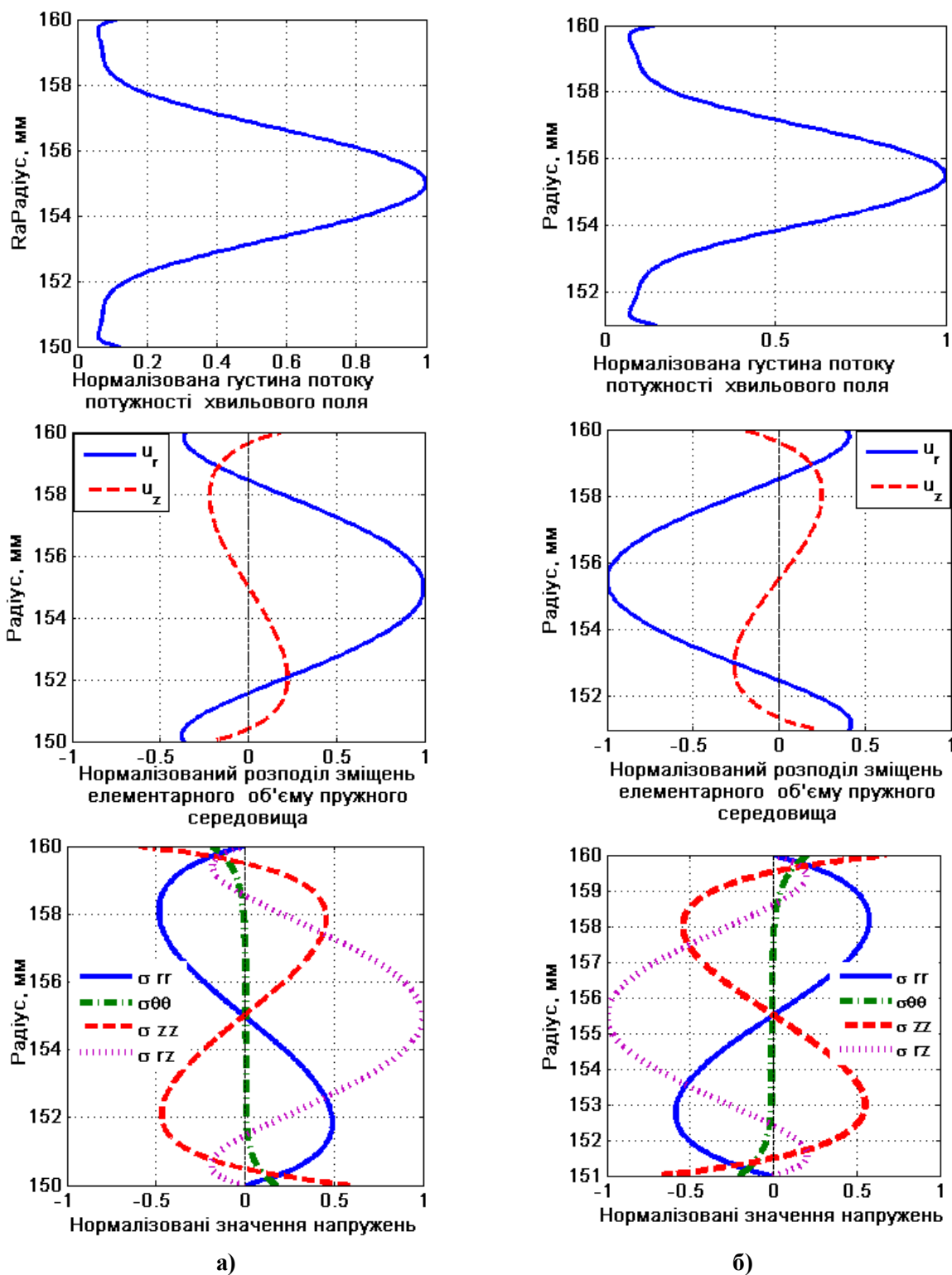


Рисунок 4 – Форми розподілу хвильового поля нульової поздовжньої моди УСХ по товщині стінки труби діаметром 320 мм за частоти спрямованої хвилі 1 МГц

числа повністю дійсні чи уявні отримуються парами:  $\pm k$  та  $\pm jk$ . Це пояснюється принципом збереження енергії.

Як можна побачити із рис. 3, зі зменшенням товщини середовища поширення корені хвильового рівняння (хвильові числа) збільшуються.

Для практичного застосування поздовжніх мод УСХ бажано мати інформацію про характер розподілу хвильової енергії по товщині стінки газопроводу. Це дозволить визначити чи можна ефективно застосовувати вибрану моду на практиці (рис. 4).

Із рис. 4 можна побачити, що основна частина хвильової енергії є сконцентрованою всередині стінки труби. Причому, зі зменшенням товщини стінки форма розподілу густини потоку потужності моди не змінюється. Це узгоджується із попередніми результатами, де було показано, що дисперсні криві нульової моди суттєво не змінюються при зміні товщини.

Форма розподілу амплітуди зміщень елементарного об'єму пружного середовища по товщині стінки труби та напружень вказує на те, що при зменшенні товщини фаза кривих розподілу змінюється практично на  $180^\circ$ .

### Висновки

За результатами проведення математичного опису хвильового поля поздовжніх ультразвукових спрямованих мод було виявлено, що існуюча математична модель не дозволяє ефективно провести обчислення дисперсних параметрів фазової та групової швидкостей поширення цих мод для трубопроводів діаметром 320 мм та сантиметровою товщиною. Збір обчислення відбувається через обчислення хвильового рівняння, де відбувається ділення великих чисел, що описують моди, які поширюються на малі числа, що описують загасаючі моди.

Нульова поздовжня мода УСХ має концентровану енергію всередині стінки труби, що дозволяє застосовувати її для виявлення розшарувань, газових вклучень тощо, які повністю скриті всередині стінки. Мода є нечутливою до дефектів, що мають видовження по периметру труби в напрямку  $\theta$ , що показує амплітуда розподілу напружень  $\sigma_{\theta\theta}$ .

### Література

1 Nishino H. Simple method of generating for circumferential shear horizontal waves in a pipe and their mode identifications / H. Nishino, K. Yoshida // *Acoustical Science and Technology*. – 2006. – Vol. 27. – №6. – P. 389-392. – ISSN 1346-3969.

2 Fong J. Fast techniques for calculating dispersion relations of circumferential waves in annular structures / J. Fong, M.J.S. Lowe, D. Gridin, R.V. Craster // *Review of Progress in Quantitative NDE (American Institute of Physics)*. – 2003. – №22. – P. 213-220. – ISBN 0-7354-0312-0.

3 Satyarnarayana L. Circumferential higher order guided wave modes for the detection and sizing of cracks and pinholes in pipe support regions / L. Satyarnarayana, J. Chandrasekarana, B. Maxfielda, K. Balasubramaniam // *NDT & E International*. – 2008. – Vol. 41, Issue 1. – P. 32-43. – ISSN 0963-8695.

4 Yu Jiangong. Guided circumferential waves in orthotropic cylindrical curved plate and the mode conversion by the end-reflection / Yu Jiangong, Wu Bina, He Cunfua // *Applied Acoustics*. – 2007. – Vol. 68, Issue 5. – P. 594-602. – ISSN 0003-682X.

5 Zhang Ch. Macrocrack-Microcrack Configurations Under Impact Loading / Ch Zhang // *In: Adv. in Fract. Res. ICF 7 (Edited by Salama, K. et al.)*, Pergamon Press, Oxford. – 1989. – №1. – P. 845-852.

6 Лютак І.З. Визначення дефектів в трубах спрямованими кільцевими ультразвуковими хвилями / І.З. Лютак // Відкрита науково-технічна конференція молодих науковців і спеціалістів Фізико-механічного інституту ім. Г. В. Карпенка НАН України "Проблеми корозійно-механічного руйнування, інженерія поверхні, діагностичні системи". – Львів, 2009. – С. 349-350.

7 Лютак І.З. Дослідження залежності хвильових параметрів симетричних мод спрямованих ультразвукових хвиль від товщини пластики трубною сталі / І. З. Лютак // *Матеріали 14-ї міжнародної науково-технічної конференції "Електромагнітні і акустичні методи неруйнівного контролю матеріалів і виробів ЛЕОТЕСТ-2009"*, Славське Львівської обл. – 2009. – С. 49-50.

8 Лютак І.З. Експериментальні дослідження виявлення донних дефектів ультразвуковими спрямованими кільцевими хвилями / І.З. Лютак, І.С. Кісіль // *Вісник Інженерної академії України*. – 2010. – № 2. – С. 121-124.

9 Документація до програмного забезпечення PCDISP [Електронний ресурс]. – Режим доступу <http://www.car.upm-csic.es/lopsi/people/fernando.seco/pcdisp>.

10 Gazis D.C. Three-Dimensional Investigation of the Propagation of Waves in Hollow Circular Cylinders. I. Analytical Foundation / D.C. Gazis // *Journal of the Acoustical Society of America*. – 1959. – Volume 31. – Issue 5. – P. 568-573. – ISSN 0001-4966.

11 Rose J.L. *Ultrasonic Waves in Solid Media* / J. L. Rose. – Cambridge University Press. – 1999. – 476 p. – ISBN-10 0521640431.

12 Graff K.F. *Wave motion in elastic solids [Text]* / K. F. Graff. – Oxford: Clarendon Press, 1975. – 682 p. – ISBN 0-486-66745-6.

*Стаття надійшла до редакційної колегії*  
22.11.11

*Рекомендована до друку професором*  
**В.М. Юрчишиним**