

# МОНІТОРИНГ, МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ СТАНУ ДОВКІЛЛЯ

УДК 621.928.9

*Батлук В.А., Басов М.В., Параняк Н.М.  
НТУ «Львівська політехніка»  
Державний університет безпеки  
життєдіяльності України, м. Львів*

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ЗВАЖЕНИХ ЧАСТИНОК У ЗАКРУЧЕНИХ ПОТОКАХ

Стаття присвячена проблемі створення високоефективного пиловловлюючого устаткування для різних галузей промисловості, де виділяються дрібнодисперсні фракції пилу, з метою доведення їх викидів до санітарних норм. У статті висвітлені нові тенденції в області створення апаратури для очищення повітря від пилу, які засновані на використанні відцентрово-інерційних сил.

**Ключові слова:** Пил, пиловловлювач, очищення повітря, забруднення, відцентрова сила, циклон.

Статья посвящена проблеме создания высокоэффективного пылеулавливающего оборудования для разных отраслей промышленности, где выделяются мелкодисперсные фракции пыли, с целью доведения их выбросов к санитарным нормам. В статье освещены новые тенденции в области создания аппаратуры для очистки воздуха от пыли, которые основаны на использовании центробежно-инерционных сил.

**Ключевые слова:** Пыль, пылеуловитель, очистка воздуха, загрязнения, центробежная сила, циклон.

The article is devoted the problem of creation of high-efficiency dust collection equipment for different industries of industry, where дрібнодисперсні factions of dust are selected, with the purpose of leading to of their extras to the sanitary norms. In the articles lighted up new tendencies are in the area of creation of apparatus for cleaning of air from a dust, which are based on the use of centrifugal-inertia forces.

**Постановка проблеми.** Екологічні аспекти добре знайомі тим, хто має уявлення про стан повітряного середовища в приміщеннях, де виділяються, великі кількості пилу. Шкідливі речовини, які виділяються при цьому складаються з газів і аерозолів, деякі частинки яких настільки малі, що проникаючи через легеневу тканину, потрапляють у кров, травмуються слизисті оболонки ока, виникають алергічні захворювання, силікоз, набряк легенів, головні болі і болі в грудях, руйнуються нирки і з'являються ракові захворювання. Застосування системи місцевої витяжної вентиляції забезпечує необхідний рівень ГДК в зоні дихання робочого при найрізноманітніших виробничих процесах, що нормується законодавством всіх країн світу у сфері охорони праці і екології.

**Аналіз останніх досягнень.** Пиловловлюючі агрегати (сухі циклони) з механічним способом фільтрації повітря застосовуються для очищення забрудненого повітря від середньо - великоодисперсних частинок різних видів сухого пилу. По ефективності дії пропонувані агрегати відносяться до повітряних фільтрів 3-го класу, які вловлюють частинки пилу розміром більшим за 10 мікрон. Інструментальні й лабораторні вимірювання встановили, що при початковій запиленості повітря  $5,3 \text{ г/м}^3$ , ефективність очищення циклонів першого ступеня – 81-85% , рукавних фільтрів – 99% а загальний ККД установки – 99,8%. Аналізуючи літературні джерела, ми чітко можемо визначити, що на

сьогоднішній день для забезпечення санітарно гігієнічних вимог охорони довкілля не існує апаратурної підтримки для створення норм викидів шкідливих речовин.

**Метою роботи є** на основі розробленої математичної моделі створити установки здатні високоефективно вловлювати дрібнодисперсний пилю.

**Виклад основного матеріалу.** Рух повітряних потоків у циклоні будемо розглядати на основі системи рівнянь в'язкої рідини, яка має вигляд:

$$\operatorname{div} v = 0 \qquad \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \Delta$$

Будемо вважати течію одномірною, якщо швидкості паралельні деякому напрямку в просторі; при цьому в точках площини, перпендикулярної цьому напрямку, гідродинамічні величини можуть приймати різні значення. Виберемо напрям руху за напрямом осі  $x$ . Тоді Виберемо напрям руху за напрямом осі  $x$ .

$$\text{Тоді} \qquad v_y = v_z = 0. \qquad (1)$$

Випишемо систему рівнянь в'язкої рідини, враховуючи (1.):

$$\frac{dv_x}{dx} = 0, \qquad (2)$$

$$\frac{dv_x}{dt} + v_x \frac{dv_x}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left( \frac{d^2 v_x}{dx^2} + \frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} \right) \qquad (3)$$

$$\frac{dp}{dy} = 0, \qquad \frac{dp}{dz} = 0 \qquad (4)$$

Із (2) виходить, що  $v_x$  не залежить від  $x$ , із (4) – що  $p$  не залежить від  $y$  і  $z$ , тобто

$$v_x = v_x(y, z, t) \qquad (5)$$

$$p = p(x, t) \qquad (6)$$

Враховуючи (5), перепишемо рівняння (3) наступним чином:

$$\frac{dv_x}{dt} - \nu \left( \frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} \qquad (7)$$

Ліва частина (7) не залежить від  $x$ , отже,  $\frac{dp}{dx}$  може залежати тільки від часу:

$$\frac{dp}{dx} = f(t), \quad p = f(t)x + f_1(t). \qquad (8)$$

Таким чином, в одномірному русі тиск являється лінійною функцією  $x$ . Функції  $f(t)$  і  $f_1(t)$  можуть бути знайдені, якщо в двох перетинах  $x_1$  і  $x_2$  задано тиск  $p$ , а точніше  $p(x_1, t) = f_1(t)$ ,  $p(x_2, t) = f_2(t)$

$$\text{Тоді} \qquad \frac{dp}{dx} = \frac{f_2(t) - f_1(t)}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta p}{\Delta x} \qquad (9)$$

При заданому перепаді тисків швидкість знаходимо із рівняння (7):

$$p \frac{dv_x}{dt} = \mu \left( \frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} \right) - \frac{\Delta p}{\Delta x} \qquad (10)$$

Рівняння (10) по вигляду співпадає з рівнянням теплопровідності. Неоднорідне рівняння (10) може бути зведене до однорідного заміною

$$v_x = v_x - \frac{1}{\rho} \int_0^t f(t) dt .$$

Для пошуку розв'язків рівняння (10) повинні бути задані початкові і граничні умови. Одномірні рухи можуть виконуватись при течії рідини в циліндричних трубах (або поза ними). Тому граничні умови записуються на контурах  $l_k$ , які отримуємо січенням циліндра площиною  $x = \text{const}$ :

$$v_x = v_x - \frac{1}{\rho} \int_0^t f(t) dt \quad (11)$$

Тут  $u_k(t)$  – швидкість точок контуру. Початкові умови мають вигляд

$$v_x \Big|_{t=t_0} = F(y, z) \quad (12)$$

Задача спрощується, якщо течія усталена. В цьому випадку перепад тисків постійний, і рівняння (10) зводиться до рівняння Пуассона

$$\mu \left( \frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} \right) = \frac{\Delta p}{\Delta x} \quad (13)$$

Початкові умови відпадають, а граничні умови не залежать від часу:

$$v_x \Big|_{l_k} = u_k \quad (14)$$

У найбільш загальному випадку швидкість  $v_x \Big|_{l_k}$  може залежати від точок контура  $v_x \Big|_{l_k} = v_x(t, M)$

Особливий випадок течії представляє безнапірний рух рідини, коли  $\frac{dp}{dx} = 0$ ,  $p = \text{const}$ . При цьому замість (10) маємо рівняння  $\frac{dv_x}{dt} - \nu \left( \frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} \right)$

Якщо рух встановлений, швидкість знаходиться як вирішення рівняння Лапласа  $\frac{d^2 v_x}{dy^2} + \frac{d^2 v_x}{dz^2} = 0$  (15)

задовольняючи граничним умовам (14).

Задача (15), (14) ( $u_k$  постійні на контурах  $l_k$ ) еквівалентна задачі про знаходження функції течії  $\varphi$  в плоских течіях ідеальної нестисливої рідини

$$\frac{d^2 \varphi}{dy^2} + \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = 0, \quad \varphi \Big|_{l_k} = u_k .$$

Звідси випливає, зокрема, що для вирішення задачі (15), (14) можна використовувати метод конформних відображень. Нескладно показати, що сила  $f_k$ , яка діє на контур  $l_k$  у в'язкій рідині, виражається через циркуляцію  $\Gamma$  відповідної течії ідеальної рідини.

$$f_k = \oint_k \tau_{nx} dS = \mu \oint_{l_r} \frac{dv_x}{dn} ds = \mu \oint \frac{d\varphi}{dn} dS = \mu \Gamma$$

Рух повітряного потоку у циклоні можна представити, як рух потоку між двома нескінченно довгими круговими циліндрами із спільною віссю з радіусами  $R_1$  та  $R_2$  при відсутності масових сил (рис.1.) Спрямуємо вісь  $x$  вздовж осі циліндрів. Припустимо, що

внутрішній циліндр обертається з кутовою швидкістю  $\omega_1$ , а зовнішній – зі швидкістю  $\omega_2$ . Для розв’язання задачі зручно ввести циліндричні координати  $r, \theta, x$  і записати в цих координатах систему рівнянь в’язкої рідини. Для цього потрібно знайти вирази  $\operatorname{div} v, \frac{dv}{dt}, \operatorname{grad} p, \Delta v$  в цій системі координат. Природно припускати, що швидкість спрямована по дотичній до кола  $r = \text{const}$  і залежить, так як і тиск, тільки від  $r$ , тобто  $v_x = v_r = 0, v_\theta = v(r), p = p(r)$ .

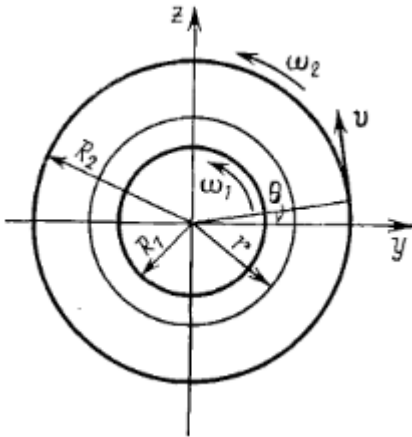


Рис.1. Схема руху

Отримана система рівнянь може бути застосована до даної задачі, коли рух встановлений, приймає простий вигляд і дозволяє відразу отримати розв’язок задачі у вигляді  $v_\theta = C_1 r + \frac{C_2}{r}, p = p_1 + \int_{R_1}^r \frac{v^2(r)}{r} dr$ .

Сталі  $C_1$  і  $C_2$  визначаються з граничних умов. Але для розв’язання даної задачі використаємо інший шлях. Щоб знайти залежності  $v = v(r)$ , запишемо закон збереження моменту кількості руху в шарі  $R_1^2 \leq y^2 + z^2 \leq r^2, r < R_2$  (мал. 1).

Нехай  $M$  – момент сил, які діють на цей шар. Оскільки потік плоский, вектор  $M$  спрямований по осі  $x$ . Оскільки рух стаціонарний, маємо рівність  $M = 0$ . Очевидно, що  $M = M_1 + M_r$ , де  $M_1$  – момент сил, які діють на внутрішній циліндр,  $M_r$  – момент сил в’язкого тертя, які прикладені до циліндра радіуса  $r$ . Величина цього вектора

$$M_r = \int_0^{2\pi} r(\tau_{r\theta} r d\theta) = r^2 \int_0^{2\pi} \tau_{r\theta} d\theta.$$

Тут  $\tau_{r\theta}$  – проекція на вісь  $\theta$  (тобто на напрям  $v$ ) напруги, що діє на частину з нормаллю  $r$ . При наших припущеннях воно залежить тільки від  $r$ , тому  $M_r = \tau_{r\theta} 2\pi r^2$ .

Таким чином, закон збереження моменту дає рівність

$$\tau_{r\theta} 2\pi r^2 + M_1 = 0. \quad (16)$$

Нехай кут  $\theta$  відкладений від осі  $y$ . Очевидно, що  $\tau_{r\theta}|_{\theta=0} = \tau_{yz}|_{z=0}$ .

Оскільки  $\tau_{r\theta}$  не залежить від  $\theta$ , останнє співвідношення справедливе при всіх  $\theta$ .

Таким чином:

$$\tau_{r\theta} = \tau_{yz}|_{z=0} = \mu \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \Bigg|_{z=0}. \quad (17)$$

Звідси маємо  $v_y = -v \sin \theta = -v \frac{z}{r}, v_z = v \cos \theta = v \frac{y}{r}$  і

$$\frac{\partial v_y}{\partial z} \Bigg|_{z=0} = \frac{\partial}{\partial z} \left( -v \frac{z}{r} \right) \Bigg|_{z=0} = -\frac{v}{r},$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial y} \Bigg|_{z=0} = \frac{v}{r} + \left( \frac{dv}{dr} \frac{y}{r} \right) \Bigg|_{z=0} = \frac{v}{r} + r \left( \frac{dv}{dr} \frac{1}{r} \right). \quad (18)$$

Використовуючи ці рівняння, на основі (18) отримаємо

$$\tau_{r\theta} = \mu r \frac{d}{dr} \left( \frac{v}{r} \right). \quad (19)$$

Підставляючи (19) в (16), отримаємо рівняння для знаходження  $v$ :

$$M_1 + 2\pi r^3 \mu \frac{d}{dr} \left( \frac{v}{r} \right) = 0. \quad (20)$$

Загальний розв'язок цього рівняння виражається формулою:

$$v = C_1 r + \frac{C_2}{r}, \quad (21)$$

де  $C_2 = \frac{M_1}{4\pi\mu}$ . Сталі  $C_1$  та  $C_2$  визначаються з граничних умов

$$v|_{r=R_1} = \omega_1 R_1, \quad v|_{r=R_2} = \omega_2 R_2, \quad (22)$$

або більш точноше ,

$$C_1 R_1 + \frac{C_2}{R_1} = \omega_1 R_1, \quad C_1 R_2 + \frac{C_2}{R_2} = \omega_2 R_2. \quad (23)$$

Розв'язуючи систему (8), отримаємо

$$C_1 = \frac{\omega_1 R_1^2 - \omega_2 R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}, \quad C_2 = \frac{R_1^2 R_2^2 (\omega_2 - \omega_1)}{R_1^2 - R_2^2}. \quad (24)$$

Таким чином, розподіл швидкостей між циліндрами із спільною віссю задається формулою

$$v = \frac{\omega_1 R_1^2 - \omega_2 R_2^2}{R_1^2 - R_2^2} r + \frac{R_1^2 R_2^2 (\omega_2 - \omega_1)}{R_1^2 - R_2^2} \frac{1}{r}. \quad (25)$$

Маючи формулу (25), легко розрахувати  $\tau_{r\theta}$  і  $M_r$ :

$$\tau_{r\theta} = \mu r \frac{d}{dr} \left( \frac{v}{r} \right) = -2\mu \frac{C_2}{r^2}, \quad M_r = \tau_{r\theta} 2\pi r^2 = -4\pi\mu C_2, \quad (26)$$

де  $C_2$  має вигляд (24).

Зауважимо також, що, вимірюючи під час експерименту  $M_r$ , можна визначити в'язкість.

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** На сьогоднішній день по розробленій і представленій в статті моделі вже розроблені креслення і проводиться виготовлення дослідно-промислової установки для очистки повітря від пилу при роботі пневматичних машин в промисловості.

### Література

1. Батлук В.А., Батлук В.К., Романцов Е.В. Рівняння опору для випадку одномірного руху пилу у відцентрово-інерційних пиловловлювачах. Всеукраїнський науково-технічний журнал «Промислова гідравліка і пневматика» № ( 28), Вінниця, 2010рік; с.36-43.

2. Батлук В.А., Макаруч В.Г. A mathematical model of vacuum cleaners, taking into account the motion of particles near the wall part of the dust collector. Motrol motoryzacja I energetyka rolnictwa motorization and power industry in Agriculture 12/ 2010, Lublin, pag. 97 – 105.

3. Батлук В.А., Параняк Н.М., Макаруч В.Г. Математична модель пилоочистки з врахуванням руху частинок у при стінковому шарі пиловловлювача; Motrol motoryzacja I energetyka rolnictwa motorization and power industry in Agriculture 13 D/ 20101 Lublin, pag 122 – 129.