

ОЦІНЮВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛУ АКУСТИЧНОГО ДАВАЧА, ВСТАНОВЛЕНОГО НА ГАЗОПЕРЕКАЧУВАЛЬНОМУ АГРЕГАТІ

М.О. Петеш, Я.В. Рудавський, А.І. Лагойда

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 46067
e-mail: kafatp@nung.edu.ua

Розглянуто статистичні характеристики сигналу акустичного давача, встановленого на газоперекачувальних агрегатах дотискувальної компресорної станції підземного зберігання газу «Більче-Волиця».

Ключові слова: акустичний давач, автокореляційна функція, спектральна щільність, закон розподілу, дисперсія, математичне сподівання

Рассмотрены статистические характеристики сигнала акустического датчика, установленного на газоперекачивающем агрегате дожимной компрессорной станции подземного хранения газа «Бильче-Волиця».

Ключевые слова: акустический датчик, автокорреляционная функция, спектральная плотность, закон распределения, дисперсия, математическое ожидание.

The statistical characteristics of acoustic signal sensors installed on the pumping unit booster station underground storage of gas "Bilche-Volytsya".

Keywords: acoustic sensors, the autocorrelation function, spectral density, the density law, the law of distribution, variance, expectation.

Оцінювання статистичних характеристик флуктуацій сигналу акустичного давача, встановленого на газоперекачувальному агрегаті (ГПА), є актуальною науково-прикладною задачею у зв'язку з тим, що статистичні характеристики (автокореляційна функція, спектральна щільність та ін.) потрібні у задачах контролю для оцінювання точності інтерполяції вимірювальних величин і складних показників, для вибору кроку дискретизації, синтезу алгоритмів непрямих вимірювань, сигналізації про порушення технологічного режиму, діагностування технічного стану обладнання і вимірювальних каналів [1,2].

Проте, аналіз літературних джерел (наприклад, [1÷3 та ін.]) свідчить про недостатній об'єм проведених досліджень у контексті використання реальних даних про об'єкт керування і порівняння їх з теоретичними.

Метою даної роботи є оцінка статистичних характеристики флуктуацій сигналу акустичного давача $x(t)$, отриманого в результаті пасивного експерименту на ГПА №9 ДКС ПСГ «Більче-Волиця».

З існуючих наукових досліджень [1÷4 та ін.] відомо, що під час визначення статистичних характеристики випадкового процесу необхідно віднести його до певного класу випадкових процесів, тобто побудувати його математичну модель. Підґрунтям для побудови математичної моделі процесу є апіорна інформація про нього, джерелом якої є експертні оцінки, база знань, база даних та ін.

Слід враховувати, що специфіка задач автоматичного контролю і управління промисловими агрегатами (газоперекачувальні агрегати, бурові установки, насосні станції та ін.) у багатьох випадках викликає усереднення результа-

тів статистичного експерименту по множині, залишаючи один шлях аналізу статистичних характеристики по одній реалізації з кінцевою величиною часу спостереження.

Аналіз даних про випадкові процеси в промислових системах управління дає змогу представити модель випадкового процесу $z(t)$ в адитивній формі [1]:

$$z(t) = b(t) + c(t) + x(t) + n(t),$$

де: $b(t)$ – постійна або неперіодична функція, яка змінюється повільно;

$c(t)$ – гармонійні функції з фіксованими періодами;

$x(t)$ – випадковий процес з нульовим математичним сподіванням;

$n(t)$ – випадкова перешкода вимірювання.

Зауважимо, що не кожний випадковий процес містить усі перелічені компоненти. Наприклад, більшість процесів не містить періодичних компонент.

Під час планування експерименту за оцінкою статистичних характеристик випадкового процесу визначальними є, як правило, властивості компоненти $x(t)$. Тому в першу чергу розглядається саме ця компонента.

Для проведення статистичного дослідження отриманих даних було використано графік (рис. 1) зміни технологічного параметра $L_{\text{pomp}2}$ у часі. $L_{\text{pomp}2}$, B – рівень сигналу від акустичного давача 2, який розміщений на тілі нагнітача у напрямку руху газу.

Для зручності оброблення даного графіку замінимо час, представлений в хвилинах, на час в секундах. Отже початковий час дорівнюватиме 10:00.007 хв = 600,007 с, відповідно, кінцевий час буде представлений як 13:11.167 = 791,167 с.

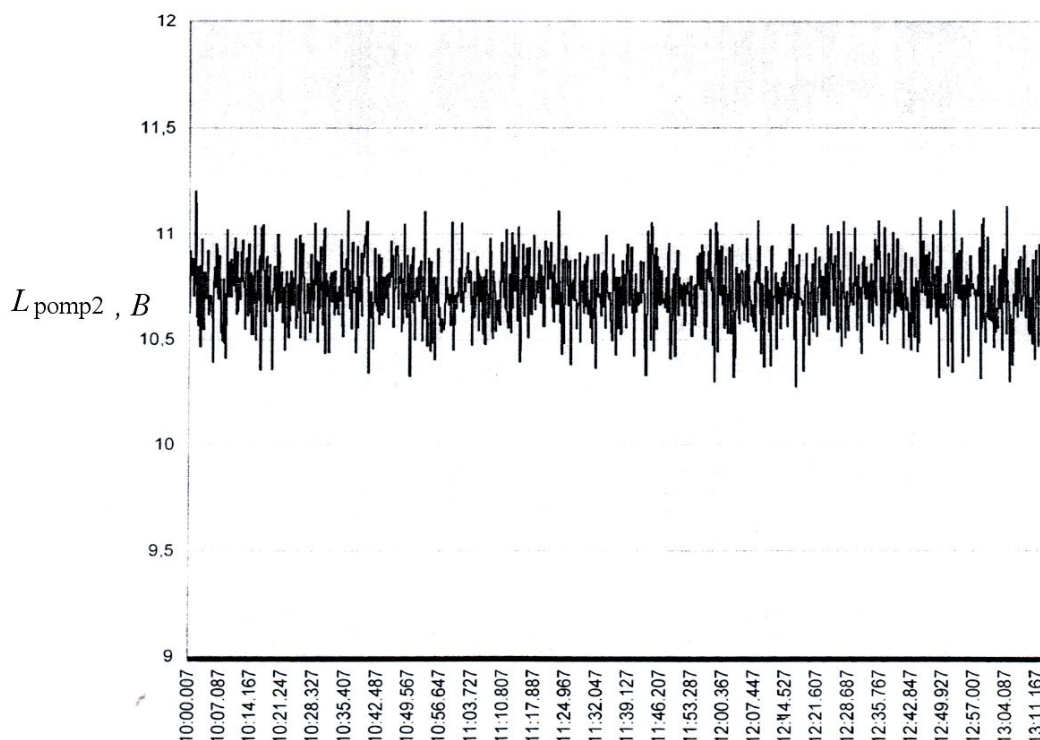


Рисунок 1 – Графік зміни технологічного параметра L_{pomp2} в часі

Наступним кроком є оцифрування графіку з метою отримання таблиці значень технологічного параметру L_{pomp2} , який позначимо як $x(t)$. Для проведення оцифрування графіку використаємо комп'ютерну програму GetData Graph Digitizer.

Для того, щоб отримати необхідну і достатню кількість значень x , потрібно правильно визначити період дискретизації $T_{дискр}$ для даного графіку. В даному випадку дуже важко скористатись теоремою Котельникова, оскільки визначити за графіком максимальну частоту чи мінімальний період спектру практично неможливо. Дана теорема полягає в тому, що аналоговий сигнал $x(t)$, що має обмежений спектр, може бути однозначно і без втрат відновлений по своїм дискретним відлікам, взятим з частотою, більшою за подвоєну максимальну частоту спектру. В програмі GetData Graph Digitizer проведемо оцифрування графіка з періодом дискретизації 0,15 с. та 0,3 с. При оцифруванні з періодом 0,15 с. одержаний графік практично ідентичний даному, але при цьому ми отримали дуже велику кількість значень (3880), отже для зручності подальшого розрахунку приймемо $T_{дискр} = 0,3$ с.

В результаті оцифрування отримуємо таблицю значень величин x та T . Отриману таблицю експортуємо в MathCad для подальшого визначення числових характеристик випадкових сигналів. Оскільки одержали кількість значень 905, подальше дослідження проведемо з обсягом вибірки – 300 значень (табл. 1), тобто використаємо значення x за час від 660.177 с. до 749.877 с.

Таблиця 1 – Значення величин x і T

$x =$		$T =$	
	0		0
0	10.69	0	660.177
1	10.704	1	660.477
2	10.733	2	660.777
3	10.819	3	661.077
4	10.845	4	661.377
5	10.868	5	661.677
6	...	6	...

З метою перевірки отриманих результатів у пакеті MathCad відтворимо графік залежності $x(t)$. Отриманий графік зображено на рисунку 2. Як бачимо з рисунку, він практично не відрізняється від заданого рисунку 1. Це свідчить про те, що визначення періоду дискретизації, процес оцифрування та отримання таблиці даних проведено правильно.

Властивості випадкового сигналу $x(t)$ опишемо за допомогою понять теорії ймовірності та математичної статистики.

В зв'язку з дуже низькою величиною розмаху $R = x_{max} - x_{min}$ вибірки змінюємо масштаб осі OX на 100, тобто домножуємо всі значення x на 100. Одержимо:

$x =$		0	
0	1069.013		
1	1070.386		
2	1073.336		
3	1081.866		
4	1084.539		
5	1086.776		
6	...		

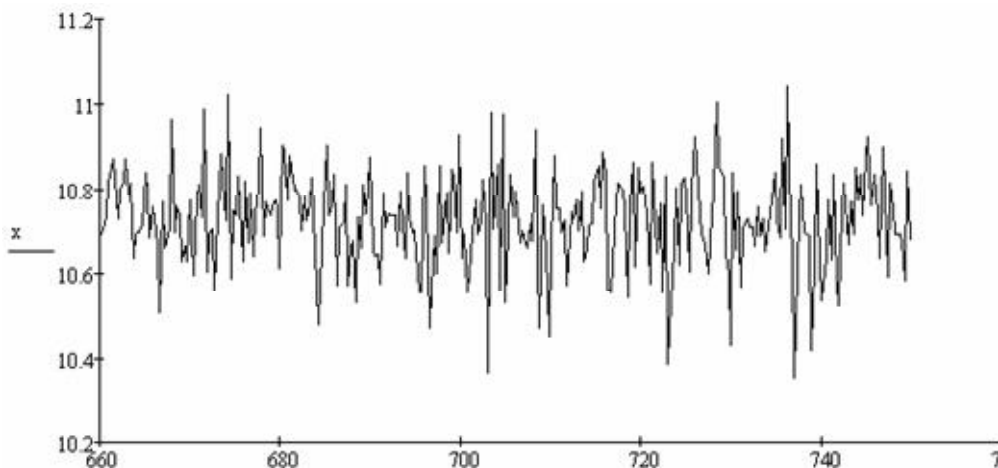


Рисунок 2 – Відтворений графік функції $x(t)$

Щоб визначити оцінку математичного сподівання $m = \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \sum_{i=0}^{n-1} x_i$ попередньо знайдемо кількість отриманих значень x

$$n := \text{length}(x).$$

Також можна визначити оцінку математичного сподівання за допомогою вбудованої функції MathCad:

$$m := \text{mean}(x). \quad (1)$$

Отже:

$$m = 1072.39.$$

Слід враховувати, що у тексті програм середовища MathCad не проставлені коми та інші розділові знаки, оскільки вони неприпустимі в середовищі MathCad.

Далі визначимо дисперсію

$$Dn := \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (x_i - m)^2. \quad (2)$$

Вона характеризує інтенсивність відхилень відносно середнього значення і також визначається одномірним законом розподілу.

Вбудована функція MathCad:

$$Dn := \text{var}(x) \quad (3)$$

$$Dn = 126,56$$

Середньоквадратичне відхилення визначається як квадратний корінь із значення дисперсії, тобто:

$$\sigma := \sqrt{Dn} \quad (4)$$

або

$$\sigma := \text{stdev}(x) \quad (5)$$

$$\sigma = 11.25$$

Отже, ми отримали такі характеристики досліджуваного випадкового процесу $L_{\text{ромр2}}(t) = x(t)$, як оцінка математичного сподівання, дисперсія та середньоквадратичне відхилення. Загалом оцінка математичного сподівання випадкового процесу $x(t)$ є деякою середньою кривою, навколо якої розподіляються всі можливі окремі реалізації даного процесу. Дис-

персія $D(x)$ і середньоквадратичне відхилення $\sigma(x)$ характеризують розсіювання окремих можливих реалізацій навколо цієї середньої кривої. Ці характеристики для кожного конкретного моменту є середніми з множини. Вони визначаються одномірним законом розподілу.

Визначимо закон розподілу функції $x(t)$ та перевіримо його за допомогою критерію Пірсона. Для цього поділимо нашу вибірку значень x на інтервали та визначимо їх абсолютні та відносні частоти.

Об'єм вибірки складає $n = 300$. Впорядкуємо досліджувану вибірку у порядку зростання. Для цього застосуємо таку функцію пакету MathCad:

$$Z := \text{sort}(x). \quad (6)$$

Тоді отримуємо таблицю значень:

	0
0	1035.286
1	1036.502
2	1038.391
3	...

За допомогою формули Стерджеса знайдемо крок і довжину інтервалу:

$$h := \frac{(\max(x) - \min(x))}{1 + 3.322 \cdot \log(n)}, \quad (7)$$

$$h := \text{ceil}(h + 1) \quad (8)$$

$$h = 9$$

Отже, досліджувану вибірку потрібно розділити на 9 розрядів.

Наступним кроком визначимо границі інтервалів та збережемо їх як масив int , а також середини інтервалів (масив x_i).

$$i := 0..h - 1$$

$$\text{int}_0 := Z_0 - \frac{h}{2} \quad (9)$$

де: Z_0 – найменше значення величини x ;
 int_0 – нижня границя першого інтервалу.

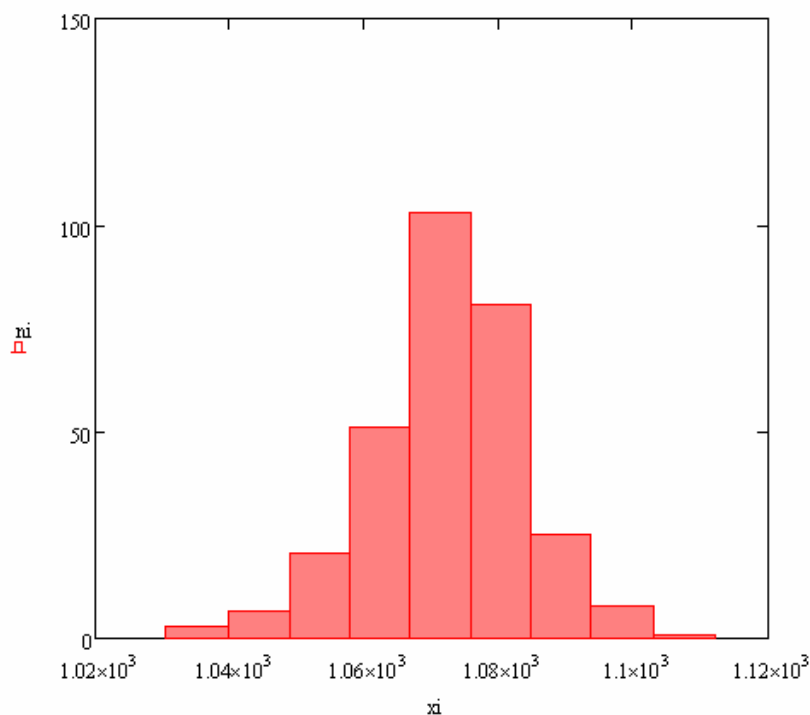


Рисунок 3 – Гістограма густини відносних частот

Верхні границі інтервалів знайдемо так:

$$\text{int}_{i+1} := \text{int}_i + h .$$

Середини інтервалів розрахуємо так:

$$xi_i := \frac{\text{int}_i + \text{int}_{i+1}}{2} . \quad (10)$$

Для обчислення абсолютних частот інтервалів (масив ni) використаємо вбудовану функцію MathCad:

$$ni := \text{hist}(\text{int}, x) . \quad (11)$$

Відносні частоти обчислимо за формулою:

$$\omega_i := \frac{ni}{n} . \quad (12)$$

Знайдемо густину відносних частот:

$$\rho_i := \frac{\omega_i}{h} . \quad (13)$$

В результаті розрахунків отримаємо наступні значення:

i =	int _i =	int _{i+1} =
0	1030.786	1039.786
1	1039.786	1048.786
2	1048.786	1057.786
3	1057.786	1066.786
4	1066.786	1075.786
5	1075.786	1084.786
6	1084.786	1093.786
7	1093.786	1102.786
8	1102.786	1111.786

номер інтервалу границі інтервалу

xi =	ni =
1035.286	3
1044.286	7
1053.286	21
1062.286	51
1071.286	103
1080.286	81
1089.286	25
1098.286	8
1107.286	1

середини інтервалів абсолютні частоти

ωi =	ρi =
0.01	0.001
0.023	0.003
0.07	0.008
0.17	0.019
0.343	0.038
0.27	0.03
0.083	0.009
0.027	0.003
0.003	0

відносні частоти густини відносних частот

Виконаємо перевірку обчислення абсолютних частот:

$$\sum_i ni_i = 300$$

Також виконаємо перевірку обчислення відносних частот:

$$\sum_i \omega i_i = 1.$$

За отриманими даними побудуємо гістограму густини відносних частот. Вона наведена на рисунку 3.

За отриманою гістограмою можна припустити, що даний розподіл підпорядковується нормальному закону розподілу.

Знаходимо математичне сподівання:

$$\tilde{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^* \cdot n_i, \quad (14)$$

$$mi := \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \sum_{i=0}^{h-1} (xi_i \cdot ni_i),$$

$$mi = 1072.276.$$

Визначаємо незміщену оцінку дисперсії:

$$\tilde{D} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i^* - \tilde{m})^2 \cdot n_i, \quad (15)$$

$$Di := \left(\frac{1}{n-1}\right) \cdot \sum_{i=0}^{h-1} [(xi_i \cdot mi)^2 \cdot ni_i],$$

$$Di = 138.532.$$

Тепер потрібно перевірити гіпотезу того, що даний розподіл підпорядковується нормальному закону розподілу, за критерієм Пірсона. Алгоритм цього критерію такий:

- скласти інтервальної статистичний ряд розподілу відносних частот для вибірки обсягу n (виконали вище);

- за складеною таблицею визначити число ступенів вільності r :

$$r := h - 1, \quad (16)$$

$$r = 8;$$

- задати функцію f, близькість якої до функції f_n треба перевірити:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad (17)$$

де $\sigma := \sqrt{Di}$; $\sigma = 11.77$, $a := m$

- підрахувати ймовірності:

$$p_i = \left(\frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}}\right) \cdot \int_{int_i}^{int_{i+1}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx; \quad (18)$$

$$p_1 =$$

0.003
0.02
0.086
0.211
0.297
0.239
0.11
0.029
0.004

- обчислити величину:

$$\chi^2_{експ} = n \cdot \sum_{i=1}^h \frac{(\omega i - p_i)^2}{p_i},$$

$$hisqrroz := n \cdot \sum_{i=0}^{h-1} \frac{(\omega i_i - p_i)^2}{p_i}, \quad (19)$$

$$hisqrroz := 15.003;$$

- задати рівень значущості $\alpha = 0,05$;

- визначити за спеціальною таблицею значення, що відповідає заданим α і r.

За спеціальною таблицею $\chi^2_{кр}$ для рівня значущості $\alpha = 0,05$ та числа ступенів вільності $r = 8$ знаходимо $\chi^2_{кр} = 15,5$.

Оскільки $\chi^2_{експ} < \chi^2_{кр}$, то гіпотеза про близькість функцій f_n^* і f узгоджується зі статистичними даними. Отже, даний статистичний розподіл близький до нормального розподілу з параметрами $a = 1072,276$ і $\sigma = 11,77$ за рівнем значущості $\alpha = 0,05$.

Оскільки для випадкової функції одновірний розподіл імовірності і отримані на основі нього характеристики, такі як оцінка математичного сподівання та дисперсія, ще не є достатніми для оцінки характеру протікання випадкового процесу в часі, необхідно також встановити зв'язок між значеннями випадкового процесу в різні моменти часу. Це можна зробити за допомогою двовірної функції розподілу.

Інтенсивність зміни випадкового сигналу в часі можна охарактеризувати за допомогою однієї з функцій – автокореляційної функції або функції спектральної густини.

Автокореляційною функцією є математичне сподівання похідних значень центрованої випадкової функції, взятих для двох моментів часу t_1 та t_2 . Вона визначається за формулою:

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x^*(t-\tau)dt, \quad (20)$$

де τ – кореляційний зсув.

Іншими словами, автокореляція – це кореляція ряду з самим собою із затримкою на τ спостережень. Величину τ називають лагом [3].

Оскільки досліджувана реалізація є сукупністю дискретних значень сигналу, отриманих через рівні проміжки Δt , то інтеграл (21) наближено замінимо сумою

$$R_{xx}(\tau) = R(k\Delta t) \approx \frac{1}{n-k} \sum_{i=0}^{n-k} x^0(i\Delta t)x^0(i\Delta t + k\Delta t), \quad (21)$$

де $x^0(t) = x(t) - m_x$ – центровані значення.

$$x^0 := x - m \quad (22)$$

	0
0	33.726
1	35.099
2	38.049
3	...

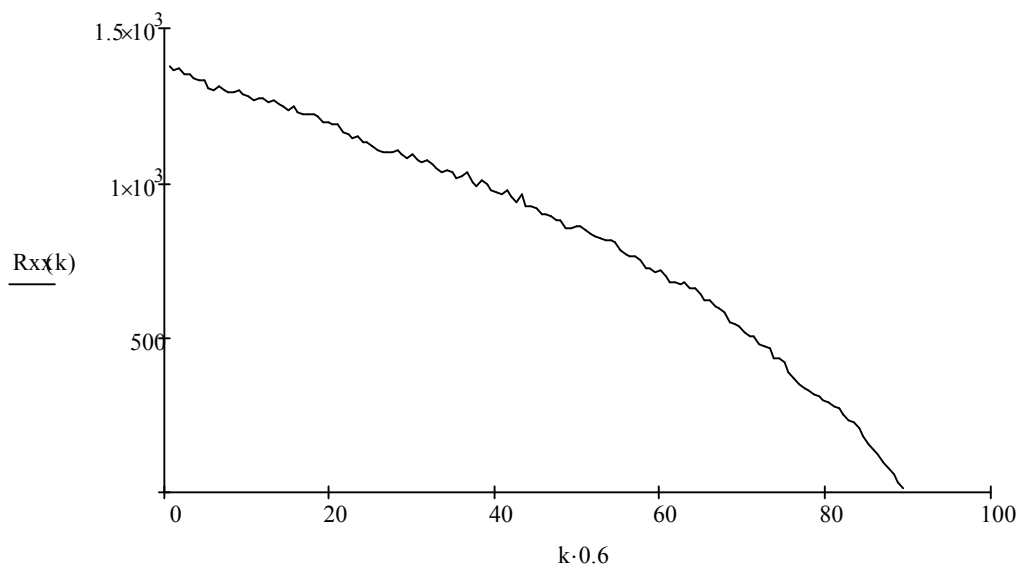


Рисунок 4 – Графік автокореляційної функції $R_{xx}(k)$

Для розрахунку автокореляційної функції $R_{xx}(\tau)$ робимо всі центровані значення x додатними, тобто «піднімаємо» їх на вісь абсцис:

$$x_0 := x_0 - \min(x_0) . \quad (23)$$

Задаємо час зсуву $\tau = 0,6c$.

Визначаємо автокореляційну функцію в MathCad з такою послідовністю:

$$\tau = 0,6 ;$$

$$\Delta T := T_2 - T_1 ;$$

$$\Delta T = 0.3 ;$$

$$\Delta k := \text{floor}\left(\frac{\tau}{\Delta T}\right) ;$$

$$\Delta k = 2 ;$$

$$i := 0..n ;$$

$$k := 1.. \left(\frac{n}{\Delta k}\right) - 1 ;$$

$$R_{xx}(k) = \frac{1}{n-k} \cdot \sum_{i=0}^{n-1-k\Delta k} (x_0_i \cdot x_0_{i+\Delta k \cdot k}) .$$

Отримуємо графік автокореляційної функції $R_{xx}(k)$ (рис. 4).

Він підтверджує, що досліджуваний процес $x(t)$ є стаціонарним і ергодичним. При статистичному аналізі стаціонарних випадкових функцій, користуючись теоремою Хінчен-Вінера зручно користуватись спектральною густиною випадкової функції, тобто двостороннім зображенням автокореляційної функції за Фур'є [4]:

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\lambda\tau} R(\tau) d\tau , \quad (24)$$

де $R(\tau)$ – оригінал автокореляційної функції.

Спектральна густина є додатною функцією у всьому діапазоні частот від 0 до ∞ . Вона не містить відомостей про фази окремих гармонійних складових. За допомогою наведеної формули (24) можна визначити спектральну гус-

тину за заданою аналітично автокореляційній функції $R_{xx}(\tau)$.

Визначимо спектральну густина, використовуючи пакет MathCad. Попередньо ми визначили автокореляційну функцію $R_{xx}(\tau)$. Наступним кроком збережемо отримані значення функції в масив даних.

$$r_{xx_{k-1}} := R_{xx}(k) . \quad (25)$$

Далі використаємо перетворення Фур'є, взявши за основу вбудовану функцію $\text{fft}(x)$:

$$z := \text{fft}(r_{xx}) . \quad (26)$$

Отримане перетворення потрібно взяти за модулем, оскільки спектральна густина є додатною у всьому діапазоні частот. Отже:

$$i := 0.. \text{length}(z) - 1 ;$$

$$S_i := |z_i| ;$$

$$\omega_i := i .$$

За отриманими даними побудуємо залежність S від ω . Так ми отримуємо графік спектральної густини $S(\omega)$. Модуль значення спектральної густини визначає амплітудно-частотну характеристику сигналу, а її аргумент називають фазо-частотною характеристикою. АЧХ сигналу є парною функцією, а ФЧХ – непарною. Загалом зміст $S(\omega)$ визначається як амплітуда сигналу, що припадає на 1 Гц в нескінченно вузькій полосі частот, яка включає в себе розглянуту частоту ω .

Висновок

На основі аналізу з використанням програмного пакету MathCad флуктуацій сигналу акустичного давача, встановленого на ГПА №9 ДКС ПСГ «Більче-Волиця», визначені статистичні характеристики цього випадкового процесу. Це дало змогу встановити, що досліджуваний процес є стаціонарним, ергодичним. Отримані оцінки автокореляційної функції і

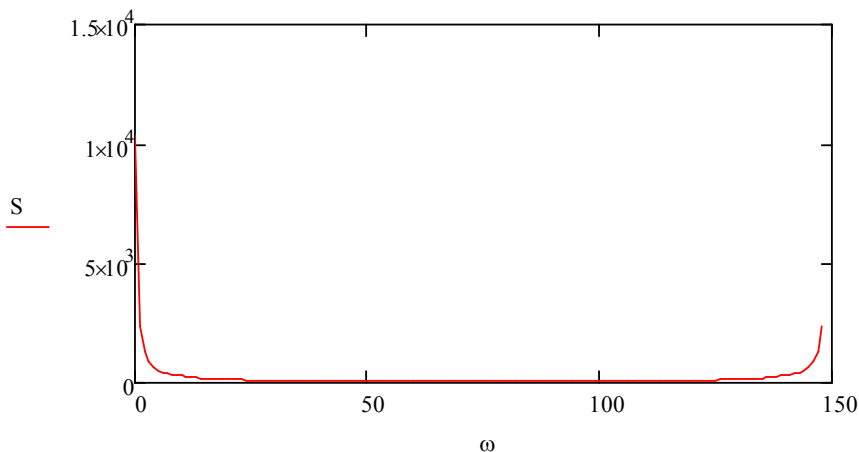


Рисунок 5 – Графік спектральної густини досліджуваного процесу

спектральної щільності сигналу дозволяють оцінювати точність інтерполяції вимірюваної величини, вибирати крок дискретизації, синтезувати алгоритми контролю та сигналізації про появу помпажу, діагностувати стан ГПА і вимірювальних каналів системи автоматизації.

Література

1 Волгин В.В. Оценка корреляционных функций в промышленных системах управления / В.В. Волгин, Р.Н. Каримов. – М.: Энергия, 1979. – 80 с.

2 Петеш М.О. Ідентифікація та контроль помпажу відцентрових нагнітачів газоперекачувальних агрегатів дотискувальної компресорної станції підземного сховища газу: доклади міжнар. конф. з автоматичного управління «Автоматика – 2008» / М.О. Петеш. – Одеса: ОНМА, 2008. – С.891-982.

3 Назаренко М.В. Теоретичні засади та принципи побудови моделей динамічних процесів та їх регуляторів: [монографія] / М.В. Назаренко. – Кривий Ріг: Діоніс (ФОП Чернявський Д.О.). – 2010. – 204 с.

4 Семенов Г.Н. Теорія автоматичного керування: навч. посіб. / Г.Н. Семенов. – Івано-Франківськ: Факел, 1999. – 610 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії
02.12.10

Рекомендована до друку професором
Г.Н.Семеновим