

# **Енергетика, контроль та діагностика об'єктів нафтогазового комплексу**

---

УДК 621.316:519.853

## **ВИБІР ТИПУ Й ОПТИМАЛЬНОЇ ПОТУЖНОСТІ ДЖЕРЕЛ КОМПЕНСАЦІЇ РЕАКТИВНОГО НАВАНТАЖЕННЯ СПОЖИВАЧІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ФУНКЦІЇ ЛАГРАНЖА**

**Ю. Ф. Романюк, О. В. Соломчак**

IФНТУНГ; 76019, Івано-Франківськ, вул. Карпатська 15, тел. (0342) 727172,  
e-mail : e re o @ p i n g . e d u . u a

Розглядається методика вибору типу й оптимальної реактивної потужності джерел компенсації реактивного навантаження споживачів нафтогазової галузі за критерієм мінімуму дисконтованих витрат, які включають витрати на генерацію та передачу реактивної потужності споживачам, капітальні вкладення на встановлення компенсувальних пристрій і витрати на їх експлуатацію. Для визначення оптимального розподілу реактивного навантаження між джерелами використано метод невизначених множників Лагранжа з врахуванням технічних обмежень у вигляді нерівностей, які випадку їх порушення прирівнюються до граничних значень і оптимізація розподілу реактивної потужності здійснюється між іншими джерелами, обмеження для яких не порушуються. Наведено приклад вибору оптимальної потужності джерел для компенсації реактивного навантаження споживачів насосної станції. Показано, що для компенсації реактивної потужності найдоцільніше використовувати конденсаторні установки і, частково, синхронні двигуни. Систему, як джерело реактивної потужності, використовувати недоцільно у зв'язку з великими втратами на передачу реактивної електроенергії споживачам. Розрахунками підтверджено, що саме комплексне використання джерел реактивної потужності є найекономічнішим.

Ключові слова: реактивна потужність, нафтогазові підприємства, оптимальний розподіл, дисконтовані витрати, функція Лагранжа, конденсаторна батарея, синхронний двигун.

Рассматривается методика выбора типа и оптимальной реактивной мощности источников компенсации реактивной нагрузки потребителей нефтегазовой отрасли по критерию минимума дисконтированных затрат, включающих затраты на генерацию и передачу реактивной мощности потребителям, капитальные вложения на установку компенсирующих устройств и расходы на их эксплуатацию. Для определения оптимального распределения реактивной нагрузки между источниками использован метод неопределенных множителей Лагранжа с учетом технических ограничений в виде неравенств, которые в случае их нарушения приравниваются к предельным значениям и оптимизация распределения реактивной мощности осуществляется между другими источниками, ограничения для которых не нарушаются. Приведен пример выбора оптимальной мощности источников для компенсации реактивной нагрузки потребителей насосной станции. Показано, что для компенсации реактивной мощности целесообразно использовать конденсаторные установки и, частично, синхронные двигатели. Систему, как источник реактивной мощности, использовать нецелесообразно в связи с большими потерями на передачу реактивной электроэнергии потребителям. Расчетами подтверждено, что именно комплексное использование источников реактивной мощности является наиболее экономичным.

Ключевые слова: реактивная мощность, нефтегазовые предприятия, оптимальное распределение, дисконтированные затраты, функция Лагранжа, конденсаторная батарея, синхронный двигатель.

The article considers the methodology for selection of the type and optimum reactive sources power for compensation of reactive load of oil and gas industry consumers according to the criterion of minimum discounted costs, which include the costs for generation and transmission of reactive power to consumers, investments for installation of compensating devices, and costs for their operation. To determine the optimum distribution of reactive load between the sources, the method of undetermined Lagrange multiplier was used with the account of technical constraints in the form of inequalities, which, in the case of their violation, were set to limit values and optimization of the reactive power distribution was carried out between other sources, whose constraints had not

been violated. An example of choosing the optimum sources power to compensate reactive load of the pumping station consumers was demonstrated. It was shown that, to compensate reactive power, it would be better to use condenser units and partially synchronous motors. It is impractical to use the system as a reactive power source due to heavy losses for reactive power transmission to consumers. The calculations proved that the complex use of reactive power sources seemed to be the most economical.

Keywords: reactive power, oil and gas company, optimum distribution, discounted costs, Lagrange function, capacitor battery, synchronous motor.

### **Актуальність проблеми**

Оптимізація та підвищення енергоефективності розподільчих електрических мереж нафтогазових промислов (НГП) може бути досягнута шляхом правильного вибору типу, економічно доцільної потужності та розміщення компенсувальних пристрій (КП). В процесі експлуатації електричної мережі це дозволяє зменшити втрати електроенергії та видатки на її оплату, покращити якість електроенергії і знизити експлуатаційні витрати.

### **Постановка проблеми**

Метою роботи є подальший розвиток і вдосконалення методу оптимальної компенсації реактивної потужності [1] в системах електропостачання (СЕП) з використанням алгоритмізації оптимізаційних задач і застосування сучасної обчислювальної техніки, спрямованих на зниження втрат електроенергії, покращення якості та надійності електропостачання технологічних комплексів НГП, зменшення собівартості видобутку паливно-енергетичних ресурсів, а також розроблення практичних алгоритмів нелінійного програмування, адаптованих до конкретних завдань оптимізації СЕП НГП.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Враховуючи введення плати за перетікання реактивної електроенергії між електропередавальною організацією та її споживачами [2], велика кількість наукових робіт присвячено питанням компенсації реактивної потужності. Вченими в галузі компенсації реактивної потужності проведено аналіз існуючої методики обчислення плати за споживання та генерацію реактивної електроенергії, вдосконалюються способи й засоби компенсації, аналізується ефективність різних джерел реактивної потужності, розробляються методи вибору оптимальної потужності компенсувальних пристрій [3-6].

### **Виділення невирішених частин загальної проблеми**

Вибір засобів компенсації реактивної потужності проводиться на підставі порівняння ефективності різних джерел реактивної потужності. Проте невирішеним залишається питання комплексного використання таких джерел. Дана робота присвячена розробленню комплексної математичної моделі оптимальної компенсації реактивного навантаження споживачів з використанням методів нелінійної алгоритмізації.

### **Формулювання цілей дослідження**

Для вирішення поставленої проблеми сформульовано такі цілі:

- розроблення математичної моделі оптимальної схеми компенсації реактивної потужності споживачів у формі нелінійної оптимізаційної задачі;

- формулювання обмежень математичної моделі;

- розрахунок цінових коефіцієнтів моделі для різних джерел реактивної потужності;

- розроблення алгоритму розв'язання задачі з використанням функції Лагранжа;

- розроблення алгоритму врахування технічних обмежень у формі нерівностей;

- розв'язок задачі для вибраної схеми електропостачання НГП;

- аналіз одержаних результатів та впливу обмежень на кінцевий розв'язок.

Вибір економічно доцільної потужності, типу і розміщення компенсувальних пристрій (КП) під час проектування електричної мережі повинен проводитись одночасно з вибором інших її елементів і пристрій для регулювання напруги, а під час її експлуатації слід враховувати наявне та додатково встановлене з метою оптимізації режиму обладнання. Розв'язання цієї задачі здійснюється шляхом порівняння варіантів компенсації реактивної потужності навантаження (РП) з використанням різних джерел. При цьому для кожного варіанта параметри елементів мережі (перерзи проводів і кількість ліній, потужність та кількість трансформаторів тощо) повинні бути узгоджені з вибраними параметрами КП.

Розглянемо методику вибору джерел реактивної потужності за умовою економічності [1]. Такими джерелами можуть бути конденсаторні батареї (КБ), синхронні генератори (СГ), синхронні двигуни (СД) та інші джерела.

Вихідними даними для розрахунків є принципова схема і параметри розподільчої мережі, графіки активних і реактивних навантажень або їх характеристики.

Критерієм вибору оптимальної потужності КП є мінімум сумарних дисконтуваних витрат  $B_{dc}$ , на величину яких впливає зміна технічних та економічних показників, зокрема вартість втрат електроенергії на генерацію реактивної потужності різними джерелами та її передачу мережею до місця споживання.

У загальному випадку в пункт *A* мережі реактивна потужність може бути передана від декількох джерел (рисунок 1). Задача вибору найекономічніших джерел та їх оптимальної потужності для компенсації реактивного навантаження споживачів зводиться до мінімізації функції сумарних дисконтуваних витрат, зумовлених генерацією і передачею реактивної потужності від усіх *n* джерел до вузла *A* мережі:

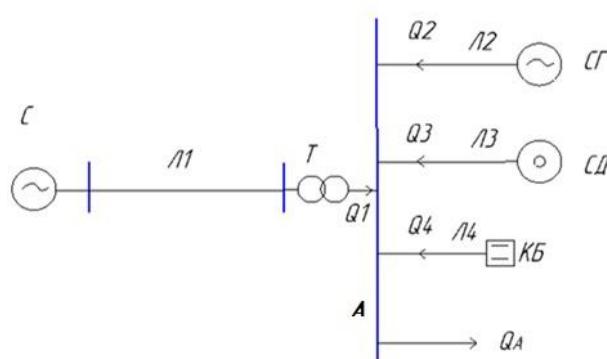


Рисунок 1 – Схема передачі реактивної потужності від джерел до вузла А

$$B_{dc} = \sum_{k=0}^n (B_{0k} + B_{1k}Q_k + B_{2k}Q_k^2), \quad (1)$$

де  $Q_k$  – реактивні потужності джерел,  $k = 1, 2, \dots, n$ ;

$B_{0k}$  – стала складова дисконтованих витрат;

$B_{1k}$ ,  $B_{2k}$  – питомі витрати, величина яких залежить від типу КП і параметрів розподільчої мережі.

Визначимо дисконтовані витрати та їх складові для вказаних на рисунку 1 джерел.

Дисконтовані витрати на передачу реактивної потужності  $Q_1$  від системи С до вузла А включають вартість втрат електроенергії в трансформаторі Т та витрати на передачу потужності  $Q_1$  від системи з врахуванням втрат реактивної потужності в трансформаторі

$$B_1 = \frac{\Pi_{bx} \Delta P_{h,x} 8760}{E} + \frac{DTT_{h\delta}}{E} Q_1 + \frac{\Pi_{bx} R_T \tau 10^3}{U_{hom}^2 E} Q_1^2 = \\ = B_{01} + B_{11}Q_1 + B_{21}Q_1^2, \quad (2)$$

де  $\Delta P_{h,x}$  – втрати потужності неробочого ходу знижувального трансформатора (кВт);

$U_{hom}$  – номінальна напруга розподільчої мережі споживача (кВ);

$R_T$  – активний опір трансформатора, зведенний до номінальної напруги вторинної обмотки (Ом);

$\tau$  – час найбільших втрат (год);

$D$  – економічний еквівалент реактивної потужності (кВт/квар);

$\Pi_{bx}$  – вартість електроенергії для споживача на межі балансової належності електричних мереж (грн/кВт·год);

$T$  – фактична закупівельна ціна електроенергії для електропостачальної організації за розрахунковий період (грн/кВт·год);

$T_{h\delta}$  – час використання найбільшого навантаження;

$E$  – норма дисконту.

Дисконтовані витрати на передачу реактивної потужності  $Q_2$  і  $Q_3$  від синхронних генераторів (СГ) і синхронних двигунів (СД) до пункту А включають відповідно вартість втрат електроенергії в СГ і СД та лініях живлення Л2 і Л3:

$$B_2 = \frac{D_{lg} T_{p,g} \Pi_r}{Q_{nom,r} E} Q_2 + \left( \frac{D_{2g} T_{p,g} \Pi_r}{N_r Q_{nom,r}^2 E} + \frac{\Pi_{bx} R_2 \phi 10^3}{N_r U_{hom}^2 E} \right) Q_2^2 = \\ = B_{12} Q_2 + B_{22} Q_2^2; \quad (3)$$

$$B_3 = \frac{D_{cd} T_{p,cd} \Pi_{bx}}{Q_{nom,cd} E} Q_3 + \left( \frac{D_{2cd} T_{p,cd} \Pi_{bx}}{N_{cd} Q_{nom,cd}^2 E} + \frac{\Pi_{bx} R_3 \phi 10^3}{N_{cd} U_{hom}^2 E} \right) Q_3^2 = \\ = B_{13} Q_3 + B_{23} Q_3^2, \quad (4)$$

де  $D_1, D_2$  – постійні коефіцієнти, що характеризують втрати активної потужності в СГ(СД) під час генерування ними реактивної потужності (кВт);

$T_p$  – тривалість роботи СГ(СД) (год);

$N$  – кількість однотипних синхронних генераторів (двигунів);

$Q_{nom}$  – номінальна потужність СГ(СД) (квар);

$R_2, R_3$  – активні опори ліній зв'язку Л2 та Л3 (Ом);

$\Pi_r$  – собівартість виробництва електроенергії генераторами (грн/кВт·год).

Дисконтовані витрати на передачу реактивної потужності  $Q_4$  від конденсаторної батареї (КБ) включають вартість КБ і комутуючих апаратів, втрати в КБ і лінії живлення Л4

$$B_4 = \left( \left( 1 + \frac{\alpha_e}{100E} \right) K_{0kb} + \frac{\Pi_{bx} \Delta P_0 T_{h\delta}}{E} \right) Q_4 + \\ + \frac{\Pi_{bx} R_4 \phi 10^3}{U_{hom}^2 E} Q_4^2 = B_{14} Q_4 + B_{24} Q_4^2, \quad (5)$$

де  $\Delta P_0$  – питомі втрати активної потужності в конденсаторних установках (кВт/квар);

$K_{0kb}$  – питомі капіталовкладення на 1 кварт генерованої потужності конденсаторної батареї (грн/квар);

$\alpha_e$  – норма витрат на експлуатацію КБ, %;

$T_{h\delta}$  – час використання найбільшого навантаження (год).

На величину генерованої джерелами реактивної потужності  $Q_k$  накладається ряд обмежень. Для синхронних машин верхня межа визначається умовою допустимих теплових режимів для статора і ротора. Для КБ верхня межа потужності не обмежується (теоретично батарея може бути вибрана будь-якої потужності), а нижня межа дорівнює нулю, так як КБ не може споживати реактивну потужність з мережі. Крім того, повинна задовільнитися умова балансу реактивної потужності у вузлі А, а навантаження елементів розподільчої мережі не повинні перевищувати допустимих значень.

Врахуємо такі обмеження:

$$\begin{aligned} Q_1 &\leq Q_T^{\max}; \\ Q_2 &\leq N_r Q_r^{\max}; \\ Q_3 &\leq N_{cd} Q_{cd}^{\max}, \end{aligned} \quad (6)$$

$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = Q_A,$

де  $Q_T^{\max}$  – максимальна реактивна потужність, яка може бути передана через трансформатор у режимі найбільших навантажень без збільшення встановленої потужності трансформатора;

$Q_r^{\max}, Q_{cd}^{\max}$  – максимальні значення реактивних потужностей, які можуть генерувати СГ і СД при їх номінальному навантаженні;

$Q_A$  – реактивна потужність, що споживається у вузлі  $A$  мережі.

При цьому напруга у вузлі  $A$  не повинна виходити за допустимі межі:

$$U_{A\min} \leq U_A \leq U_{A\max}. \quad (7)$$

Поставлена задача є задачею нелінійного програмування і може бути розв'язана методом Лагранжа. Проте цей метод застосовується тільки для задач з обмеженнями у формі рівностей. За наявності нерівностей задача розв'язується у декілька етапів.

Якщо цільова функція  $f(x)$  і обмеження визначені, неперервні і мають неперервні похідні на множині  $X$ , а множина  $X$  обмежена (замкнутість випливає з неперервності функцій обмежень), то за теоремою Вейерштрасса у множині  $X$  існують точки, в яких цільова функція  $f(x)$  досягає своїх значень максимуму і мінімуму. Якщо шукана точка є внутрішньою точкою множини  $X$ , то в ній функція  $f(x)$  має локальний максимум чи мінімум, так що ця точка міститься серед стаціонарних точок, в яких похідна дорівнює нулю. Проте свого найбільшого (найменшого) значення цільова функція  $f(x)$  може досягати і на межі множини  $X$ . Тому, для того щоб знайти найбільше і найменше значення цільової функції  $f(x)$  на множині  $X$ , потрібно знайти всі стаціонарні внутрішні точки, обчислити значення цільової функції в них і порівняти зі значеннями функції в стаціонарних граничних точках множини  $X$ . Зауважимо, що для пошуку граничних точок доводиться повторно розв'язувати аналогічні задачі, у яких почергово замінююти нерівності-обмеження рівностями. Таким чином, необхідно розв'язати ряд задач з обмеженнями-рівностями, використовуючи метод вилучення змінних або метод множників Лагранжа.

Для пошуку всіх стаціонарних точок потрібно перебрати всі підмножини обмежень. Найбільше і найменше із значень функції в знайдених точках і будуть шуканими найбільшим і найменшим значеннями функції  $f(x)$ .

Для розв'язання задачі без обмежень-нерівностей запишемо функцію Лагранжа

$$\begin{aligned} L = & B_{01} + B_{11}Q_1 + B_{21}Q_1^2 + B_{12}Q_2 + B_{22}Q_2^2 + \\ & + B_{13}Q_3 + B_{23}Q_3^2 + B_{14}Q_4 + B_{24}Q_4^2 + \\ & + \lambda(Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 - Q_A). \end{aligned} \quad (8)$$

Пошук абсолютноного екстремуму функції Лагранжа, який відповідає оптимальному розподілу потужності джерел, здійснимо шляхом її диференціювання та прирівняння до нуля часткових похідних:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial Q_1} &= B_{11} + 2B_{21}Q_1 + \lambda; \\ \frac{\partial L}{\partial Q_2} &= B_{12} + 2B_{22}Q_2 + \lambda; \\ \frac{\partial L}{\partial Q_3} &= B_{13} + 2B_{23}Q_3 + \lambda; \\ \frac{\partial L}{\partial Q_4} &= B_{14} + 2B_{24}Q_4 + \lambda; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 - Q_A = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт Лагранжа.

Розв'язавши систему рівнянь (9), визначимо значення потужностей  $Q_k$ , які відповідають екстремуму функції (1) з врахуванням обмеження-рівняння системи (6). Оскільки система (9) є лінійною, то її можна розв'язати, наприклад, методом Гауса з використанням стандартного математичного забезпечення.

Якщо одержаний розв'язок не задовільняє рівнянню обмеження у формі нерівностей, то необхідно почергово замінювати їх рівностями і повторно розв'язувати задачу.

Наприклад, розглянемо нафтоперекачувальну станцію (НПС), на якій встановлено 6 високовольтних синхронних електродвигунів СТД-4000-2, з них 4 робочих і 2 резервних. НПС живиться від головної знижувальної двотрансформаторної підстанції (ГЗП) 35/10 кВ з трансформаторами ТДН-16000/35. Крім того, від ГЗП одержують живлення підпірна насосна станція та інші низьковольтні електроприймачі НПС. Сумарна розрахункова потужність навантаження ГЗП становить:  $P_A = 25000$  кВт;  $Q_A = 7000$  квар (за умови, що СД не споживають реактивну потужність).

Потенційними джерелами реактивної потужності можуть бути: система (С), синхронні двигуни (СД) та високовольтні конденсаторні батареї (КБ). Потрібно визначити оптимальну потужність кожного з них за умовою мінімальних дисkontованих витрат з врахуванням умови балансу потужності та обмежень за максимальною потужністю.

Розглянемо декілька варіантів розв'язання цієї задачі для заданої розрахункової схеми (рисунок 2).

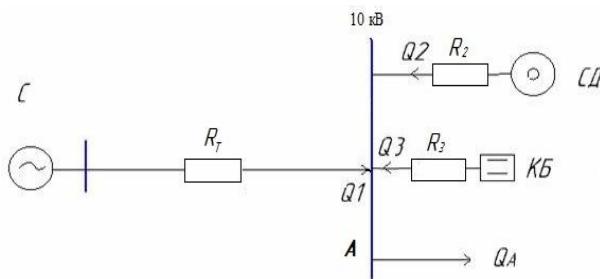


Рисунок 2 – Розрахункова схема

Вихідні данні:  $Q_A = 7000$  квар;  $T_{\text{нб}} = 6300$  год;  $D = 0,038$ ;  $\Pi_{\text{вх}} = 1,49$  грн/кВт·год;  $T = 0,912$  грн/кВт·год;  $T_{\text{cd}} = 8500$  год.

Цільова функція матиме вигляд:

$$B_{dc} = B_{01} + B_{11}Q_1 + B_{21}Q_1^2 + B_{02} + B_{12}Q_2 + \dots + B_{22}Q_2^2 + B_{03} + B_{13}Q_3 + B_{23}Q_3^2. \quad (10)$$

Визначимо питомі витрати на передачу реактивної потужності  $Q_1$  від системи (С) до вузла навантаження

$$B_{01} = \frac{\Pi_{\text{вх}} \Delta P_{\text{н.х}} 8760}{E};$$

$$B_{11} = \frac{DTT_{\text{нб}}}{E} = \frac{0,038 \cdot 0,912 \cdot 6300}{0,2} = 1091,7 \text{ грн/квар};$$

$$B_{21} = \frac{\Pi_{\text{вх}} R_T \tau 10^{-3}}{U_{\text{ном}}^2 E} = \frac{1,49 \cdot 0,02 \cdot 4980 \cdot 10^{-3}}{10^2 \cdot 0,2} = 6,71 \cdot 10^{-3} \text{ грн/квар}^2;$$

$$\text{де } \tau = \left( 0,124 + \frac{6300}{10000} \right)^2 \cdot 8760 = 4980 \text{ год};$$

$$R_T = \frac{1}{2} \Delta P_{\text{кз}} \left( \frac{U_{\text{2ном}}}{S_{\text{ном}}} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 85 \cdot \left( \frac{11}{16000} \right) \cdot 10^{-3} = 0,0201 \text{ Ом.}$$

Оскільки втрати неробочого ходу трансформаторів не залежать від вибору варіанта компенсації, то їх можна не враховувати, тому приймаємо  $B_{01} = 0$ .

Визначимо питомі витрати на генерацію та передачу реактивної потужності від СД до вузла А. Технічні характеристики СД і лінії зв'язку:

$\cos \varphi = 0,9$ ;  $D_1 = 8,34$  кВт;  $D_2 = 12,6$  кВт;  $Q_{\text{ном},cd} = P_{\text{ном}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{ном}} = 4000 \cdot 0,484 = 1937$  квар;  $\ell = 200$  м;  $r_0 = 0,125$  Ом/км.

Визначимо складові витрат для СД:

$$B_{02} = 0;$$

$$B_{12} = \frac{D_1 T_{\text{п.сд}} \Pi_{\text{вх}}}{Q_{\text{ном},d} E} = \frac{8,34 \cdot 8500 \cdot 1,49}{1937 \cdot 0,2} = 263,3 \text{ грн/квар};$$

$$B_{22} = \frac{D_2 T_{\text{п.сд}} \Pi_{\text{вх}}}{N_{\text{сд}} Q_{\text{ном},d}^2 E} + \frac{\Pi_{\text{вх}} R_2 \phi 10^3}{N_{\text{сд}} U_{\text{ном}}^2 E} = \\ = \frac{12,6 \cdot 8500 \cdot 1,49}{4 \cdot 1937^2 \cdot 0,2} + \frac{1,49 \cdot 0,025 \cdot 4980 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^2 \cdot 0,2} = \\ = 0,0518 \text{ грн/квар}^2.$$

Розрахуємо питомі витрати на передачу реактивної потужності від конденсаторної батареї КБ ( $U_{\text{ном}} = 10$  кВ;  $K_0 = 300$  грн/квар;  $\Delta P_0 = 7 \cdot 10^{-5}$  кВт/квар;  $R_3 = 0,002$  Ом):

$$B_{03} = 0;$$

$$B_{13} = K_{0\delta} \left( 1 + \frac{\alpha_e \%}{100E} \right) + \frac{\Pi_{\text{вх}} \Delta P_0 T_{\text{нб}}}{E} = \\ = 300 \cdot \left( 1 + \frac{2,4}{100 \cdot 0,2} \right) + \frac{1,49 \cdot 7 \cdot 10^{-5} \cdot 6300}{0,2} = \\ = 339,3 \text{ грн/квар};$$

$$B_{23} = \frac{\Pi_{\text{вх}} R_3 \phi 10^3}{U_{\text{ном}}^2 E} = \frac{1,49 \cdot 0,002 \cdot 4980 \cdot 10^{-3}}{10^2 \cdot 0,2} = \\ = 0,67 \cdot 10^{-3} \text{ грн/квар}^2.$$

Сумарні дисконтовані витрати, зумовлені генерацією і передачею реактивної потужності від усіх джерел до вузла А мережі, описуються функцією:

$$B_{dc} = 1091,7 \cdot Q_1 + 6,71 \cdot 10^{-3} Q_1^2 + 263,3 Q_2 + \\ + 0,0518 Q_2^2 + 339,3 Q_3 + 0,67 \cdot 10^{-3} Q_3^2.$$

Сформуємо функцію Лагранжа:

$$L = 1091,7 Q_1 + 6,71 \cdot 10^{-3} Q_1^2 + 263,3 Q_2 + \\ + 0,0518 Q_2^2 + 339,3 Q_3 + 0,67 \cdot 10^{-3} Q_3^2 + \\ + \lambda(Q_1 + Q_2 + Q_3 - 7000) \rightarrow \min.$$

Часткові похідні функції Лагранжа:

$$\frac{\partial L}{\partial Q_1} = 1091,7 + 0,0134 Q_1 + \lambda = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_2} = 263,3 + 0,104 Q_2 + \lambda = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_3} = 339,3 + 0,00134 Q_3 + \lambda = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Q_1 + Q_2 + Q_3 - 7000 = 0.$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, одержимо:  $\lambda = -414,5$ ;  $Q_1 = -50561$  квар;  $Q_2 = 1454$  квар;  $Q_3 = 56107$  квар, при цьому  $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 7000$  квар.

Оскільки  $Q_1 \leq 0$ , то споживати реактивну потужність від системи недоцільно. Від'ємне значення змінної  $Q_1$  математично означає, що цю потужність потрібно не споживати, а генерувати в систему, що економічно невигідно, оскільки згідно з [2] за генерацію потрібно платити, тому приймаємо  $Q_1 = 0$ .

Порівняємо дисконтовані витрати на генерацію і передачу реактивної електроенергії до вузла А від кожного з джерел окремо:

$$\begin{aligned} B_{dc1} &= B_{11}Q_A + B_{21}Q_A^2 = \\ &= 1092 \cdot 7000 + 0,00671 \cdot 7000^2 = 7972790 \text{ грн;} \\ B_{dc2} &= B_{12}Q_A + B_{22}Q_A^2 = \\ &= 263,3 \cdot 7000 + 0,0518 \cdot 7000^2 = 4381300 \text{ грн;} \\ B_{dc3} &= B_{13}Q_A + B_{23}Q_A^2 = \\ &= 339,3 \cdot 7000 + 0,00067 \cdot 7000^2 = 2407930 \text{ грн.} \end{aligned}$$

Як бачимо, витрати на генерацію і передачу реактивної енергії найменші для конденсаторної батареї і залежать, в основному, від її вартості (втратами в сучасних КБ можна знебхувати).

Визначимо оптимальний розподіл реактивної потужності у вузлі А між синхронними двигунами і конденсаторну батарею за умови балансу потужностей  $Q_2 + Q_3 = Q_A$ .

Запишемо функцію Лагранжа та її похідні:

$$\begin{aligned} L &= 263,3Q_2 + 0,0518Q_2^2 + 339,3Q_3 + \\ &+ 0,67 \cdot 10^{-3}Q_3^2 + \lambda(Q_2 + Q_3 - 7000) \rightarrow \min \\ \frac{\partial L}{\partial Q_2} &= 263,3 + 0,104Q_2 + \lambda = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial Q_3} &= 339,3 + 0,00134Q_3 + \lambda = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= Q_2 + Q_3 - 7000 = 0. \end{aligned}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, одержимо:  $\lambda = -347,6$ ;  $Q_2 = 810$  квар;  $Q_3 = 6190$  квар; при цьому  $Q_2 + Q_3 = 7000$  квар.

Отже для компенсації реактивної потужності економічно доцільно використовувати конденсаторні установки і частково синхронні двигуни. Сумарні дисконтовані витрати становлять  $B_{dc} = 2374796$  грн.

Змінимо умови обмеження потужності СД:  $Q_2 \leq 500$  квар.

Оскільки оптимальне значення реактивної потужності  $Q_2 = 810$  квар, тобто виходить за граничні межі, то знайдемо оптимальний розв'язок на межі області допустимих значень, прирівнявши  $Q_2 = 500$ . Врахуємо також, що  $Q_1 = 0$ .

Функція Лагранжа та її похідні:

$$\begin{aligned} L &= 263,3 \cdot 500 + 0,0518 \cdot 500^2 + 339,3 \cdot Q_3 + \\ &+ 0,67 \cdot 10^{-3} \cdot Q_3^2 + \lambda(500 + Q_3 - 7000) \rightarrow \min \\ \frac{\partial L}{\partial Q_3} &= 339,3 + 0,00134Q_3 + \lambda = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 500 + Q_3 - 7000 = 0. \end{aligned}$$

Звідси одержимо:  $\lambda = -348,01$ ;  $Q_3 = 6500$  квар;  $Q_2 = 500$  квар.

Сумарні дисконтовані витрати для цього варіанта становлять  $B_{dc} = 2378358$  грн, тобто дещо збільшуються.

Оптимальний варіант компенсації реактивної потужності залежить і від схеми зовнішнього живлення споживача. При цьому змінюється значення економічного еквівалента реактивної потужності  $D$ . Розглянемо випадок, коли  $D = 0,019$  (становить 50 % від значення у попередніх прикладах), а для компенсації використовують тільки наявні СД ( $Q_3 = 0$ ). Тоді  $B_{11} = 546$  грн/квар.

Сумарні дисконтовані витрати, зумовлені генерацією і передачею реактивної потужності від системи і СД до вузла А, мережі описуються функцією:

$$\begin{aligned} B_{dc} &= 546 \cdot Q_1 + 6,71 \cdot 10^{-3}Q_1^2 + \\ &+ 263,3Q_2 + 0,0518Q_2^2. \end{aligned}$$

Сформуємо функцію Лагранжа:

$$\begin{aligned} L &= 546Q_1 + 6,71 \cdot 10^{-3}Q_1^2 + 263,3Q_2 + \\ &+ 0,0518Q_2^2 + \lambda(Q_1 + Q_2 - 7000) \rightarrow \min. \end{aligned}$$

Часткові похідні функції Лагранжа:

$$\frac{\partial L}{\partial Q_1} = 546 + 0,0134Q_1 + \lambda = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_2} = 263,3 + 0,104Q_2 + \lambda = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Q_1 + Q_2 - 7000 = 0.$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, одержимо:  $Q_1 = 3793$  квар;  $Q_2 = 3207$  квар. Таким чином, економічно доцільно використовувати СД тільки частково, а іншу частину реактивної потужності вигідно одержувати із системи.

## Висновки

Тип і оптимальна потужність найекономічніших джерел компенсації реактивного навантаження споживачів можуть бути визначені з використанням методу невизначених множників Лагранжа та врахуванням технічних обмежень, заданих у вигляді нерівностей за умови забезпечення балансу реактивних потужностей.

Критерієм вибору оптимальної потужності джерел є мінімум дисконтованих витрат на генерацію та передачу реактивної потужності з врахуванням капітальних вкладень на встановлення компенсувальних пристройів, витрат на їх експлуатацію та вартості втрат електроенергії.

Загальна задача оптимізації потужності джерел зводиться до покрокового розрахунку з фіксацією граничної потужності тих джерел, для яких оптимальні значення виходять за межі граничних.

Від'ємне значення оптимальної потужності джерела свідчить про недоцільність використання цього джерела для компенсації реактивної потужності споживача. Ця потужність повинна бути скомпенсована за рахунок інших джерел.

Оптимальний варіант компенсації реактивного навантаження передбачає комплексне використання всіх наявних джерел. Порівняння варіантів компенсації окремо від кожного джерела є неправильним.

Розрахунки показали, що немає універсального вирішення проблеми вибору джерел для компенсації реактивної потужності навантаження споживачів. Все залежить від вибраної схеми електропостачання, технічних характеристик джерел, обмежень щодо генерування реактивної потужності синхронними двигунами, вартості електроенергії та вартості конденсаторних установок. У кожному конкретному випадку оптимальна схема компенсації буде різною.

### **Література**

- 1 Карпов Ф. Ф. Компенсация реактивной мощности в распределительных сетях [Текст] / Ф. Ф. Карпов. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.
- 2 Методика обчислення плати за перетікання реактивної електроенергії між електропередавальною організацією та її споживачами. – К.: Міністерство палива та енергетики України, 2002.
- 3 Соломчак О. В. Методика вибору та порівняння варіантів компенсації реактивної потужності [Текст] / О. В. Соломчак. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2005. – 29 с.
- 4 ГКД-340000002-97. Методика определения экономической эффективности капитальных вложений в энергетику. – К.: Минэнерго Украины, 1997.
- 5 Романюк Ю. Ф. Електричні системи та мережі: навч. посібник [Текст] / Ю. Ф. Романюк. – К.: Знання, 2007. – 292 с.
- 6 Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи [Текст] / Л. А. Бессонов. – М: Высшая школа, 1978. – 528 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії*

*25.05.16*

*Рекомендована до друку*  
*професором Костишиним В.С.*  
*(ІФНТУНГ, м. Івано-Франківськ)*  
*професором Николайчуком Я.М.*  
*(Карпатський державний центр інформа-*  
*ційних засобів і технологій НАН України,*  
*м. Івано-Франківськ)*