

гідрофобізується досліджуваним розчином. У виміряне після цього за допомогою даного кільця значення ПН досліджуваного розчину необхідно ввести поправку. Ступінь гідрофобізації кільця розраховують з відношення $(\sigma_1 - \sigma_2) / \sigma_1$, що і визначатиме поправку ненульового кута змочування.

Для розрахунку скоректованого значення ПН досліджуваного розчину запропонуємо формулу

$$\sigma_{\text{сп}} = \sigma_{\text{вим}} [1 - (\sigma_1 - \sigma_2) / \sigma_1], \quad (5)$$

де $\sigma_{\text{вим}}$ - значення ПН досліджуваного розчину, виміряне за допомогою кільця після попереднього повного його занурення в даний розчин.

Отже, вищеперелічений аналіз основних специфічних складових похибки дає змогу

введенням поправок значно підвищити точність вимірювання ПН розчинів ПАР методом витягування кільця.

1. Витвицька Л.А., Кісіль І.С. Вимірювання поверхневого натягу розчинів поверхнево-активних речовин без руйнування поверхні розділу фаз // Конт.-вим. техніка. 1993. N51. C.91.
2. Волоцкий С.С. Курс коллоїдної хімії. М., 1982.
3. Русанов А.И., Прохоров В.А. Межфазная тензиометрия. С.-Петербург, 1994.
4. Gifford W.A. The Effect of Contact Angle on Ring Tensiometry // J. Colloid Interf. Science. 1978. Vol.64. N3. P.588-591.
5. Harkins W.D., Jordan N.I. A Method for the Determination of Surface and Interfacial Tension from the Maximum Pull on a Ring // J. Amer. Chem. Soc. 1930. Vol.52. N5. P.1751-1770.
6. Lunkenheimer K. The Effect of Contact Angle on Ring Tensiometry: An Experimental Study // J. Colloid and Interface Science. 1989. Vol.131. N2. P.580-583.

УДК 532.61

МЕТРОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ РІЗНИХ МОДИФІКАЦІЙ ВИЗНАЧЕННЯ МІЖФАЗНОГО НАТЯГУ МЕТОДОМ ОБЕРТОВОЇ КРАПЛІ

© 1997, Р.І.Кісіль

Івано-Франківський державний технічний університет нафти і газу

Проведений детальний метрологічний аналіз відомих методик визначення міжфазного натягу методом обертової краплі. Для цього був розроблений математичний опис процесу обертання краплі, а також методика знаходження геометричних параметрів краплі в процесі її обертання. Показано, що найбільш точними і простими в реалізації є методики Воннегута і Торца.

У реальних умовах міжфазний натяг (МН) на границі контакту двох рідин, що не розчиняються одна в одній і не вступають у хімічну реакцію між собою, може змінюватися в діапазоні від $1 \cdot 10^{-4}$ до 50 мН/м. Прикладом такої системи рідин є водяні розчини різних наftovих сульфатів, які успішно використовують у наftовидобутку, і товарна наftа з різних родовищ. На основі результатів вимірювань МН можна підбирати композицію розчинів поверхнево-активних речовин (ПАР), оптимальний кількісний склад кожного із компонентів у ньому, що дає змогу ефективніше проводити відповідний технологічний процес з використанням такого розчину (наприклад, збільшити коефіцієнт наftовилучення з наftонаftових пластів, якініше очистити привібійну зону видобувної чи нагнітальної свердловини тощо).

Якщо МН в діапазоні його значень від 1 до 50 мН/м можна легко виміряти за допомогою приладів, які реалізують метод об'єму краплі (ме-

тод Дю-Нуї) [3], то вимірювання значень МН, які є меншими від 1 мН/м, можна здійснити тільки за допомогою методу обертової краплі.

На теперішній час відомі такі модифікації методу обертової краплі: методика Воннегута [7], методика Прінсена [4] і методика Слатері [5].

Воннегут першим запропонував метод обертової краплі з метою визначення МН на границі контакту двох рідких фаз. Для розрахунку значення МН σ він запропонував таку залежність:

$$\sigma = \Delta\rho \cdot \omega^2 \cdot y_0^3 / 4, \quad (1)$$

де ω - кутова швидкість обертання краплі навколо її горизонтальної осі, y_0 - найбільший дійсний радіус обертової краплі.

Методику Воннегута рекомендується використовувати тоді, коли виконується умова, що відношення довжини краплі $2x_0$ до її діаметра $2y_0$ під час обертання буде не меншим ніж чотири.

Недоліком методики Воннегута є те, що для досягнення умови $x_0 / y_0 \geq 4$ необхідні великі

кутові швидкості обертання ω (до 1500 рад/с), що спричиняє появу вібрацій в системі обертання, нестійке положення обертової краплі, появу на її поверхні додаткових прогинів тощо.

Крім цього, безпосереднє визначення найбільшого дійсного радіуса обертової краплі y_0 на основі результатів його вимірювання пов'язане з необхідністю попереднього визначення коефіцієнта заломлення M оптичної системи, яка створюється скляним капіляром і рідинкою, що знаходиться в ньому, та в якій розміщена обертова крапля. З урахуванням коефіцієнта M залежність (1) буде такою:

$$\sigma = \Delta r \cdot \omega^2 \cdot y_0^3 / (4 \cdot M^3). \quad (2)$$

Значний вклад у теоретичне дослідження методу обертової краплі зробили Прінсен із співробітниками [4]. Вони, використовуючи числові методи розв'язку диференційних рівнянь, а також таблиці еліптичних інтегралів, отримали геометричні параметри обертових крапель для різних значень безрозмірного параметра $\alpha = \Delta r \cdot \omega^2 \cdot y_0^3 / (2 \cdot \sigma)$ в діапазоні його зміни від 0 до 0,59258. Методика Прінсена полягає в тому, що вимірюють довжину обертової краплі $2x_0$ заданого об'єму V , кутову швидкість обертання ω і розраховують відношення x_0/r , де $r = (3 \cdot V / 4\pi)^{1/3}$. Потім за допомогою відповідної таблиці для конкретного x_0/r обчислюють значення параметра cr^3 , де $c = (\Delta r \cdot \omega^2) / 4\sigma$, на основі якого розраховують значення $MN \sigma$. Порівняно з методикою Воннегута дана модифікація методу обертової краплі має перевагу в тому, що при вимірюванні довжини краплі немає необхідності враховувати вищевказаний коефіцієнт заломлення M . Але при цьому виникає необхідність у точному вимірюванні або заданні об'єму обертової краплі V , а також використанні таблиці, в якій наведені значення параметра cr^3 та інших безрозмірних параметрів обертової краплі для 37 значень x_0/r в діапазоні його зміни від 1 до 2,209, що відповідає співвідношенню $1 \leq x_0 / y_0 \leq 3,645$.

З метою використання методики Прінсена для $x_0/r > 2,209$, а також спрощення визначення значення σ Торца [6] розрахував значення параметра x_0/r залежно від різних значень параметра cr^3 для граничного значення $\alpha = 16/27$. На основі отриманої таблиці Торца, в якій наведені значення x_0/r від 2,423 до 15,18 (значно більші довжини обертових крапель порівняно з таблицею Прінсе-

на), значення σ визначають аналогічно за методикою Прінсена. У випадку, коли отримане значення x_0/r буде між двома сусідніми значеннями $(x_0/r)_n$ і $(x_0/r)_{n+1}$, наведеними в таблиці, відповідне значення cr^3 Торца пропонує знаходити інтерполяцією з використанням вказаних у таблиці значень коефіцієнтів Δ за допомогою формули

$$(cr^3) = (cr^3)_n + \Delta_n \cdot [x_0 / r - (x_0 / r)_n] \quad (3)$$

Слаттері [5] запропонував методику визначення σ за допомогою такої залежності:

$$\sigma = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{y_0}{r_{max}} \right)^3 \cdot \Delta r \cdot \omega^2, \quad (4)$$

де r_{max}^* - параметр, який визначають за допомогою таблиці Слаттері на основі відношення y_0/x_0 вимірюваних значень y_0 і x_0 . При цьому у вказаній таблиці наводять дані для r_{max}^* при зміні y_0/x_0 від 1 до 0,1932. У випадку, якщо $y_0/x_0 < 0,25$ Слаттері пропонує приймати $r_{max}^* = 2^{1/3}$. Як вказує Слаттері, похибка залежності (4) в цьому випадку не буде більшою, ніж 0,4% порівняно з розрахунками, отриманими на основі його табличних даних.

Отже, використовуючи методику Слаттері необхідно в процесі обертання краплі вимірювати її довжину $2x_0$ і діаметр $2y_0$ без визначення чи задання об'єму краплі. Однак попереднє визначення коефіцієнта M є необхідним.

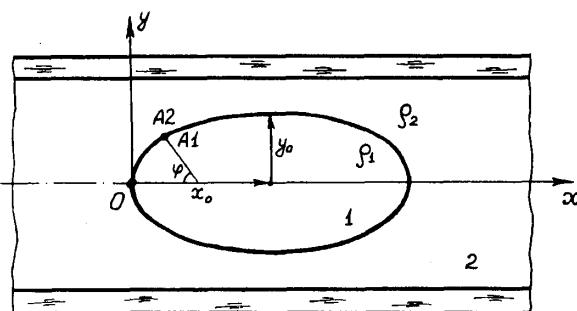
Очевидно, що кожна із вищезгаданих методик має свої переваги і недоліки. Проте до сьогодні не виконано метрологічного аналізу кожної з них, не вказано діапазонів їх застосування.

Метою даної роботи є проведення метрологічного аналізу всіх вищезгаданих методик визначення $MN \sigma$ методом обертової краплі на основі результатів розрахунків відповідних геометричних параметрів обертових крапель для реальних рідин і реальних діапазонів кутових швидкостей з використанням сучасних засобів обчислювальної техніки.

Розглянемо трубку, яка обертається і всередині якої є рідина з більшою густинорою ρ_2 і крапля рідини з меншою густиною ρ_1 (див. рисунок).

Результати метрологічного аналізу визначення σ методом обертової краплі за допомогою методик Воннегута [7], Прінсена [4] і Торца [6]

<i>N</i> n/n	α	$(x_0/r)^*$	$(cr^3)^*$	$(x_0/y_0)^*$	x_0/r	cr^3	$\delta_{\pi}, \%$	$\delta_B, \%$
<i>i</i>	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,00	1,0000	0,0000	1,0000	1,000	0,0000		
2	0,05	1,0087	0,0263	1,0132	1,009	0,0263	0	-97,4
3	0,10	1,0184	0,0557	1,0278	1,018	0,0557	0	-94,6
4	0,15	1,0293	0,0888	1,0444	1,029	0,0888	0	-91,5
5	0,20	1,0415	0,1265	1,0633	1,042	0,1265	0	-88,1
6	0,225	1,0483	0,1476	1,0739	1,048	0,1476	0	-86,3
7	0,250	1,0556	0,1704	1,0853	1,056	0,1703	0	-84,3
8	0,275	1,0635	0,1951	1,0977	1,063	0,1951	0	-82,3
9	0,300	1,0721	0,2222	1,1114	1,072	0,2222	0	-80,1
10	0,325	1,0816	0,2521	1,1264	1,082	0,2521	0	-77,7
11	0,350	1,0920	0,2854	1,1432	1,092	0,2854	0	-75,1
12	0,375	1,1037	0,3228	1,1621	1,104	0,3227	0	-72,3
13	0,400	1,1169	0,3653	1,1837	1,117	0,3653	0	-69,3
14	0,425	1,1321	0,4146	1,2087	1,132	0,4146	0	-65,9
15	0,450	1,1499	0,4728	1,2385	1,150	0,4727	0	-62,2
16	0,475	1,1713	0,5435	1,2748	1,171	0,5435	0	-57,8
17	0,500	1,1981	0,6330	1,3211	1,198	0,6330	0	-52,8
18	0,525	1,2338	0,7536	1,3842	1,234	0,7536	0	-46,6
19	0,550	1,2869	0,9354	1,4809	1,287	0,9354	0	-38,6
20	0,555	1,3014	0,9855	1,5078	1,301	0,9854	0	-36,6
21	0,560	1,3179	1,0430	1,5389	1,318	1,043	0	-34,5
22	0,565	1,3373	1,1107	1,5758	1,338	1,111	0	-32,1
23	0,570	1,3606	1,1925	1,6208	1,361	1,192	0	-29,5
24	0,575	1,3898	1,2957	1,6781	1,390	1,296	0	-26,4
25	0,580	1,4289	1,4350	1,7564	1,429	1,435	0	-22,7
26	0,5825	1,4548	1,5279	1,8092	1,455	1,528	0	-20,6
27	0,5850	1,4881	1,6479	1,8783	1,488	1,648	0	-18,1
28	0,5875	1,5347	1,8174	1,9771	1,534	1,817	-0,118	-15,0
29	0,5900	1,6130	2,1059	2,1487	1,613	2,105	0,043	-10,9
30	0,5910	1,6691	2,3151	2,2756	1,669	2,314	0,031	-8,65
31	0,5920	1,7815	2,7412	2,5394	1,781	2,739	0,011	-5,35
32	0,5922	1,8277	2,9191	2,6513	1,834	2,944	-0,012	-4,37
33	0,5924	1,9067	3,2270	2,8472	1,907	3,227	0,037	-3,08
34	0,5925	1,9868	3,5438	3,0510	1,990	3,555	0,047	-2,14
35	0,59255	2,0703	3,8799	3,2692	2,068	3,869	0,042	-1,46
36	0,59257	2,1375	4,1544	3,4485	2,140	4,161	0,090	-1,07
37	0,59258	2,1987	4,4075	3,6146	2,209	4,453	-0,059	-0,80
38	0,592581	2,2073	4,4433	3,6381				-0,76
39	0,592582	2,2167	4,4823	3,6638				-0,73
40	0,592583	2,2270	4,5253	3,6921				-0,69
41	0,592584	2,2383	4,5730	3,7235				-0,67
42	0,592585	2,2511	4,6265	3,7588				-0,62
43	0,592586	2,2656	4,6877	3,7991				-0,58
44	0,592587	2,2825	4,7590	3,8461				-0,53
45	0,592588	2,3026	4,8442	3,9024				-0,49
46	0,592589	2,3276	4,9505	3,9727				-0,43
47	0,592590	2,3606	5,0916	4,0660				-0,36
48	0,592591	2,4095	5,3025	4,2057				-0,29
49	0,592592	2,5073	5,7298	4,4891	2,5073	5,728	0,03	-0,17
50	0,5925921	2,5254	5,8099	4,5423	2,5254	5,808	0,04	-0,15
51	0,5925922	2,5479	5,9097	4,6086	2,5479	5,908	0,03	-0,14
52	0,5925923	2,5759	6,0347	4,6917	2,5759	6,034	0,00	-0,13
53	0,5925924	2,6164	6,2160	4,8123	2,6164	6,217	-0,02	-0,10
54	0,5925925	2,6857	6,5298	5,0210	2,6857	6,530	-0,01	-0,07
55	0,59259253	2,7260	6,7140	5,1436	2,7260	6,713	0,01	-0,06
56	0,59259255	2,7584	6,8629	5,2428	2,7584	6,861	0,03	-0,05
57	0,59259256	2,7875	6,9976	5,3324	2,7875	6,997	0,01	-0,04
58	0,59259257	2,8219	7,1573	5,4388	2,8219	7,157	0,00	-0,03
59	0,59259258	2,8683	7,3745	5,5835	2,8683	7,374	0,01	-0,03
60	0,59259259	3,0508	8,2447	6,1633	3,0508	8,246	-0,01	-0,01
61	0,592592591	3,1168	8,5660	6,3775	3,1168	8,565	0,01	-0,01



Форма краплі в процесі її обертання.

Нехай тиск на осі x всередині краплі буде P_{01} , а ззовні краплі P_{02} . При цьому впливом сили тяжіння спочатку знахтуємо, з чого слідує, що осі обертання трубки, рідини 2 і краплі 1 збігаються. Тоді тиск всередині краплі в т.А1 буде таким:

$$P_{A1} = P_{01} + \frac{\rho_1 \cdot y^2 \cdot \omega^2}{2}, \quad (5)$$

де y - відстань від осі x до точки А1; P_{01} - тиск, який визначається кривизною поверхні поділу між рідинами в т.О і значенням σ . Analogічно тиск ззовні краплі в т.А2 буде

$$P_{A2} = P_{02} + \frac{\rho_2 \cdot y^2 \cdot \omega^2}{2}. \quad (6)$$

Звідси різниця тисків через поверхню в т.А буде такою:

$$P_{A1} - P_{A2} = P_{01} - P_{02} - \frac{\Delta\rho \cdot y^2 \cdot \omega^2}{2}, \quad (7)$$

де $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 > 0$.

З іншого боку, різниця тисків через поверхню в т.А з урахуванням кривизни поверхні дорівнює [2]:

$$P_{A1} - P_{A2} = \sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (8)$$

де R_1 і R_2 - відповідно радіуси кривизни поверхні краплі в т.А в площині рисунка і в площині, яка перпендикулярна до площини рисунка.

Аналогічно [2] різниця тисків через поверхню в т.О дорівнює

$$P_{01} - P_{02} = \frac{2\sigma}{R_0}, \quad (9)$$

де R_0 - радіус кривизни поверхні краплі в т.О.

Тоді, з урахуванням (8) і (9), можемо записати

$$\sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{2\sigma}{R_0} - \frac{\Delta\rho \cdot y^2 \cdot \omega^2}{2}. \quad (10)$$

Рівняння (10) є строгою залежністю, яка описує форму поверхні обертової краплі для

різних значень параметрів σ , $\Delta\rho$, ω при відсутності сили тяжіння.

У випадку наявності сили земного тяжіння і кінцевої в'язкості рідини η , в якій знаходиться крапля, зміщення осі обертання краплі вверх відносно осі обертової трубки відбувається на величину [6]

$$y^* = y_0^2 \cdot \Delta\rho \cdot g / (\eta\omega), \quad (11)$$

де g - прискорення земного тяжіння. Проте форма обертової краплі при цьому описується рівнянням (10).

Оскільки $R_1 = dS/d\phi$, а $R_2 = y/\sin\phi$, де S - довжина дуги, а ϕ - кут між віссю і нормальню до точки на поверхні обертової краплі, яку розглядають [2], то тоді залежність (10) можна записати так:

$$\frac{d\phi}{dS} = \frac{2}{R_0} - \frac{\Delta\rho \cdot y^2 \cdot \omega^2}{2\sigma} - \frac{\sin\phi}{y}. \quad (12)$$

Введемо нову змінну $a^3 = \sigma / (\Delta\rho \cdot \omega^2)$. Тоді отримаємо, що

$$\frac{d\phi}{dS} = \frac{2}{R_0} - \frac{y^2}{2 \cdot a^3} - \frac{\sin\phi}{y}. \quad (13)$$

Якщо рівняння (13) перемножити на a , то одержимо рівняння, яке описує поверхню обертової краплі в безрозмірній формі. Воно матиме вигляд

$$\frac{d\phi}{d(S/a)} = \frac{2}{R_0/a} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{a} \right)^2 - \frac{\sin\phi}{y/a}. \quad (14)$$

Інші безрозмірні геометричні параметри обертової краплі можна визначити за допомогою наступних залежностей:

$$\begin{aligned} \frac{d(y/a)}{d(S/a)} &= \cos\phi; & \frac{d(V/a^3)}{d(S/a)} &= \pi \left(\frac{y}{a} \right)^2 \sin\phi; \\ \frac{d(x/a)}{d(S/a)} &= \sin\phi, \end{aligned} \quad (15)$$

де x - горизонтальна координата точки краплі, що розглядається; V - об'єм частини краплі від т.О до площини, що проходить через точку на поверхні паралельно до осі y .

Отже, розв'язуючи систему рівнянь (14) і (15) з початковими умовами в т.О

$$\begin{aligned} y &= x = S = V = \phi = 0, \\ 1/R_0 &= 1/R_1 = 1/R_2, \end{aligned} \quad (16)$$

можна для різних значень параметра R_0/a визначити такі основні безрозмірні параметри обертової краплі, як x_0/a , y_0/a , V/a^3 .

Розв'язок системи рівнянь (14) і (15) з врахуванням (16) здійснювався числовим методом Рунге-Кутта четвертого порядку з визначен-

ням похибки на кожному кроці інтегрування [1] і сумарної похибки при досягненні кутом ϕ значення 90° . Для розрахунків використовували персональний комп'ютер PC AT 486, обчислення здійснювали з подвійною точністю. Задаючим параметром був параметр α , який може змінюватися в діапазоні від 0 до граничного $\alpha=16/27$. Між параметром α і R_0/a існує такий взаємозв'язок: $R_0/a = \sqrt{2 \cdot \alpha}$.

Результати розрахунків параметрів $(x_0/r)^*$, $(cr^3)^*$ і $(x_0/y_0)^*$ для аналогічних значень α таблиці Прінсена, а також значення параметрів x_0/r і cr^3 , розраховані Прінсеном для цих же значень α наведені відповідно з 3-ї по 6-ту колонку і з 1-го по 37-ий рядок в таблиці. Відмітимо, що сумарна відносна похибка в точці визначення кожного із параметрів з 3-ї по 5-ту колонку таблиці для всіх значень α не перевищувала $1 \cdot 10^{-8}$.

Значення МН згідно з формулою Воннегута (1) на основі даних таблиці для відповідних $\Delta\rho$, ω і r можна визначити так:

$$\sigma_B = \frac{\Delta\rho \cdot r^3 \cdot \omega^2}{4} \left[\left(\frac{x_0}{r} \right)^* \left/ \left(\frac{x_0}{y_0} \right)^* \right. \right]^3, \quad (17)$$

а значення МН на основі значень $(cr^3)^*$ таблиці для тих же $(x_0/r)^*$, $(x_0/y_0)^*$, $\Delta\rho$, ω і r можна визначити

$$\sigma = \frac{\Delta\rho \cdot r^3 \cdot \omega^2}{4} \left[\frac{1}{(cr^3)^*} \right]. \quad (18)$$

Аналізуючи значення відносних похибок $\delta_B(\%) = 100 \cdot (\sigma_B - \sigma) / \sigma$ визначення МН за методикою Воннегута, які наведені у верхній частині 9-ї колонки таблиці, відмітимо, що вимірюні значення МН згідно з методикою Воннегута завжди є меншими від дійсних значень МН і похибка сбудля $x_0/y_0 \geq 4$ не перевищує 0,37%.

Розрахунок значень МН на основі методики і даних Прінсена, які наведені в таблиці (верхня частина 6-ї і 7-ї колонок), для конкретних x_0/r , $\Delta\rho$, ω і r можна здійснити згідно з (18) підстановкою замість $(cr^3)^*$ значень cr^3 . Визначення значення МН згідно з методикою Прінсена і розрахованими даними 3-ї і 4-ї колонок таблиці вимагає по-переднього розрахунку значення $(cr^3)^*$ для $(x_0/r)^* = x_0/r$. Оскільки між значеннями $(x_0/r)^*$ і x_0/r є певні відхилення, то вказані значення $(cr^3)^*$ можна розрахувати, допускаючи

лінійну їх зміну залежно від $(x_0/r)^*$ на відрізку $(cr^3)_n^* \leq (cr^3) \leq (cr^3)_{n+1}^*$

$$(cr^3)^* = (cr^3)_n^* + \Delta_n \cdot [(x_0/r)^* - (x_0/r)_n^*], \quad (19)$$

де

$$\Delta_n = [(cr^3)_{n+1}^* - (cr^3)_n^*] / [(x_0/r)_{n+1}^* - (x_0/r)_n^*].$$

Аналіз результатів відносних похибок $\delta_B(\%)$ визначення МН на основі табличних даних Прінсена, які наведені у верхній частині 8-ї колонки таблиці, і згідно з методикою Прінсена свідчить про те, що при $1,12 \leq x_0/r \leq 2,2$ ця похибка не перевищує 0,2% і із зростанням x_0/r вона зменшується.

Відносні похибки $\delta_B(\%)$ визначення МН згідно з методикою Торца, які розраховані на основі значень $(cr^3)^*$ 4-ї колонки і cr^3 нижньої частині 7-ї колонки таблиці і наведені в нижній частині 8-ї колонки таблиці, мають тенденцію із зростанням $x_0/r > 2,5$ або $x_0/y_0 > 4,49$ зменшуватися. Найбільше абсолютне значення похибки δ_B не перевищує 0,04%.

Проведений аналогічно метрологічний аналіз методики визначення МН Слаттері [5] показав, що тільки для останніх чотирьох значень параметра y_0/x_0 , які наведені в його таблиці, відносна похибка в точці не перевищує 0,25%. Для інших значень y_0/x_0 ця похибка не є більшою ніж 0,01%.

Підсумовуючи вищепередене можна констатувати, що кожній із відомих методик властива відповідна методична похибка визначення МН, кожна з них має свої переваги і недоліки. Тому при розробці засобів для визначення МН методом обертової краплі необхідно враховувати не тільки можливості технічної реалізації кожної із вказаних методик, але й вищеописані результати їх метрологічного аналізу.

- Дяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке бейсик для персональных ЭВМ: Справочник. М., 1987.
- Іващенко Ю.М., Єременко В.Н. Основи прецизійного вимірювання поверхневої енергії розплавів за методом лежачої краплі. К., 1972.
- Русатов А.И., Прохоров В.А. Межфазная теплометрия. С.-Петербург, 1994.
- Princen H.M., Zia I.Y.Z. and Mason S.G. Measurement of Interfacial Tension from the Shape of a Rotating Drop // J. Colloid Interface Sci. 1967. N23. P.99-107.
- Slattery J.C., Chen J.-D. Alternative Solution for Spinning Drop Interfacial Tensiometer // J. Colloid Interface Sci. 1978. Vol. 64. N2. P.371-373.
- Torza S. The Rotating Bubble Apparatus // Rev. Sci. Instrum. 1975. Vol. 46. N6. P.778-783.
- Vonnegut B. Rotating bubble method for determination of surface and interfacial tension // Rev. Sci. Instrum. 1942. N13. P.6-9.