

тобто момент інерції відносно зміщеної осі завжди більший, ніж момент інерції відносно вертикальної центральної осі еліптичного циліндра.

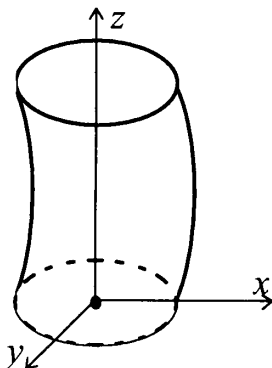


Рис. 5. Циліндр, який має викривлену вісь.

Випадок Г. Циліндр, який має викривлену вісь (момент інерції обчислюється стосовно вертикальної осі O_z) (рис.5), що є характерним у випадку гідравлічно незрівноваженого вала насоса.

Викривлення осі задається у вигляді додаткової функції, що входить у параметричне подання області:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi + f_1(h) & 0 \leq r \leq R; \\ y = r \sin \varphi + f_2(h) & 0 \leq \varphi \leq 2\pi; \\ z = h & 0 \leq h \leq H. \end{cases} \quad (15)$$

В цьому випадку якобіан буде таким:

$$j = \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -r \sin \varphi & r \cos \varphi & 0 \\ f_1'(h) & f_2'(h) & 1 \end{vmatrix} = r, \quad (16)$$

а момент інерції відповідно

$$I_z = \pi r H \frac{R^2}{2} + \pi r R^2 \int_0^H [f_1'^2(h) + f_2'^2(h)] dh = I_{цил} + \Delta I_z, \quad (17)$$

тобто момент інерції циліндра з викривленою віссю дорівнює моменту інерції циліндра з прямолінійною вертикальною віссю плюс деякий додатковий додатний момент інерції, який визначається формою викривлення осі.

Висновки. 1. Отримана модель дає змогу моделювати дефекти, що виникають в установці ЕВН, а саме зношення робочих органів насоса, зношення підшипників ротора двигуна, дисбаланс ротора ЗЕД, гідравлічну незрівноваженість вала насоса. 2. Визначено вплив наведених дефектів на закономірності зміни коливних процесів системи "УЕВН-КНКТ".

1. Заміховський Л.М., Зікратий С.В. Математичне моделювання крутильних та поздовжніх коливань системи "УЕВН-КНКТ": Зб. пр. Міжнар. Міжвуз. школи-семінару "Методи і засоби технічної діагностики". Вип. XIV. Івано-Франківськ, 1997. 2. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев; Отв. ред. Г.С.Писаренко. К., 1988.

УДК 622.276.054.22(047)

МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАННЯ ВУЗЛІВ СИСТЕМИ "УЕВН-КНКТ" З УРАХУВАННЯМ ЖОРСТКІСНИХ З'ЄДНАНЬ

© Савюк Л.О., 1998

Івано-Франківський державний технічний університет нафти і газу

Описана математична діагностична модель прогнозування обриву фланцевих з'єднань занурювальних електроустановок для видобутку нафти, вказане подальше застосування результатів моделювання для попередження аварій електровідцентрових насосів для видобутку нафти в процесі експлуатації.

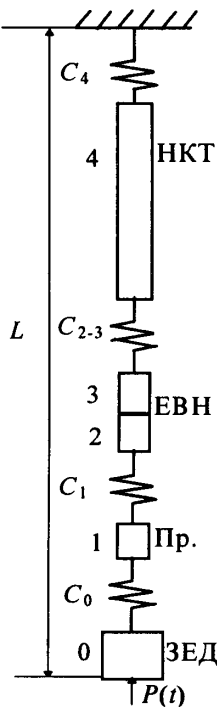
Найнебезпечніші аварії занурювальних електровідцентрових насосів (УЕВН) для видобутку нафти спільно з колоною насосно-компресорних труб (КНКТ) - системи "УЕВН-КНКТ" зумовлені миттєвими відмовами, які супроводжуються обривом та падінням їх на забій свердловини (так звані "польоти" УЕВН або П-відмови). Головною причиною виникнення П-відмов установок УЕВН є значні динамічні навантаження, які діють на вузли та підвіску системи. П-відмови зумовлені втомними руйнуваннями, які спричинені дією низькочастотної

(роторної) вібрації і, в резонансних випадках, значною енергією субгармонійної складової роторної вібрації. Найхарактернішим видом П-відмов є обрив болтів фланцевих з'єднань [1].

З метою попередження таких відмов виникла необхідність створення діагностичної моделі, яка дає змогу спрогнозувати такі аварійні ситуації та уникнути їх.

Діагностична модель для цього випадку має вигляд системи пружноз'єднаних стрижнів, сили є

детермінованими, а сам об'єкт розглядається як єдина пружна система. Дослідження моделі проводиться методами прикладної теорії коливань з застосуванням теорії диференціальних рівнянь у часткових похідних з граничними умовами та умовами стику. Умови стику дають змогу врахувати послаблення фланцевих з'єднань системи [2]. Розглянемо в системі координат (x, u) кусково-однорідний стрижень (див. рисунок) загальною довжиною L . Стрижень складається з n - ділянок, між якими мають місце пружні вставки з жорсткістю $K_{i+1/2}$ ($i=0, \dots, n-1$). До нижнього кінця стрижня додана збуджуюча сила $P(t)$, яку в загальному випадку можна представити випадковим процесом. Верхній кінець стрижньової системи закріплений до нерухої основи пружиною.



Кусково-однорідний стрижень.

Така стрижньова система може служити адекватною математичною моделлю системи "УЕВН-КНКТ", бо колону НКТ можна представити стрижнями, з'єднаними за допомогою різьбових з'єднань. До колони НКТ за допомогою фланцевих з'єднань кріплять заглиблювальний електродвигун (ЗЕД), протектор і електровідцентровий насос (ЕВН), які також можна, при певному наближенні, вважати стрижнями, які мають свою довжину, масу і густину матеріалу [3, 4].

Крім того, ЕВН є багатосекційним, тому його можна моделювати з'єднанням стрижнів.

Опишемо загальні положення і постановку задачі для даної математичної моделі.

Поздовжнє коливання стрижньової системи на i -й ділянці описується рівнянням:

$$\rho_i S \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial u_i}{\partial t} \right) - E_i S_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = 0, (i = \overline{0, 4}), \quad (1)$$

де ρ_i - густина матеріалу стрижня; S_i - площа поперечного перерізу стрижня; E_i - модуль пружності матеріалу; ε - коефіцієнт згасання поздовжньої звукової хвилі.

Між ділянками стрижня виконуються умови стику, а саме

$$\begin{aligned} [u_i(x_{i+1/2}) - u_{i+1}(x_{i+1/2})] k_{i+1/2} &= -E_i S_i \frac{\partial u_i(x_{i+1/2})}{\partial x}, \\ E_i S_i \frac{\partial u_i(x_{i+1/2})}{\partial x} &= E_{i+1} S_{i+1} \frac{\partial u_{i+1/2}(x_{i+1/2})}{\partial x}, \end{aligned} \quad (2)$$

де індекс $(i+1/2)$ присвоюється значенням, що належать до межі i -ї і $(i+1)$ -ї ділянок. Цілком зрозуміло, що при $k \rightarrow \infty$ стик характеризується як жорсткий.

Граничні умови мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} E_0 S_0 \frac{\partial u_0(0)}{\partial x} &= -P(t), \\ E_{n-1} S_{n-1} \frac{\partial u_{n-1}(L)}{\partial x} + k_{n-1/2} u_{n-1}(L) + \frac{\partial^2 u_{n-1}(L)}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Рівняння (1), граничні умови (3) і умови стику (2) можна звести до безрозмірного вигляду запису шляхом відповідних заміни, які визначаються виразами

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{u}{L}; \bar{x} = \frac{x}{L}; \tau_i^2 = \frac{E_0 \rho_i}{E_i \rho_0}; \alpha_0^2 = \frac{L \rho_0}{E_0}; \beta_i = \frac{E_i S_i}{E_0 S_0}; \\ J_{i+1/2} &= \frac{E_i S_i}{L k_{i+1/2}}; \bar{P}(t) = -\frac{P(t)}{E_0 S_0 L}. \end{aligned} \quad (4)$$

Задачу розв'язуємо методом Фур'є.

Остаточне рішення задачі (1)-(3) має вигляд $\bar{u}(\bar{x}, t) =$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} a_k(t) V_k(\bar{x}) - \frac{1}{2} \bar{x}_{i/2} (\bar{x} - \bar{x}_{i/2}) \bar{P}(t) [1 - Y(\bar{x} - \bar{x}_{i/2})], \quad (5)$$

де $Y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$ - знакова функція;

$$\begin{aligned} a_k &= \alpha_0^2 \left[C_k \bar{P}(t) - \left(C_k \Omega_k + \frac{\varepsilon^2 C_k + d_k}{\Omega_k} \right) \right] \times \\ &\times \int_0^t e^{-\varepsilon/2(t-\tau)} \sin \Omega_k(t-\tau) \bar{P}(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\Omega_k = \left[\frac{\omega_k^2}{\alpha_0^2} - \left(\frac{\varepsilon}{2} \right)^2 \right]$$

Власні частоти коливання Ω_k системи "УЕВН-КНКТ" були обчислені за допомогою спрощеного моделювання системи для випадку з'єднання двох стрижнів.

Коефіцієнти C_k і d_k визначаються виразами

$$C_k = \alpha_0^2 \frac{1}{\omega_k^2} \left(1 - \frac{1}{x_{1/2} \omega_k} \sin \omega_k \bar{x}_{1/2} \right) \frac{1}{q_k},$$

$$d_k = \left(\frac{1}{x_{1/2} \omega_k} \sin \omega_k \bar{x}_{1/2} \right) \frac{1}{q_k}, \quad (7)$$

де $q_k = \int_0^1 P(\bar{x}) \bar{V}_k^2 d\bar{x}$.

Форма, яка відповідає власній частоті ω_k , визначається виразом

$$V_k(\bar{x}) = A_{(i)}' \sin \tau_i \omega_k \bar{x} + A_{(i)}^2 \cos \tau_i \omega_k \bar{x},$$

де $A_{(i)}'$ і $A_{(i)}^2$ - елементи вектора-стовпця

$$\bar{A}_{(i)} = \left\{ \begin{matrix} A_{(i)}' \\ A_{(i)}^2 \end{matrix} \right\}.$$

Можна визначити $\bar{A}_{(n-1)}$ через $\bar{A}_{(0)}$

$$\bar{A}_{(n-1)} = T_{(n-1)}^{-1} S_{(n-2)} T_{(n-2)}^{-1} S_{(n-3)} \dots T_1^{-1} S_{(0)} \bar{A}_{(0)}.$$

Матриці $S_{\alpha\beta}^{(i)}$ і $S_{\alpha\beta}^{(i+1)}$ мають вигляд

$$T_{(i+1)} = T_{\alpha\beta}^{(i+1)} \left\| \begin{matrix} \sin \tau_{i+1} \omega \bar{x}_{i+1/2}; \cos \tau_i \omega \bar{x}_{i+1/2} \\ \tau_{i+1} \beta_{i+1} \cos \tau_{i+1} \omega \bar{x}_{i+1/2}; -\tau_{i+1} \beta_{i+1} \sin \tau_{i+1} \omega \bar{x}_{i+1/2} \end{matrix} \right\|$$

$$S_i = S_{\alpha\beta}^{(i)} = \left\| \begin{matrix} \sin \tau_i \omega \bar{x}_{i+1/2}; \cos \tau_i \omega \bar{x}_{i+1/2} \\ \tau_i \beta_i \cos \tau_i \omega \bar{x}_{i+1/2}; -\tau_i \beta_i \sin \tau_i \omega \bar{x}_{i+1/2} \end{matrix} \right\| +$$

$$+ J_{i+1/2} \tau_i \omega \left\| \begin{matrix} \cos \tau_i \omega \bar{x}_{i+1/2} & -\sin \tau_i \omega \bar{x}_{i+1/2} \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\|.$$

Збурююча сила

$$\bar{P}(t) = -\frac{1}{E_0 S_0 L} \sum_{i=1}^4 \sum_{n=1}^{10} A_{ni} \sin f_{ni} t, \quad (8)$$

де A_{ni} , f_{ni} - чотири ряди амплітуд та частот збурюючої сили, які визначаються експериментально і відповідають частотам основної роторної гармоніки та її кратним складовим.

Жорсткість фланцевого з'єднання визначається протягом експерименту, який планується за методикою раціонального планування (метод латинських квадратів).

З рівняння видно, що функція $\bar{u}(\bar{x}, t)$ залежить від двох змінних - переміщення x і часу t . Змінюючи одну з цих змінних у необхідних межах, можна розрахувати поздовжні коливання стрижневої системи зі зміною часу, а також для всієї довжини розглядуваної системи.

Рішення реалізовано програмним шляхом на мові TURBOPASCAL. Отримані віброграми підлягають подальшій обробці з метою визначення діагностичних параметрів системи "УЕВН-КНКТ", які дають змогу прогнозувати П-відмови останньої протягом її експлуатації.

1. Замиховский Л.М. Анализ отказов системы "УЭЦН-КНКТ" / Ивано-Франковский ин-т нефти и газа. Ивано-Франковск, 1993. 27 с. Рукопись деп. в ГНТБ Украины, № 2273-УК 93. 2. Замиховский Л.М., Савюк Л.А. Анализ математических моделей стержневых систем применительно к системе "УЭЦН-КНКТ" / Ивано-Франковский ин-т нефти и газа. Ивано-Франковск, 1993. 15 с. Рукопись деп. в ГНТБ Украины, № 309-УК 94. 3. Мирзаджанзаде А.Х., Керимов З.Г., Копейкис М.Г. Теория колебаний в нефтепромысловом деле. Баку, 1976. С.215-223, 180-182. 4. Колебания сложных механических систем: Сб. научн. тр. / Под ред. В.Ф.Ушкалова. К., 1990.