

ПОРІВНЯЛЬНА ОЦІНКА НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ДВО- ТА ТРИКОМПОНЕНТНОГО З'ЄДНАНЬ “ШАРОШКА – ТВЕРДОСПЛАВНА ВСТАВКА”

¹В.А.Корнута, ²І.П.Шацький

¹ ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 45369,
e-mail: ikg@nuing.edu.ua

² Івано-Франківський сектор Інституту прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача, НАН України, 76002, м. Івано-Франківськ, вул. Микитиницька, 3а,
e-mail: opt@nuing.edu.ua

В рамках теорії пружності проведена порівняльна оцінка оптимальних за несучою здатністю дво- та трикомпонентного з'єднань з натягом. Показано переваги трикомпонентної конструкції. Розглядаються можливості застосування в з'єднанні “шарошка-зубець”.

Ключові слова: з'єднання з натягом, напружено-деформований стан, напруження, шарошкове долото, з'єднання зубок-шарошка

В пределах теории упругости проведена сравнительная оценка оптимальных по несущей способности двух- и трёхкомпонентных соединений с натягом. Показаны преимущества трёхкомпонентной конструкции. Обсуждаются возможности применения в соединении “шарошка-зубок”.

Ключевые слова: соединение с натягом, напряженно-деформированное состояние, напряжения, шарошечное долото, соединение зубок-шарошка

The comparative assessment of load-carrying capability is executed for constructions with optimum by load-carrying capability characteristics within the limits of elasticity theory. Advantages of three-component structure are disclosed. The capabilities of results application for design bonds «compacts-cone» are discuss.

Keywords: pressure coupling, mode of deformation, stress, rolling cutter bit, junction tooth – roller

Вступ

Удосконалення породоруйнівних елементів з метою підвищення їх експлуатаційних можливостей є актуальним завданням машинобудування нафтогазової галузі.

Праці [1, 2] присвячено огляду та аналізу сучасних підходів до моделювання та проектування з'єднання з натягом, зокрема з'єднання “твердосплавний зубець-шарошка бурового долота”. За результатами аналізу апріорної інформації у роботі [2] запропоновано використовувати трикомпонентну конструкцію з'єднання. Схожі конструкції розглядалися і в [3, 4] та ін. У статті [5] показано, що, регулюючи натяги в трикомпонентному циліндрі, можна добитись певного вирівнювання технологічних напружень на етапі складальних операцій. Як впливає таке вирівнювання на несучу здатність конструкцій під експлуатаційним навантаженням, і чи перевищує очікуваний вигравш наперед очевидні втрати в технологічності, пов'язані зі збільшенням числа деталей, ці питання на сьогодні лишаються відкритими.

Мета роботи – на основі порівняння оптимальних проектів оцінити переваги щодо несучої здатності трикомпонентного з'єднання з натягом над двокомпонентним.

Прагнучи досягнути результату негромідкими аналітичними засобами, дослідження проведемо в рамках лінійної теорії пружності на якомога простіших моделях з'єднання з натягом у випадку осевого навантаження.

Двокомпонентне з'єднання

У циліндричній системі координат r , θ , z розглянемо двокомпонентне з'єднання з натягом “шарошка – твердосплавна вставка” (рис. 1). Внутрішнє тіло 1 моделюємо абсолютно жорстким циліндром, зовнішнє тіло 2 розглядаємо як безмежний пружний шар з циліндричною порожниною. Композиція зібрана з натягом δ_1 на поверхні спряження $r = r_1$ та навантажене осевою силою Q , прикладеною до внутрішнього циліндра. Необхідно встановити найбільшу силу Q , яку може витримати з'єднання.

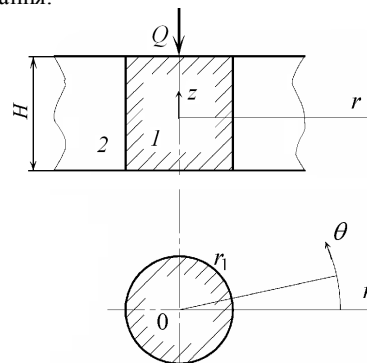


Рисунок 1 – Схема двокомпонентного циліндра

Натяг при складанні призводить до осесиметричного плоского напруженого стану, а осьове навантаження – до осесиметричної антиплоскої деформації.

Для знаходження відмінних від нуля компонент тензора напружень σ_r , σ_θ , τ_{rz} , які залежать від радіальної координати, сформулювали такі крайові задачі [6]:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ru_r) \right) = 0, \quad r \in (r_1, \infty);$$

$$u_r(r_1) = \delta_1, \quad \sigma_r(\infty) = 0; \quad (1)$$

та

$$\frac{d\tau_{rz}}{dr} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0, \quad r \in (r_1, \infty);$$

$$\tau_{rz}(r_1) = Q/S. \quad (2)$$

Тут u_r – радіальне переміщення, $S = 2\pi r_1 H$ – площа бічної поверхні циліндра.

За розв'язками крайових задач (1), (2) визначили напруження в циліндрі 2:

$$\sigma_r = -\frac{E}{1+\nu} \frac{\delta_1 r_1}{r^2}, \quad \sigma_r = \frac{E}{1+\nu} \frac{\delta_1 r_1}{r^2}, \quad (3)$$

$$\tau_{rz} = \frac{Q}{S} \frac{r_1}{r}, \quad (4)$$

де: E – модуль Юнга; ν – коефіцієнт Пуассона матеріалу зовнішнього циліндра.

Для комбінації плоскої та антиплоскої задач еквівалентне за Мізесом напруження обчислюється за формулою:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \sigma_\theta + 3\tau_{rz}^2}. \quad (5)$$

Несуча здатність композиції вважається забезпеченою у разі виконання умов:

$$\max_r \sigma_{eq} \leq [\sigma], \quad (6)$$

$$|\tau_{rz}| \leq -f\sigma_r(r_1), \quad (7)$$

$$\sigma_r(r_1) \leq 0. \quad (8)$$

Тут $[\sigma]$ – допустиме напруження для зовнішнього циліндра, f – коефіцієнт тертя ковзання в контакті.

Досягнення рівності у формулі (6) означає початок руйнування матриці (зовнішнього циліндра), у формулі (7) – початок фрикційного проковзування на поверхні спрощення, у формулі (8) – розкриття стику. Очевидно, що при $\delta_1 > 0$ нерівність (8) забезпечується тотожно. Циліндр 1 вважається абсолютним міцним.

Уведемо безрозмірні змінні:

$$x_1 = \frac{1}{(1+\nu)} \frac{E}{[\sigma]} \frac{\delta_1}{r_1}, \quad x_3 = \frac{Q}{S[\sigma]}. \quad (9)$$

Враховуючи, що $\max_r \sigma_{eq}(r) = \sigma(r_1)$, нерівності, які забезпечують цілісність конструкції, подамо у зручному вигляді:

$$3(x_1^2 + x_3^2) \leq 1, \quad |x_3| \leq f x_1.$$

На рис. 2 область допустимих значень x_1 , x_3 заштриховано.

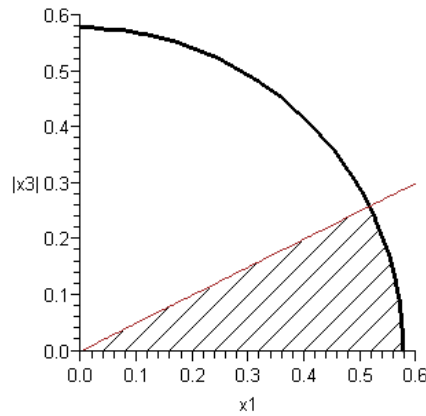


Рисунок 2 – Область допустимих значень x_1 , x_3

Найбільші значення $|x_3|$, а отже і $|Q|$, досягаються на перетині кола та прямої (рівномірна конструкція). Абсцису точки перетину $x_1^* = 1/\sqrt{3(1+f^2)}$ вважатимемо оптимальним натягом, який забезпечує найбільшу несучу здатність:

$$\max_{x_1} |x_3| = |x_3(x_1^*)| = f/\sqrt{3(1+f^2)}. \quad (10)$$

У розмірних величинах:

$$\max |Q| = f[\sigma]S/\sqrt{3(1+f^2)}$$

– максимальна несуча здатність, якої можна досягти у оптимальному проекті двокомпонентного з'єднання. Як бачимо, ключовим регулятором тут виступає добуток $f[\sigma]S$.

Трикомпонентне з'єднання

Розглянемо композицію, яка складається з трьох компонент: циліндра 1, порожнистої пружної втулки 2 та безмежного пружного шару з циліндричним отвором 3 (рис. 3).

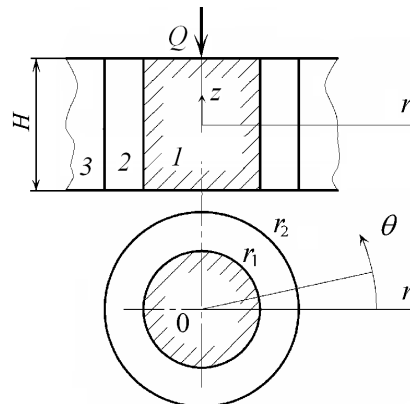


Рисунок 3 – Схема трикомпонентного циліндра

Матеріал тіла 1 абсолютно жорсткий, пружні властивості тіл 2 та 3 прийемо однаковими. На поверхнях спряження $r = r_1$ та $r = r_2$ має місце ідеальний контакт із заданими натягами δ_1 та δ_2 , внутрішній циліндр навантажено осьовою силою Q . Дослідимо напружений стан та максимальну несучу здатність конструкції.

Подібно до попереднього пункту слід розв'язати крайові задачі для плоского напруженого стану, зумовленого натягами:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ru_r) \right) &= 0, \quad r \in (r_1, r_2) \cup (r_2, \infty); \\ u_r(r_1) &= \delta_1, \quad u_r(r_2 + 0) - u_r(r_2 - 0) = \delta_2, \\ \sigma_r(r_2 + 0) - \sigma_r(r_2 - 0) &= 0, \quad \sigma_r(\infty) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

та антиплоскої деформації, зумовленої осьовим навантаженням:

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_{rz}}{dr} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= 0, \quad r \in (r_1, \infty), \\ \tau_{rz}(r_1) &= Q/S. \end{aligned} \quad (12)$$

Розв'язок задачі (11) дає наступні вирази для напружень:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{E}{1+\nu} \left(\frac{1+\nu}{2} \frac{\delta_2}{r_2} + \left(\frac{\delta_1}{r_1} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\delta_2}{r_2} \right) \frac{r_1^2}{r^2} \right), \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1+\nu} \left(-\frac{1+\nu}{2} \frac{\delta_2}{r_2} + \left(\frac{\delta_1}{r_1} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\delta_2}{r_2} \right) \frac{r_1^2}{r^2} \right), \quad r \in (r_1, r_2); \\ \sigma_r &= -\frac{E}{1+\nu} \left(k^2 \frac{\delta_1}{r_1} + \left(\frac{1+\nu}{2} + k^2 \frac{1-\nu}{2} \right) \frac{\delta_2}{r_2} \right) \frac{r_2^2}{r^2}, \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1+\nu} \left(k^2 \frac{\delta_1}{r_1} + \left(\frac{1+\nu}{2} + k^2 \frac{1-\nu}{2} \right) \frac{\delta_2}{r_2} \right) \frac{r_2^2}{r^2}, \quad r \in (r_2, \infty), \end{aligned} \quad (13)$$

де $k = r_1/r_2$.

Розв'язок задачі (12) внаслідок однорідності середовища щодо поздовжнього зсуву співпадає з розв'язком задачі (2) (див. формулу (4)).

Еквівалентні напруження знаходимо за формулою (5).

Цілісність композиції буде забезпечена при неруйнуванні матриці, за відсутності проковзування на поверхнях спряження та у разі нерозкриття стиків:

$$\begin{aligned} \max_r \sigma_{eq} &\leq [\sigma], \\ |\tau_{zr}(r_i)| &\leq -f_i \sigma_r(r_i), \quad i = 1, 2; \\ \sigma_r(r_i) &\leq 0, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (14)$$

Формули (13), (4) свідчать, що напруження є загалом кусково-монотонними функціями радіальної координати, отож небезпечний стан композиції досягається на границях розділу

областей. Докладний аналіз свідчить про те, що найбільші еквівалентні напруження можуть досягатись або на внутрішній поверхні тіла 3:

$$\max_r \sigma_{eq} = \sigma_{eq}(r_2 + 0), \quad (15)$$

або на внутрішній поверхні тіла 2:

$$\max_r \sigma_{eq} = \sigma_{eq}(r_1 + 0), \quad (16)$$

залежно від значень ν , f_i , k , які є вхідними параметрами задачі.

Окрім змінних (9) введемо безрозмірний натяг:

$$x_2 = \frac{1}{(1+\nu)} \frac{E \delta_2}{[\sigma] r_2}. \quad (17)$$

Враховуючи результати (13), (16), безпечну область функціонування з'єднання (14) подамо у вигляді системи нерівностей:

$$3x_1^2 + 3(1-\nu)x_1x_2 + (1-\nu+\nu^2)x_2^2 + 3x_3^2 \leq 1, \quad (18)$$

$$3 \left(k^2x_1 + \left(\frac{1+\nu}{2} + k^2 \frac{1-\nu}{2} \right) x_2 \right)^2 + 3k^2x_3^2 \leq 1, \quad (19)$$

$$|x_3| \leq f_1(x_1 + x_2), \quad (20)$$

$$k|x_3| \leq f_2 \left(k^2x_1 + \left(\frac{1+\nu}{2} + k^2 \frac{1-\nu}{2} \right) x_2 \right), \quad (21)$$

$$x_1 + x_2 \geq 0, \quad (22)$$

$$k^2x_1 + \left(\frac{1+\nu}{2} + k^2 \frac{1-\nu}{2} \right) x_2 \geq 0. \quad (23)$$

Таким чином, область допустимих значень безрозмірних натягів x_1 , x_2 та безрозмірного навантаження $|x_3|$ обмежена поверхнями еліпсоїда (18), циліндра (19) та належить півпросторам (20)–(23), обмеженим плоскими поверхнями.

Задача оптимізації трикомпонентного з'єднання полягає у тому, щоб знайти комбінацію натягів x_1^* , x_2^* , які забезпечують найбільше значення $\max_{x_1, x_2} |x_3|$ при заданих геометрії з'єднання (параметр k) та фізичних властивостях матеріалів (ν) і поверхонь (f_1 , f_2).

Як свідчать результати аналізу, екстремум $|x_3|$ досягається там, де лінія перетину поверхонь еліпсоїда (18) та циліндра (19) проходить через нижчу із площин, що обмежують півпростори (20) та (21). При цьому забезпечується рівномірність матеріалів на поверхнях r_1 та r_2 , але не обов'язково є рівномірність стиків щодо проковзування.

Аналітичне відшукування оптимальних x_1^* , x_2^* зводиться до розв'язання системи квадратних рівнянь. Однак відділення однозначного розв'язку такої системи, який задовольняє усі нерівності, можливе лише для конкретних числових значень ν , k та f_i . Тому остаточні обчислення виконуються з використанням ПЕОМ.

Оптимальні значення безрозмірних натягів дво- та трикомпонентної моделі

| $\frac{r_2}{r_1}$ | f | Три тіла | | | Два тіла | | Виграш, % |
|-------------------|-----|----------|---------|-------------|----------|-------------|--------------|
| | | x_1^* | x_2^* | $\max x_3 $ | x_1^* | $\max x_3 $ | |
| 1,2 | 0,1 | 0,464 | 0,282 | 0,074 | 0,574 | 0,057 | 29,8 |
| | 0,4 | 0,398 | 0,285 | 0,27 | 0,536 | 0,21 | 28,6 |
| | 0,7 | 0,287 | 0,298 | 0,41 | 0,473 | 0,33 | 24,2 |
| 1,8 | 0,1 | 0,293 | 0,639 | 0,093 | 0,574 | 0,057 | 63,2 |
| | 0,4 | 0,178 | 0,649 | 0,33 | 0,536 | 0,21 | 57,1 |
| | 0,7 | -0,022 | 0,689 | 0,47 | 0,473 | 0,33 | 42,4 |

Порівняльний аналіз та висновки

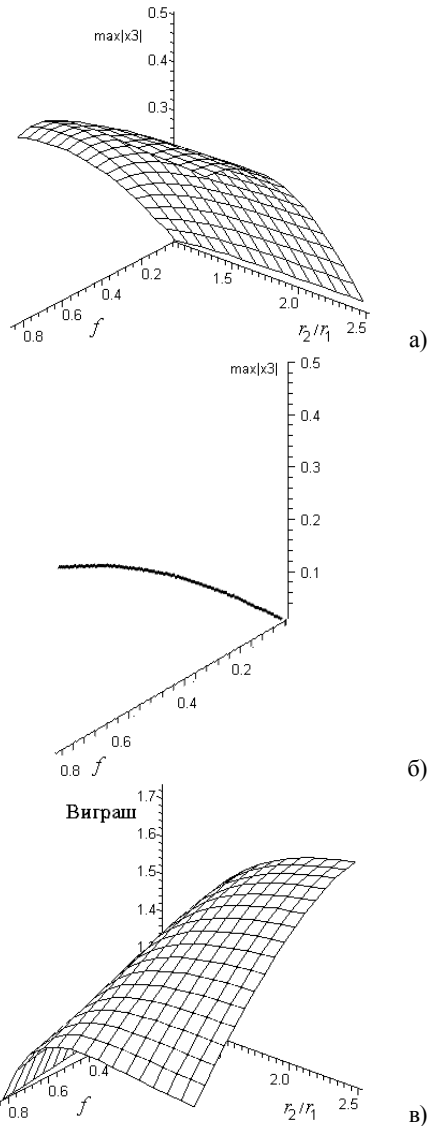
При розрахунках прийняли $\nu = 0,3$. Варіювали значення $r_2/r_1 = 1,1 \div 2,5$ ($k = 0,91 \div 0,40$) та $f_1 = f_2 = f = 0,05 \div 0,85$. Окремі результати обчислень наведено в таблиці. Тут же для порівняння подано результати (10) для двокомпонентного циліндра – виграш у несучій здатності оптимального проекту трикомпонентного з’єднання відносно оптимального проекту двокомпонентного з’єднання. Повна картина результатів подана графічно на рис. 4.

Основним чинником, який впливає на допустимі навантаження, для конструкції з трьох тіл також залишається коефіцієнт тертя. Зміна відношення радіусів контакту слабше впливає на несучу здатність. Практично для всіх значень f варто обирати r_2/r_1 в межах $1,2 \div 1,8$.

В рамках розглянутих моделей трикомпонентна конструкція дає виграш у десятки відсотків.

Застосуємо отримані результати для з’єднання “шарошка – твердосплавна вставка” із наближеними до використовуваних у практиці проектування шарошкових доліт параметрами: $r_1 = 5 \text{ мм}$, $r_2 = 6 \text{ мм}$, $H = 10 \text{ мм}$, $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\nu = 0,3$, $f_1 = f_2 = 0,1$, $[\sigma] = 8 \cdot 10^8 \text{ Па}$.

Маємо $r_2/r_1 = 1,2$, $f = 0,1$. Скориставшись першим рядком таблиці та формулами (9), (17), у розмірних величинах отримали допустимі натяги та найбільші допустимі навантаження. Для двокомпонентного з’єднання $\delta_1^* = 0,014 \text{ мм}$, $\max|Q| \approx 14,3 \text{ кН}$; для трикомпонентної конструкції $\delta_1^* = 0,011 \text{ мм}$, $\delta_2^* = 0,007 \text{ мм}$, $\max|Q| \approx 18,6 \text{ кН}$. Виграш — 29,8%. Однак такі оптимальні проекти складно реалізувати технологічно через необхідність прецизійного виготовлення деталей. Практично економічно обґрунтовані досяжні величини натягів вимірюються в сотих долях міліметра [7], це гарантовано призведе до переходу матеріалів у пластичний стан.



а – трикомпонентне; б – двокомпонентне з’єднання; в – виграш (рази)
Рисунок 4 – Максимальна несуча здатність

Таким чином, отримані в рамках теорії пружності результати свідчать про істотну перевагу трикомпонентного з'єднання зубця з шарошкою і дають мотивацію для подальших пошуків. Варто продовжити дослідження пропонуваної конструкції з'єднання "шарошка – твердосплавна вставка", використовуючи тривимірні моделі з урахуванням реальної геометрії деталей, пластичності та довговічності матеріалів і експериментальні лабораторні чи промислові випробування.

Література

1 Корнута В. А. Використання механіко-математичних моделей роботи з'єднань з натягом під час проектування з'єднання зубок – шарошка / В. А. Корнута, О. В. Корнута // Нафтогазова енергетика. — 2008. — № 4. — С. 68–74.

2 Корнута В. А. Вдосконалення твердосплавного озброєння шарошок на основі аналізу роботи з'єднань з натягом / В. А. Корнута, О. Т. Драганчук // Нафтогазова енергетика. — 2009. — № 1 (10). — С. 5–15.

3 Пат. 38856 У Україна, МПК (2009) E 21 B 10/46. Породоруйнівна вставка / Петрина Ю. Д., Яким Р. С., Пасинович Т. Б.; заявник та патентовласник Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу. — № u200809040; заявл. 10.07.2008; опубл. 26.01.2009, Бюл. № 2.

4 Кулиш Е. В. Напряженно-деформированное состояние и нагрузочная способность прессовых полисоединений: автореф. дисс. на соиск. научн. степени канд. техн. наук: спец. 01.02.06 "Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры" / Е. В. Кулиш — Ижевск, 2009. — 20, [1] с.

5 Корнута В. А. Моделирование напряжено-деформированного stanu нової конструкції з'єднання "корпус (шарошка) – твердосплавна вставка" / В. А. Корнута // Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. — 2009. — № 4 (22). — С. 101–109.

6 Тимошенко С. П. Механика материалов / С. П. Тимошенко, Д. М. Гере — М.: Мир, 1976. — 550 с.

7 Міренський І. Г. Основи технології машинобудування: навчальний посібник / Міренський І. Г. — Харків: ХНАМГ, 2007. — 275 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії
11.02.10*

*Рекомендована до друку професором
Мойсишиним В.М.*