

АНАЛІТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГАЗОВОДОКОНДЕНСАТНОГО ПОТОКУ СВЕРДЛОВИНИ В ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ТРУБАХ НА БАЗІ ВИКОРИСТАННЯ БАГАТОФЛЮЇДНОЇ МОДЕЛІ

П.М.Райтер

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська 15, тел. (0342) 504708,
e-mail: pete@nung.edu.ua

Викладено адаптовану для газоводоконденсатного потоку математичну модель для аналітичного моделювання трифазного (рідина/рідина/газ) розширеного і пробкового потоків. Підхід базується на одновимірній двофлюїдній моделі, в якій двофазовий вміст газу і суміші двох рідин моделюється через модель приведеної швидкості дрейфу. Для замикання моделі вводяться скалярні рівняння збереження маси та кількості руху для кожної з фаз потоку. Рівняння вирішуються чисельно використовуючи процедури ППП Maple 13. Пропонований метод використовується для дослідження потоку конденсату, води і газу в горизонтальних трубах. Показано, що метод в стані коректно прогнозувати, при заданні початкових даних та граничних умов, швидкості фаз потоку, вміст рідини, водовміст потоку свердловини.

Ключові слова: трифазовий потік, приведена швидкість дрейфу, чисельне моделювання, двофлюїдна модель, водовміст, фазова швидкість.

Изложено адаптированную для газоводоконденсатного потока математическую модель для аналитического моделирования трехфазного (жидкость/жидкость/газ) расслоенного и пробкового потоков. Подход базируется на одномерной двухфлюидной модели, в которой двухфазовое содержание газа и смеси двух жидкостей моделируется с помощью модели приведенной скорости дрейфа. Для замыкания модели вводятся скалярные уравнения сохранения массы и количества движения для каждой из фаз потока. Уравнения решаются чисельно, используя процедуры ППП Maple 13. Предложенный метод используется для исследования потока конденсата, воды и газа в горизонтальных трубах. Показано, что метод в состоянии корректно прогнозировать, при задании начальных данных и граничных условий, скорости фаз потока, содержание жидкостей в потоке, водосодержание потока скважины.

Ключевые слова: трехфазный поток, приведенная скорость дрейфа, чисельное моделирование, двухфлюидная модель, водосодержание, фазовая скорость.

The article presents adapted for gas-condensate-water flow analytical model to simulate three-phase (liquid/liquid/gas) stratified and slug flows. The approach is based on the one-dimensional two-fluid model in which the two-phases consist of the gas and the mixture of the two liquids, what being modelled via a drift-flux model. In order to close the model, a scalar transport equation for the conservation of mass and momentum for every phases is introduced. The equations are solved numerically using Maple 13 code. The proposed method is applied to the study of the flow of oil, water and gas in horizontal pipes. It is demonstrated that the developed model is capable of correctly predicting phase velocity, total liquid hold-up, flow watercut, for given initial data and boundary conditions.

Keywords: Three-phase flow; Drift-flux; Numerical simulation; Computational modeling; Two-fluid model; Water-cut; Phase velocity

Трифазові потоки суміші двох рідин та газу зустрічаються в нафтохімічних технологічних процесах досить часто. Особливо такі потоки є характерними для газовидобувних та газотранспортних підприємств. Для таких потоків характерним є достатньо високий газовміст потоку, який може складати більше 95% по об'єму. Тому, на перший погляд, вплив параметрів рідкої фази на динаміку руху потоку є незначним. Але експлуатація трубопроводів з вказаними потоками в умовах реальних технологій спростовує останнє твердження. Це зумовлено тим, що в результаті ковзання газової та рідкої фаз реальна частка перерізу трубопроводу, що зайнята рідкою фазою, є суттєво більшою ніж 5%, а маса її співмірна, або навіть більша за масу газової частки потоку. Крім того, довжина шлейфових трубопроводів від свердловини до установок комплексної підготовки газу чи групових сепараційних установок може складати до 10 км, що при перепадах висот рельєфу прокладення трубопроводу (в окремих

випадках до 1 км) призводить до місцевого накопичення рідкої фази, перетворюючи структуру газоводоконденсатного потоку з розширеної або кільцевої до снарядної. Снарядна структура руху потоку, створюючи значні динамічні навантаження на трубопровід та обладнання, позводить до ускладнення ведення технологічного процесу видобутку та переробки вуглеводнів і до передчасного спрацювання обладнання газовидобувних підприємств. Тому доцільним є, з одного боку, застосовувати пристрої, які уможливають відображення структури потоку та витрати окремих компонентів потоку, а, з іншого боку, математичне моделювання умов та параметрів руху таких потоків при вхідних даних та граничних умовах максимального наближених до реальних.

Оскільки навіть двофазовий газорідинний потік є досить складним, є логічним, що додавання третьої фази тільки додатково ускладнить його опис та формалізацію математичних моделей. Основна відмінність між дво- і трифа-

зовими потоками полягає в тому, що присутність двох рідин збільшує різноманітність структур потоку [8]. Залежно від витрат фаз потоку ступінь перемішування є різним. Одна рідина може бути диспергована в іншій, або рідини можуть текти окремими шарами. Будучи «спокійними» в середині шарів розшарованого потоку, перемішування рідин на границі рідина-рідина призводить до того що навіть розшарована структура потоку містить різні завихрення фаз [1].

З метою дослідження вказаних потоків проведено ряд досліджень, в основі яких лежало як фізичне, так і математичне моделювання. Найбільший об'єм інформації за результатами експериментальних дослідження трифазових потоків викладено в роботах Маліновського [12], Ацікгоза [1], Хала [7], Пана [16], Одозі [15].

Зокрема в роботі [1] наведено результати фізичного моделювання водонафтогазового потоку в горизонтальній плексигласовій трубі довжиною 5,78 м і внутрішнім діаметром 19 мм, за динамічної в'язкості нафти $\mu_0 = 0,1164$ Па·с, що в 116 разів більше за в'язкість води. Діапазон наведених швидкостей у ході досліджень складає: за повітрям 0,15-50 м/с, за нафтою 0,043-0,24 м/с, за водою 0,004-0,66 м/с. Для різних значень наведених швидкостей автором складено карту структур потоків. Структури потоків класифіковано у відповідності до комбінацій властивостей потоків на три рівні: 1) рідка фаза, що домінує в контакті зі стінками труби; 2) структура потоку рідина-рідина (сепаровані або дисперговані); 3) відповідна структура потоку між рідкою та газовою фазами. На першому рівні визначення структури потоку автор ідентифікував їх як нафто-базовану або водо-базовану; на другому рівні – диспергована, розшарована, дисперговано-розшарована структура потоку рідина-рідина; на третьому рівні – шість можливих структур: розшарована, хвильова, пробкова, снарядна, кільцева і диспергована.

Коли відбувається перемішування фаз, одна з двох рідких фаз (вода чи конденсат) може бути неперервною, а інша – дисперговою (у формі крапель). В цих умовах може здійснюватися фазова інверсія, коли неперервна і диспергована фази спонтанно міняються місцями. Такий феномен є загальним, він характерний для широкого діапазону промислових процесів. Однак, складний механізм, що відповідає за фазову інверсію, і ефект впливу на нього фізичних та геометричних параметрів досі ще добре не вивчений. Залежно від того, яка фаза є неперервною, а яка дисперсною градієнт тиску потоку може щоразу суттєво відрізнятись. Тому важливо спрогнозувати інверсію фаз. Внаслідок існування інверсії фаз, в роботах [12,7,16,15] описано скачкоподібні зміни у втраті тиску через в'язкість водо-конденсатної суміші. Це пояснюється тим що, в'язкість суміші значною мірою визначається тим, яка фаза неперервна, а яка диспергована.

Наприклад, в роботі [12] наводяться результати експериментальних досліджень з використанням низьков'язкої нафти – конденсату (в'язкість $\mu_c = 4 - 5$ МПа·с в горизонтальній прозорій акриловій трубі довжиною 29,7 м і внутрішнім діаметром 38,1 мм за тиску 0,2 МПа. Діапазон приведених швидкостей у ході експерименту був таким: 1,5 – 4,3 м/с за повітрям, 0,26-1,36 м/с – за конденсатом, і 0,19-2,08 м/с – за водою. Поверхневий натяг конденсат-вода складає $\sigma_{ow} = 0,023$ Н/м. Досліджувались кореляції градієнту тиску Бега і Бріла [5], якими вказувалось що в'язкість водоконденсатної суміші можна визначати шляхом лінійної інтерполяції за процентним вмістом конденсатної і водяної фаз. Але ці дослідження показали погану відтворюваність вказаних кореляцій. Автором за вказаними кореляціями було розраховано в'язкість суміші за експериментально отриманими значеннями градієнту тиску, і зроблено висновок, що в'язкість водоконденсатної суміші може бути в кілька разів вищою, ніж чистої рідкої окремої фази: в неперервній конденсатній фазі з дисперговою водою отримано, що в'язкість цієї суміші в 20 разів більша за в'язкість чистого конденсату за 50% водовмісту в суміші рідких фаз потоку.

Робіт з математичного моделювання трифазних снарядних і розшарованих потоків є набагато менше, ніж з математичним моделюванням двофазових потоків. Лише три такі роботи присвячені цій проблемі: це роботи Ларсена (Larsen, 1997)[13], Ларсена і Хенде (Larsen and Hende, 2001)[14], та Бонізі і Ісса (M.Bonizzi, R.I.Issa, 2003)[17]. У першій роботі описано результати комп'ютерного моделювання чотирьох газорідних режимів потоку (розшарований, кільцевий, снарядний і диспергований), причому вважається, що рідкі фази завжди присутні в розшарованому стані. Друга робота [14] враховує присутність крапель рідини в шарі газу, що міститься в трифазному розшарованому потоці, і в газовому ядрі кільцевого потоку. Програмне забезпечення, що використовувалось під час моделювання базувалось на одновимірних рівняннях неперервності, запропонованих в трифлюїдній моделі Барнеа і Тайтеля (Barnea and Taitel, 1996) [4]. Тут розв'язувалось п'ять рівнянь неперервності (для газу, плівки нафти, плівки води, крапель нафти і крапель води), три рівняння збереження імпульсу (для плівки нафти, плівки води, і для суміші газ+краплі нафти+краплі води), одне рівняння збереження енергії суміші і одне рівняння балансу тиску. Але ці рівняння мінімально враховують ковзання фаз і зовсім не враховують взаємодію «рідина-рідина» в рідкій фазі багатofазного потоку з високими значеннями газовмісту.

Пропонується модель трифазового потоку для умов газоконденсатоводяного потоку з високим значенням газовмісту для тисків до 8 МПа. Як базову тут вибрано модель для опису вуглеводневого потоку однієї газової і двох рідких фаз на основі трифлюїдної моделі Бонізі і

Ісса [17], які, в свою чергу, в основу моделювання поклали набір рівнянь трифлюїдної моделі Барнеа і Тайтля [4] (Barnea and Taitel, 1996). Однак, така модель вводить багато додаткових ускладнень, і вимагає набагато більших обчислювальних ресурсів порівнянно з двофлюїдною моделлю для двофазового потоку, і, що важливо, не завжди дає коректні корені вирішення. Альтернативним методом розв'язання згаданої задачі є застосування моделі приведенної швидкості дрейфу [10] Іші (Ishii, 1978) до руху рідини, де швидкість ковзання фаз віднесена до інших частин потоку алгебраїчним виразом. Використання рівнянь моделі приведенної швидкості дрейфу дає змогу зменшити кількість рівнянь і, відповідно, невідомих, для яких знаходяться розв'язки. Прийнятий підхід, за якого дві рідини (конденсат і вода) трактуються як єдина рідка фаза, дає змогу зменшити кількість рівнянь перенесення з шести до п'яти. Хоча це зменшення може здаватися не важливим, в дійсності це істотно спрощує чисельні процедури, необхідні для розв'язку рівнянь, оскільки:

1) в зменшеному наборі присутні ті ж самі чотири основні змінні, як і в рівняннях двофлюїдної моделі, а саме фазова частка однієї з фаз потоку, швидкість руху газу, швидкість руху об'єднаної рідкої фази (суміші), і міжфазний тиск. П'ята змінна (тобто фазова частка однієї з рідких фаз) не відображена явно в решті рівнянь перенесення, і тому може бути оброблена як допоміжна величина, що отримана окремо з власного скалярного рівняння перенесення;

2) масових швидкостей, які вимагаються для задоволення загальної неперервності, є лише дві;

3) умови сумісності (фазові частки потоку в сумі дорівнюють одиниці) уможливають введення тільки двофазових часток потоку; третя частка виводиться з «допоміжного» рівняння (задаючи неперервність однієї з рідких фаз).

Як висновок, нова модель лише частково відрізняється від двофлюїдної моделі, що застосовується до двофазового потоку, і може бути коректно введена до процедури чисельного обчислення, що базується на структурі двофлюїдної моделі. Додатково модель, як вказуватиметься, досить добре описує структуру трифазового снарядного потоку.

В запропонованому підході інформація, що визначає структуру локального конденсато-водяного потіку рідини (або в'язкість одної з рідин що стала дисперговою внаслідок перемішування) має бути подана у відповідних рівняннях моделі, які є замкненими. Для запропонованої моделі приймаються структури потоку: розшарований (рис. 1) і повністю диспергований (рис. 2) конденсато-водяний потік. Звісно, такі типи потоку частково відображають ідеальні умови, бо дисперсія може ще існувати між розшарованими рідкими шарами, що призводить до введення більш складних структур потоку. Однак, ці додаткові труднощі є другого ступеня важливості, і основні елементи потоку

можуть бути адекватно відображені запропонованою ідеалізованою моделлю. Однак, важливою особливістю, що відіграє основну роль, і яка повинна бути прийнята до уваги, є фазова інверсія. Для того щоб врахувати цю особливість потоку, вводиться кореляція для визначення точки інверсії, щоб ідентифікувати, яка з рідких фаз є неперервною а яка дисперговою рідиною в суміші. Репрезентативна схема можливих комбінацій типів рідкого потоку відображена на рис. 3.

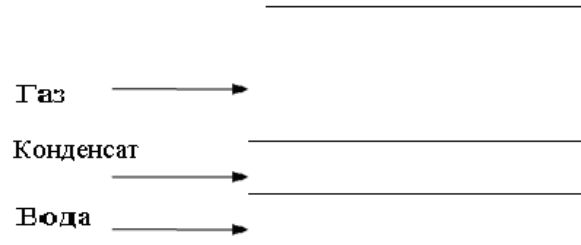


Рисунок 1 – Розшарування рідких фаз в потоці

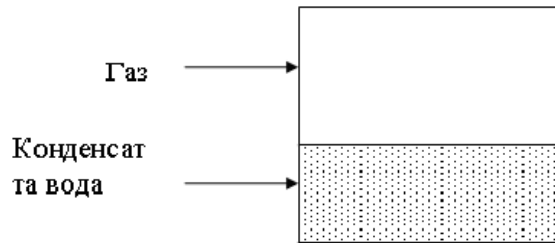


Рисунок 2 – Дисперсія рідких фаз в потоці

Стартовою точкою при виведенні основних рівнянь є трифазова модель, в якій рівняння стану формулюються для кожної фази потоку [4]. Рівняння неперервності і збереження імпульсу для двох рідин (приймаємо для конденсату і води) комбінуються для того, щоб отримати нові рівняння в термінах значень суміші рідин; детальне виведення подається в [6]. Нові параметри суміші:

1) об'ємний вміст рідкої фази α_M , представлено сумою часток конденсату α_C та води α_W потоку $\alpha_M = \alpha_C + \alpha_W$, пов'язаних з часткою газової фази α_G через основне рівняння:

$$\alpha_M + \alpha_G = 1; \quad (1)$$

2) водовміст C_W , визначається як співвідношення між об'ємним вмістом води і рідкої фази ($C_W = \alpha_W / \alpha_M$);

3) густина суміші ρ_M , яка є лінійною функцією густин конденсату і води представлена рівнянням:

$$\rho_M = (1 - C_W) \cdot \rho_C + C_W \cdot \rho_W. \quad (2)$$

4) Швидкість центра мас рідини u_M [2], подається так:

$$u_M = \frac{(1 - C_W) \cdot \rho_C \cdot u_C + C_W \cdot \rho_W \cdot u_W}{\rho_M}. \quad (3)$$

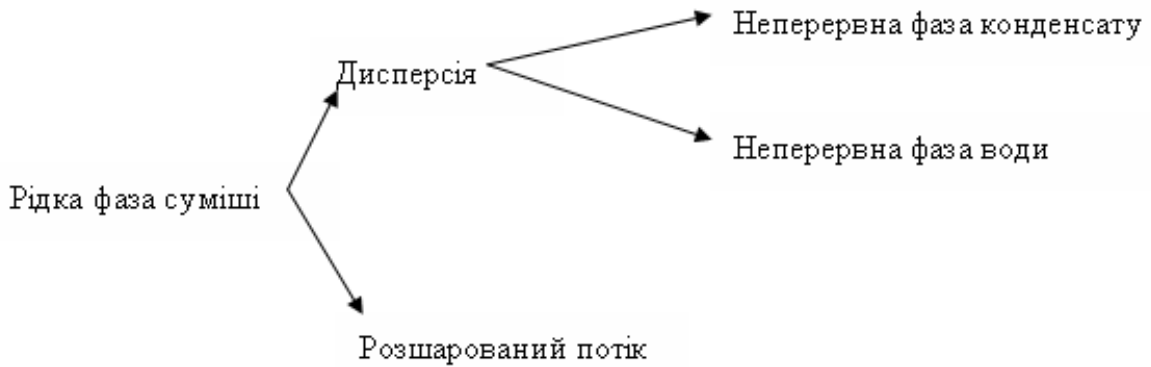


Рисунок 3 – Можливі комбінації типів потоку рідкої фази трифазного потоку для пропонованої моделі

Якщо швидкість ковзання між фазами конденсату та води визначається як

$$u_s = u_c - u_w, \quad (4)$$

то можна вивести вирази для швидкостей конденсату і води з рівнянь (3) і (4) відповідно

$$u_c = u_m + \frac{C_w \cdot \rho_w \cdot u_s}{\rho_m} \quad (5)$$

та

$$u_w = u_m - \frac{(1 - C_w) \cdot \rho_c \cdot u_s}{\rho_m} \quad (6)$$

Відповідно, швидкість ковзання визначається скалярним рівнянням, що залежить від типу локального потоку рідкої фази в суміші.

У пропонованій моделі, газ приймається як стискуване середовище, що підлягає законам ідеального газу, тоді як рідини розглядаються як нестискувані. Приймається також що потік є ізотермічним. Рівняння, що підлягають вирішенню, для розшарованого некерваного снарядного трифазного потоку, за умов відсутності передачі маси між фазами, наступні [6].

Рівняння неперервності для газової фази

$$\frac{\partial(\rho_G \cdot \alpha_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \cdot \alpha_G \cdot u_G)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

Рівняння неперервності для рідкої фази (суміші фаз)

$$\frac{\partial(\rho_M \cdot \alpha_M)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_M \cdot \alpha_M \cdot u_M)}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

Рівняння стану для водовмісту

$$\frac{\partial(\rho_w \cdot C_w \cdot \alpha_M)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_w \cdot C_w \cdot \alpha_M \cdot u_M)}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

Рівняння збереження імпульсу для газової фази

$$\frac{\partial(\rho_G \cdot \alpha_G \cdot u_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \cdot \alpha_G \cdot u_G^2)}{\partial x} = -\alpha_G \cdot \frac{\partial p}{\partial x} - \alpha_G \cdot \rho_G \cdot g \cdot \sin \beta - \frac{\tau_{GL} \cdot S_{GL}}{A} - \frac{\tau_{wG} \cdot S_G}{A} \quad (10)$$

Рівняння збереження імпульсу для рідкої фази (суміші фаз)

$$\frac{\partial(\rho_M \cdot \alpha_M \cdot u_M)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_M \cdot \alpha_M \cdot u_M^2)}{\partial x} = -\alpha_M \cdot \frac{\partial p}{\partial x} - \alpha_M \cdot \rho_M \cdot g \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cos \beta - \alpha_M \cdot \rho_M \cdot g \cdot \sin \beta + \frac{\tau_{GL} \cdot S_{GL}}{A} - \frac{\sum_{K=1}^N \tau_{wK} \cdot S_K}{A} + \Omega + \Psi \quad (11)$$

де: індекси G, M, W стосуються газової фази, суміші рідин та водяної фази відповідно; x – координата напрямку руху потоку; ρ – густина; α – фазова частка потоку; C – вміст рідкої фази потоку; u – швидкість; p – міжфазний (і газовий) тиск; h – висота рівня рідкої фази суміші; S_L і S_G – периметри стінок труби, що омиваються відповідно рідкою і газовою фазами потоку; S_{GL} – довжина міжфазної хорди по границі рідина-газ; τ – дотичні напруження; A – площа поперечного перерізу труби; β – кут нахилу труби до лінії горизонту; g – прискорення вільного падіння. Індекс N під час додавання правої сторони рівняння (11) відображає число рідких фаз що перебувають в контакті з стінками труби, тобто $N = 2$ (вода і конденсат) за умови розшарування рідин, або $N = 1$, якщо рідини дисперговані і допускається, що стінки труби неперервно змочуються рідиною. Геометричні параметри відображаються на рис. 4 у випадку розшарування усіх трьох фаз.

Терміни Ω та Ψ в рівнянні (11) замінюють наступні залежності:

$$\Omega = -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha_M \cdot C_w \cdot (1 - C_w) \cdot \rho_w \cdot \rho_c \cdot u_s^2}{\rho_M} \right] \quad (12)$$

і

$$\Psi = \alpha_M \cdot (\rho_M - \rho_c) \cdot g \cdot \cos \beta \cdot \frac{\partial h}{\partial x} - \alpha_w \cdot (\rho_w - \rho_c) \cdot g \cdot \cos \beta \cdot \frac{\partial h_w}{\partial x} \quad (13)$$

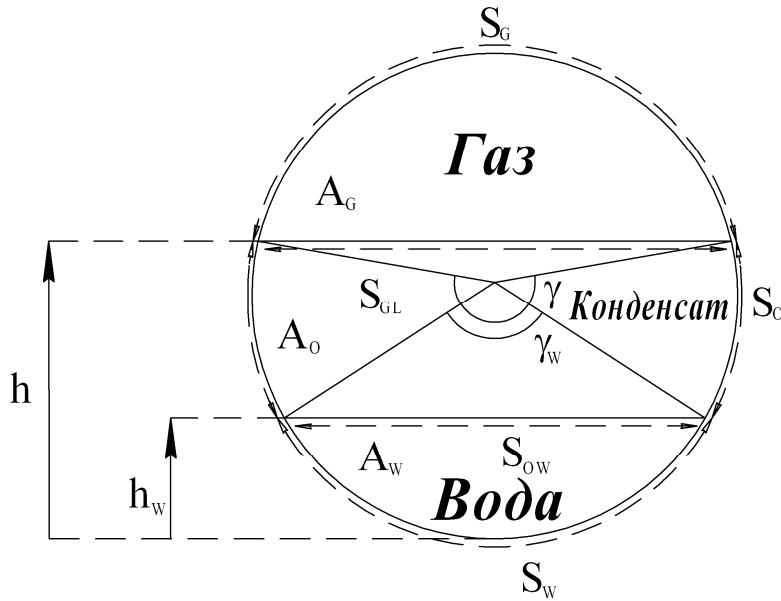


Рисунок 4 – Структура розширеного потоку

коли потік рідин перебуває в розширеному стані. Якщо рідини є повністю диспергованими, то $\Psi=0$. Похідні від висоти рівня рідин в рівнянні (13) відносяться до відповідних рідких фракцій:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\pi \cdot D}{4 \cdot \sin \frac{\gamma}{2}} \cdot \frac{\partial \alpha_M}{\partial x} \quad (14)$$

та

$$\frac{\partial h_W}{\partial x} = \frac{\pi \cdot D}{4 \cdot \sin \frac{\gamma_W}{2}} \cdot \frac{\partial \alpha_W}{\partial x} \quad (15)$$

де: D – діаметр труби, γ та γ_W – кути розширення для всієї рідини та шару води відповідно (рис. 4).

Важливою особливістю моделі є комбінування рівнянь двох рідин для того, щоб отримати рівняння суміші. Це, однак, вводить нову змінну u_S , яка є швидкістю ковзання між рідкими фазами; а для того, щоб визначити цю швидкість, необхідні заключні залежності.

Коли рідини перебувають в розширеному стані, швидкість ковзання тоді розраховується з рівнянь збереження імпульсу конденсату і води, допускаючи локальні умови рівноваги [10]. Тому, нехтуючи девіацією в часі, гідростатичним напором (тиском) та інерцією у повних рівняннях збереження імпульсу, вираз для ковзання може бути отриманий як [6]

$$u_S = \left\{ \frac{(1 - C_W) \cdot \tau_{wW} \cdot S_W}{A} - \frac{C_W \cdot \tau_{wC} \cdot S_C}{A} + \frac{C_W \cdot \tau_{GC} \cdot S_{GC}}{A} + C_W \cdot \alpha_C \cdot (\rho_W - \rho_C) \cdot g \cdot \sin \beta \right\} \times \frac{2 \cdot A}{f_{CW} \cdot \rho_C \cdot S_{CW}} \quad (16)$$

де зволожені периметри і міжшарові ширини зображені на рис.4, і коефіцієнт водоко конденсатного міжфазного тертя позначається як f_{CW} .

Якщо рідкі фази змішані, тоді формується дисперсія, суміш поводить себе як гомогенний потік (тобто з нульовим ковзанням $u_S=0$). Це є обґрунтованим припущенням, що базується на тому, що дві рідини мають подібні густини, як у випадку води і конденсату, описаних вище; з іншого боку, швидкість ковзання не є незначною.

Характеристичний аналіз

Рівняння двофлюїдної моделі для розшированих і снарядних потоків (які містять гідростатичний термін $(\alpha \cdot \rho \cdot g \cdot \partial h / \partial x)$) є умовно гіперболічні, і тому можуть бути коректними як початкова задача [2,11]. Завдання полягає у дослідженні природи нової запропонованої моделі, і встановленні що система є все ще умовно коректною. Відтак проводиться вивчення характеристик запропонованого набору рівнянь, і доведення існування реальних характеристик для описаних випадків.

Набір рівнянь (7)-(11) є системою диференціальних рівнянь часткових похідних першого порядку, який може бути записаний в компактній формі як:

$$A \frac{\partial \Phi}{\partial t} + B \frac{\partial \Phi}{\partial x} = C, \quad (17)$$

де: A і B – коефіцієнти матриць (в даному випадку розмірністю 5×5), Φ – вектор-розв'язок

$$\Phi = [\alpha_G, C_W, u_G, u_M, p]^T \quad (18)$$

C – вектор, що містить всі алгебраїчні терміни. Граничні умови є розв'язок системи (17) в наступному діапазоні значень:

$$a \leq x \leq b, \quad t \geq 0 \quad (19)$$

Значення для початкових умов

$$\Phi(t=0, x) = G(x) \quad (20)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\rho_M & \alpha_M \cdot (\rho_W - \rho_C) & 0 & 0 & 0 \\ -C_W & \alpha_M & 0 & 0 & 0 \\ u_G \cdot \rho_G & 0 & \alpha_G \cdot \rho_G & 0 & 0 \\ -u_M \cdot \rho_M & u_M \cdot \alpha_M \cdot (\rho_W - \rho_C) & 0 & u_M \cdot \rho_M & 0 \end{bmatrix}; \quad (22)$$

$$B = \begin{bmatrix} u_G & 0 & \alpha_G & 0 & 0 \\ -\rho_M \cdot u_M & \alpha_M \cdot u_M \cdot (\rho_W - \rho_C) & 0 & \alpha_M \cdot \rho_M & 0 \\ P & \alpha_M \cdot u_M - \frac{\alpha_M \cdot \rho_C \cdot u_S \cdot (\rho_C \cdot (1 - c_w)^2 - \rho_W \cdot C_W^2)}{\rho_M^2} & 0 & C_W \cdot \alpha_M & 0 \\ \rho_G \cdot u_G^2 & 0 & 2 \cdot \alpha_G \cdot \rho_G \cdot u_G & 0 & \alpha_G \\ \Theta & Z & 0 & 2 \cdot \alpha_M \cdot \rho_M \cdot u_M & \alpha_M \end{bmatrix}. \quad (23)$$

і значення Φ або похідних визначається на границях $x=a$ і $x=b$. Система (17) визначається як коректна (або гіперболічна) коли рівняння з відповідними граничними умовами і вихідними даними дають унікальний розв'язок і цей розв'язок залежить умовно від вихідних даних і граничних умов. Характер набору диференційних рівнянь в часткових похідних забезпечується розв'язком системи власних значень [9]

$$\det[B - \lambda A] = 0. \quad (21)$$

Необхідною умовою коректності системи є реальність (а не виродженість) коренів (що фізично відображають характеристики системи рівнянь (21)).

Хоча в запропонованій моделі ефект стискуваності газу береться до уваги, аналіз форми стискування рівнянь моделі є складним. На думку автора, такий аналіз думаю є необхідним, оскільки проблема негіперболічності є результатом, так як і у випадку з нестискуваними флюїдами. Отже, щоб спростити процедуру аналізу, газову фазу приймаємо як нестискувану (але тільки з метою характеристичного аналізу). Більше того, аналіз виконується для горизонтальної труби ($\beta = 0$).

Коли всі диференційні терміни в рівняннях (7)-(11) виражені як функції невідомих вектора розв'язку (18), коефіцієнти матриць A і B набувають такого вигляду (див. формули (22), (23)).

Перші два коефіцієнти в останньому рядку матриці B та один в передостанньому дано як:

$$\begin{aligned} \Theta = & -\rho_M \cdot u_M^2 - \alpha_M \cdot \rho_M \cdot g \cdot \bar{D}_L + \\ & + C_W \cdot \alpha_M \cdot (\rho_W - \rho_C) \cdot g \cdot \bar{D}_L - \\ & - C_W^2 \cdot \alpha_M \cdot (\rho_W - \rho_C) \cdot g \cdot \bar{D}_W - \\ & - \frac{(C_W - C_W^2) \cdot \rho_C \cdot \rho_W \cdot u_S^2}{\rho_M}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} Z = & \alpha_M \cdot (\rho_W - \rho_C) \cdot u_M^2 + C_W \cdot \alpha_M^2 \cdot (\rho_W - \rho_C) \cdot g \cdot \bar{D}_W + \\ & + \frac{\alpha_M \cdot \rho_W \cdot \rho_C \cdot u_S^2 \cdot (\rho_C \cdot (1 - C_W)^2 - \rho_W \cdot C_W^2)}{\rho_M^2}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$P = -C_W \cdot u_M + \frac{C_W \cdot (1 - C_W) \cdot \rho_C \cdot u_S}{\rho_M}; \quad (26)$$

\bar{D}_L та \bar{D}_W визначаються з рівнянь (14) і

$$(15) \text{ як } \frac{\pi \cdot D}{4 \cdot \sin(\gamma/2)} \text{ і } \frac{\pi \cdot D}{4 \cdot \sin(\gamma_W/2)} \text{ відповідно.}$$

Характеристичне рівняння може тоді бути сформульовано шляхом підстановки матричних виразів даних рівняннями (22)-(25) у рівняння (21); результуюче кубічне рівняння у власному значенні λ матриці та аналітичний розв'язок цього рівняння є досить складним і громіздким, тому, щоб ілюструвати існування дійсних характеристик, корені розраховуються тут чисельно. Такий наближений розрахунок (чисельна оцінка) необхідна як вхід, значення часток газової та рідкої фаз, також як швидкостей. Подаються два такі розрахунки для типових значень змінних потоку, що виникають у випадках реального снарядного потоку досліджених експериментально і використаних під час перевірки адекватності моделі. Розрахунок виконано чисельно в середовищі ППП Maple 13.0 з використанням вбудованих процедур вирішення системи диференційних рівнянь в часткових похідних. Даний тип потоку (випадок) відноситься до трифазного газо-конденсато-водяного снарядного потоку, де приведена швидкість газу і загальна приведена швидкість рідини (конденсат+вода) – 4,0 і 0,5 м/с відповідно. Рисунок 5 і 6 ілюструють розраховані характеристики системи, що відображають залежність всього спектру водовмістів, для двох різних значень об'ємної частки газу (0,1 і 0,7 відповідно). Ці значення належать до діапазонів потоку, де: 1) існує приблизно снарядна форма газу ($\alpha_G = 0,1$) і де 2) існує тонка плівка рідини ($\alpha_G = 0,7$). Як можна бачити з діаграми, всі три характеристичні швидкості $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ є реальними і не виродженими в обох випадках, тоді верифікація свідчить, що основні рівняння (6) – (10) є гіперболічними для даних умов. Це також перевірено для значного числа умов потоку з різними значеннями α_G . Можна також спо-

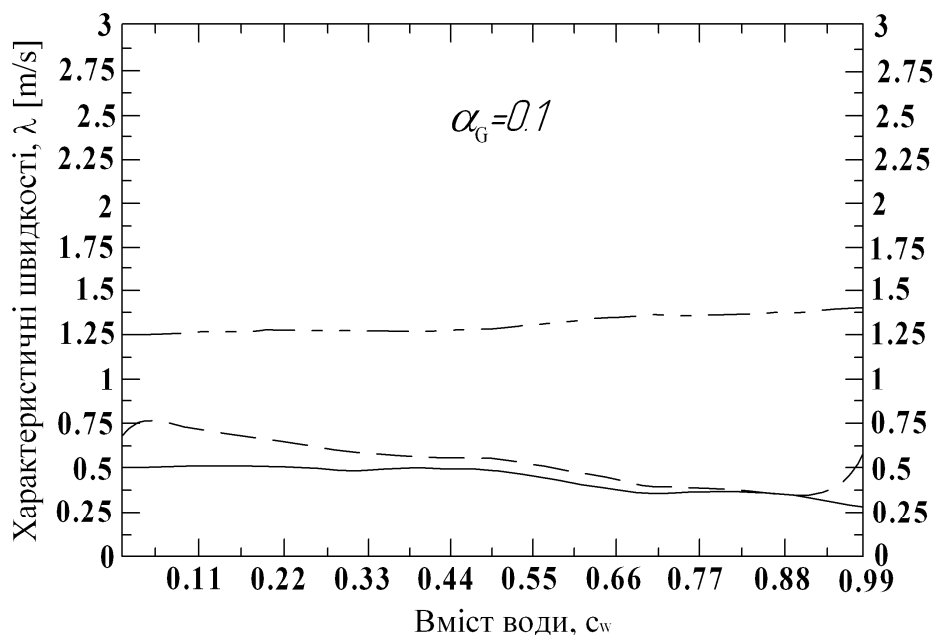


Рисунок 5 – Розраховані значення швидкостей фаз за низького газомісту потоку

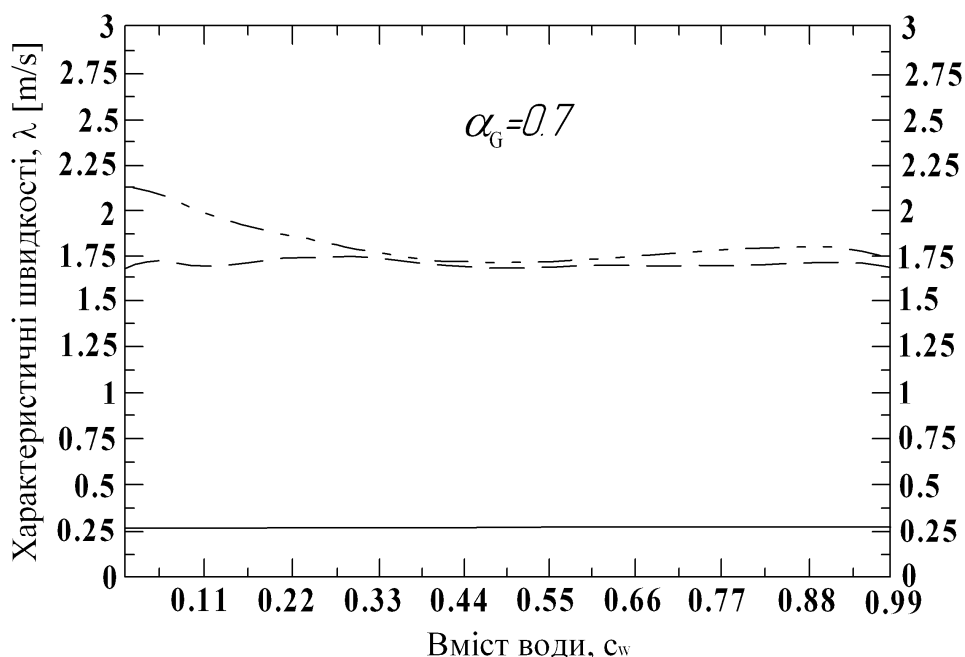


Рисунок 6 – Розраховані значення швидкостей фаз за високого газомісту потоку

стерігати, що знак всіх власних значень є позитивним, а, це означає що характеристики працюють у напрямку потоку.

Коли стисливість газу береться до уваги, два більші характеристичні значення (тобто характеристики) λ_4 і λ_5 можуть бути знайдені з [6]. Теза відноситься до хвиль стисливості і відповідає :

$$\lambda_{4,5} = \pm c, \quad (26)$$

де c є швидкість звуку.

Як бачимо, для деяких типів потоків, коли береться до уваги стисливість газу, у системі

рівнянь присутні п'ять характеристик, чотири з яких працюють в напрямку потоку, а п'ята - в протилежному напрямку. Тому це диктує число граничних умов, що мають бути накладені: чотири величини повинні бути визначені на вході і одна на виході.

Слід зауважити, що система рівнянь є тільки умовно коректно поставлена і деякі умови потоку можуть давати результат некоректної системи, в цьому випадку унікальний числовий розв'язок неможливо отримати, як показано у випадку двофазового потоку [11]. Такі випадки не розглядаються в даній роботі.

Висновки

Математична модель адаптована для аналітичного дослідження трифазових газоводоконденсатних потоків (газ/рідина/рідина) снарядної і розшарованої структури потоку в горизонтальних і близьких до горизонтальних трубах знаходиться в межах двофлюїдної моделі в поєднанні з рівняннями дрейфової швидкості комбінацій набору двох рідин (фаз) багатозфазного потоку. Снарядний режим досягається відповідним заданням визначених вхідних значень та граничних умов рівнянь в часткових похідних моделі.

Визначення законів замикання для опису структури рідина-рідина потоку і критичного водовмісту для фазової інверсії є критичним для забезпечення адекватності моделі. Розглянуто два можливі варіанти: повністю розшаровані рідини рідкої фази потоку і повністю диспергована рідка фаза. Складено характеристичне рівняння, наведено методику і обґрунтовано можливість отримання дійсних коренів системи модельних диференціальних рівнянь. Наведено результати пробного розв'язання системи рівнянь моделі чисельними методами з метою доведення можливості отримання дійсних і не вироджених коренів системи рівнянь. Надалі планується розширити об'єм математичного моделювання з використанням конкретних промислових даних для задання вихідних та граничних умов моделювання і оцінки адекватності моделі структурі і параметрам реальних газоконденсатних потоків в шлейфовому трубопроводі.

Література

- 1 Acikgoz, M., Franca, F., Lahey, R.T., 1992. An experimental study of three-phase flow regime. *Int. J. Multiphase Flow* 18, 327-336.
- 2 Banerjee, S., Chan, A.M.C., 1980. Separated flow models-I: analysis of averaged and local instantaneous formulations. *Int. J. Multiphase Flow* 6, 1-24.
- 3 Barnea, D., 1986. Transition from annular flow and from dispersed bubble flow-unified models for whole range of pipe inclinations. *Int. J. Multiphase Flow* 12, 733-744.
- 4 Barnea, D., Taitel, Y., 1996. Stratified three-phase flow in pipes-stability and transition. *Chem. Eng. Com.* 141-142, 443-460
- 5 Begg, H.D., Brill, J.P., 1973. Study of two-phase flow in inclined pipes. *J. Petr. Tech.* 25, 607-617.
- 6 Bonizzi, M., 2003. Transient one-dimensional modeling of multiphase slug flows. PhD Thesis, Imperial College, London, UK.
- 7 Hall, A.R.W., 1992. Multiphase flow of oil, water and gas in horizontal pipes. PhD Thesis, Imperial College, London, UK.
- 8 Hall, A.R.W., 1997. Flow patterns in three-phase flow of oil, water and gas. In: 8th International Conference Multiphase Production, BHR Group Conference Series, Cannes, France.

9 Hirsch, C., 1988. *Numerical Computation of Internal and External Flows*. John Wiley and Sons, New York. P.1.

10 Ishii, M., 1978. One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes. Technical Report ANL-77-47, Argonne National Laboratory, Argonne, Illinois, US.

11 Issa, R.I., Kempf, M.H.W., 2003. Simulation of slug flow in horizontal or nearly horizontal pipes with the two-fluid model. *Int. J. Multiphase Flow* 29, 69-95.

12 Malinowsky, M.S., 1975. An experimental study of oil-water and air-oil-water flowing mixtures in horizontal pipes. MS Thesis, The University of Tulusa, US.

13 Larsen, M., Hustvedt, E., Hende, P., Straume, T., 1997. Petra: a novel computer code for simulation of slug flow. SPE Paper 38841, pp.965-976.

14 Larsen, M., Hende, P., 2001. Three-phase slug tracking with Petra. In: *Proceedings of ETCE2001 Eng. Techn. Conf. On Energy*, Huston, Texas, US.

15 Odozi, U.A., 2000. Three-phase gas/liquid/liquid slug flow. PhD Thesis, Imperial College, London, UK.

16 Pan, L., 1996. High pressure three-phase (gas/liquid/liquid) flow. PhD Thesis, Imperial College, London, UK.

*Стаття постуила в редакційну колегію
10.11.09
Рекомендована до друку професором
Івасівим В.М.*