

НОВИЙ АЛГОРИТМ ТЕПЛОВОЇ ТОМОГРАФІЇ

© Стороженко В. О., Мельник С. І., Орел Р. П., 1999

Харківський державний технічний університет радіоелектроніки

Розглянуто задачу відновлення внутрішньої структури об'єкта контролю за виміряним температурним полем на його поверхні. Запропонований новий метод розв'язання цієї задачі з використанням методики пошарового аналізу температурного поля об'єкта. Проведена експериментальна перевірка запропонованого методу підтверджує роботоздатність розробленого алгоритму.

Задача теплової томографії (ТТ) пов'язана з визначенням внутрішньої структури об'єкта контролю (ОК) за даними вимірювання теплового відгуку на зовнішній тепловий вплив. При цьому може бути використана та ж сама інформація, що і при тепловій дефектометрії (ТДМ), однак для дефектів розподіленого характеру необхідні інші моделі і алгоритми обробки експериментальних даних. ТТ на відміну від ТДМ допускає безперервні розподіли теплофізичних параметрів у просторі. У цьому випадку ми не можемо задати конкретну модель дефекту у вигляді еліпсоїда або паралелепіпеда і обмежитися малою кількістю апріорно вибраних параметрів дефекту, як в ТДМ.

До числа найбільш ефективних в цей час алгоритмів ТТ потрібно віднести алгоритми динамічної [1] і адаптивної [2] ТТ. Однак ці методи мають ряд недоліків, що не дозволяють їх широко використати. Алгоритм динамічної томографії будується без урахування розтікання тепла, а також розглядається тільки випадок нетеплопровідного (повітряного) дефекту, що значною мірою обмежує застосування методу. У алгоритмі адаптивної ТТ чисельний розв'язок рівняння теплопровідності коректують зміною теплофізичних характеристик (ТФХ) в області розташування дефекту таким чином, щоб розрахункові значення поверхневої температури співпадали з експериментальними температурними даними. Основним недоліком запропонованого підходу є те, що розрахункова товщина шару часто не відповідає умові стійкості чисельних розрахунків. Це є причиною обмеження методу - можливості реалізації ТТ тільки для верхніх шарів об'єкта контролю.

У загальному випадку безперервних розподілів пряма і зворотня задача теплопровідності є некоректною. У зв'язку з цим ми будемо вирішувати часткову проблему - томографія об'єкта контролю з дефектами у вигляді однорідних включень довільної форми. При цьому рішення може бути значно спро-

щене. Так, раніше було показано [3], що стаціонарні збурення, що вносяться таким дефектом у зовнішній однорідний тепловий потік, можуть бути задані дією еквівалентних диполів тепла, розташованих на межі однорідних областей.

Специфічною особливістю задачі теплового контролю є той факт, що крім початкових (температурне поле на поверхні ОК) і граничних умов (ГУ)

$$T(\vec{r}, 0) = 0, \left(\alpha \cdot T - \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial \vec{r}} \right)_{\vec{r} = \vec{r}_{\text{пов}}} = q(\vec{r}_{\text{пов}}, \tau), \quad (1)$$

(тут α - коефіцієнт тепловіддачі на поверхні ОК, λ - коефіцієнт теплопровідності ОК, $q(\vec{r}_{\text{пов}}, \tau)$ - тепловий потік), відомо також і рішення прямої задачі теплопровідності на поверхні ОК, а саме: вимірний з деякою похибкою розподіл $T(\vec{r}_{\text{пов}}, \tau)$ і тепловий вплив $q(\vec{r}_{\text{пов}}, \tau)$. Фактично на поверхні ОК ми знаємо

$T(\vec{r}_{\text{пов}}, \tau)$ і $\frac{\partial T}{\partial z}(\vec{r}_{\text{пов}}, \tau)$. Якщо вважати, що в

поверхневому шарі ОК Δz_0 дефектів немає, то для

нього можна записати $a_{\pm/\text{д}} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \vec{r}^2} = \frac{\partial T}{\partial \tau}$, де $a_{\pm/\text{д}}$ -

коефіцієнт температуропровідності бездефектного ОК. Тоді ми можемо розрахувати функції $T(\vec{r}, \tau)$ і

$$\frac{\partial T(\vec{r}, \tau)}{\partial z}$$

на іншій поверхні шару, що розглядається, за допомогою співвідношення:

$$\left| \frac{\tilde{T}_1(\omega_x, \omega_y, \omega)}{\partial z} \right| = |P_1| \cdot \left| \frac{\tilde{T}_0(\omega_x, \omega_y, \omega)}{\partial z} \right|, \quad (2)$$

де символ "˜" означає результат перетворення Фур'є за координатами x, y і часу τ , а $|P_1|$ - просторову

теплову передатну матрицю шару [4].

Аналогічний результат можна отримати і чисельним методом за допомогою явної або неявної різницевої схеми. Відмітимо, що ця задача [5] також є некоректною і для отримання стійкого до похибок вимірювань розв'язку необхідно застосовувати один з відомих методів регуляризації.

Алгоритм теплової томографії, що пропонується, спирається на методику пошарового аналізу температурного поля об'єкта. Рухаючись від шару до шару, можна відновити форму дефекту. У разі "пропуску" неоднорідності в черговому шарі розрахований шаровий розподіл $T(\vec{r}, \tau)$ буде мати характерні якісні особливості.

Розглянемо спочатку малий (точковий) дефект. Для стаціонарних полів можна скористатися аналогією між тепловим і електричним полями. Тоді задача зводиться до розгляду еквівалентного діелектричного об'єкта в однорідному зовнішньому полі. Якщо дефект апроксимувати еліпсоїдом обертання, то задача має аналітичне розв'язання [6]. Таким чином, точковий дефект можна представити еквівалентним диполем тепла (рис. 1). Будемо також (для простоти) вважати, що складова температурного поля, викликана зовнішнім джерелом тепла, стаціонарна і однорідна, тобто $T_0(\vec{r}, \tau) = -q_0 \cdot z / \lambda$.

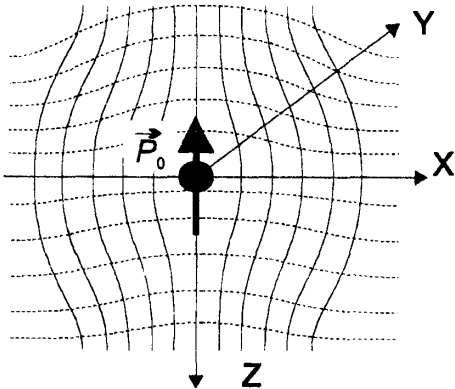


Рис. 1. Дефект, як тепловий диполь P_0 .

Це можна забезпечити відповідним вибором ГУ і потоком нагріву $q(\vec{r}_{\text{пов}}, \tau) = q_0$, що задається (в нестационарному випадку додатково до диполу в місце розташування дефекту необхідно вмістити еквівалентне джерело тепла, що дещо ускладнює модель). Тоді присутність дефекту викликає наявність додаткового температурного поля диполу P_0 :

$$\Delta T(\vec{r}, \tau) = A \cdot |\vec{P}_0| \cdot \frac{|\vec{r}|}{\lambda \cdot r^3} = -\frac{A \cdot P_0 \cdot z}{\lambda \cdot r^3}, \quad (3)$$

де A - постійна, визначена із ГУ на поверхні дефекту, а сумарне теплове поле задається співвідношенням:

$$T_1(r, \tau) = -\frac{q_0 \cdot z}{\lambda} - \frac{A \cdot P_0 \cdot z}{\lambda \cdot r^3}. \quad (4)$$

У площині $z = 0$ (що проходить через точку розташування диполу) маємо $T_1(x, y)$ (за винятком точки $r = 0$, де $T = \pm \infty$)

$$\frac{\partial T_1(x, y, 0)}{\partial z} = -\frac{q_0}{\lambda} - \frac{A \cdot P_0}{\lambda \cdot r^3} + 3 \cdot \frac{A \cdot P_0 \cdot z}{\lambda \cdot r^4} \cdot \frac{\partial r}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{q_0}{\lambda} - \frac{A \cdot P_0}{\lambda \cdot r^3}. \quad (5)$$

Таким чином, пропускаючи диполь при розрахунку поля $T_1(\vec{r})$ у шарі $z = 0$, ми фактично замість "дійсних" ГУ

$$\begin{cases} T_1(x, y, 0) = -\delta(0) \cdot A \cdot P_0 / \lambda \\ \frac{\partial T_1}{\partial z}(x, y, 0) = -\frac{q_0}{\lambda} - \frac{A \cdot P_0}{\lambda \cdot r^3} \end{cases}, \quad (6)$$

де $\delta(0)$ - дельта-функція, враховуємо "хибні"

$$\begin{cases} T_1(x, y, 0) = \delta(0) \cdot A \cdot P_0 / \lambda \\ \frac{\partial T_1}{\partial z}(x, y, 0) = -\frac{q_0}{\lambda} - \frac{A \cdot P_0}{\lambda \cdot r^3}, (z > 0). \end{cases} \quad (7)$$

Це впливає на весь подальший хід розрахунку теплового поля в об'єкті контролю. Для того, щоб з'ясувати характер виникаючої похибки, представимо "хибне" теплове поле $T_2(x, y, z)$ для $z > 0$ як суперпозицію "дійсного" T_0 , розрахованого за формулою (5), і поля T' , яке є розв'язком задачі

$$\begin{cases} \Delta T'(\vec{r}) = 0, & (z > 0) \\ T'(x, y, 0) = 2 \cdot \delta(0) \cdot A \cdot P_0 / \lambda \\ \frac{\partial T'}{\partial z}(x, y, 0) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Розв'язок рівняння Лапласа з ГУ (5) відомий (див. формулу (3)), а розв'язання задачі (8) проведемо за допомогою методу передаточних функцій. Перетворення Фур'є δ -функції має вигляд $\tilde{T}'(\omega_x, \omega_y, 0) = 2 \cdot A \cdot P_0 / \lambda = const$. Тоді для $z = z_0$ отримаємо з формули (2) і використовуючи у явному вигляді функцію однорідного шара $P_{11} = \cos k \cdot z_0$, де $k = i \cdot \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a} + \omega_x^2 + \omega_y^2}$. Звідки, при $\omega = 0$ (стаціонарна задача)

$$\frac{\lambda}{2 \cdot A \cdot P_0} \cdot \tilde{T}'(\omega_x, \omega_y, z_0) = ch\left(z_0 \cdot \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}\right). \quad (9)$$

Після проведення зворотного перетворення Фур'є, отримаємо $\omega_y = 0$, що означає $T' = ch(\omega_x \cdot z_0)$

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{2 \cdot A \cdot P_0} \cdot \tilde{T}'(x, z_0) &= \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} ch(\omega_x \cdot z_0) \cdot e^{-i \cdot \omega_x \cdot x} d\omega_x = \\ &= \lim_{\omega_x \rightarrow \infty} 4 \cdot \left[\cos(x \cdot \omega_x) \cdot sh(z_0 \cdot \omega_x) + \sin(x \cdot \omega_x) \cdot ch(z_0 \cdot \omega_x) \right] = \infty \end{aligned} \quad (10)$$

Результуючий розподіл $T_2(\vec{r}, z_0)$ буде мати вигляд:

$$T_2(\vec{r}, z_0) = T_1(\vec{r}, z_0) + T^i(\vec{r}, z_0) = -\frac{q_0 \cdot z_0}{\lambda} - \frac{A \cdot P_0 \cdot z_0}{\lambda \cdot (z^2 + x^2)^{3/2}} + \infty. \quad (11)$$

Таким чином, ми бачимо, що не існує кінцевого розв'язку задачі (8). Причому видно, що $T \rightarrow \infty$ не тільки в точці розташування дефекту (оскільки ми замінюємо його точковим диполем), а в усьому напівпросторі $z > 0$.

На практиці це означає, що якщо ми спробуємо чисельним методом (наприклад, за допомогою кінцевих різниць) розрахувати $T(x, y, z_0)$, то результат буде розходитися і залежати від вибору схеми розрахунку і кроку по x, z .

Відмітимо також, що отриманий результат $T_2(\vec{r}, z_0) \rightarrow \infty$ не залежить від величини помилки у виборі P_0 . Це означає, що нестійкість розв'язку задачі пошарового аналізу виникає неминуче при будь-якій кінцевій помилці у виборі P_0 .

Причому, чим точніша розрахункова схема (що визначається зрештою точністю початкових даних, що задаються), тим меншу помилку у визначенні P_0 можна зафіксувати. І цей висновок можна розповсюдити на нестационарні задачі, оскільки при досить малих кроках розрахункової сітки теплове поле поблизу одного вузла буде квазістационарним.

Результати чисельного експерименту підтверджують отримані теоретичні висновки. Розрахункове значення функції $T_2(x, z_0)$ має вигляд, зображений на рис. 2.

Виникаючі сплески $T(x, z)$ починають виявлятися після того, як ми при розрахунках "пропускаємо" диполь P_0 і однозначно характеризують його розташування.

Отриманий результат також означає, що якщо в деякому шарі "пропущений" дефект, то ця помилка не може бути скомпенсована ніякими додатковими джерелами або дефектами в подальших шарах. Тобто рішення задачі теплової томографії кусково-однорідних середовищ однозначне.

Фактично це пов'язано з тим, що поле точкового диполя (δ - функція) не може бути змодельовано ніяким іншим розподілом кінцевих джерел і диполів тепла.

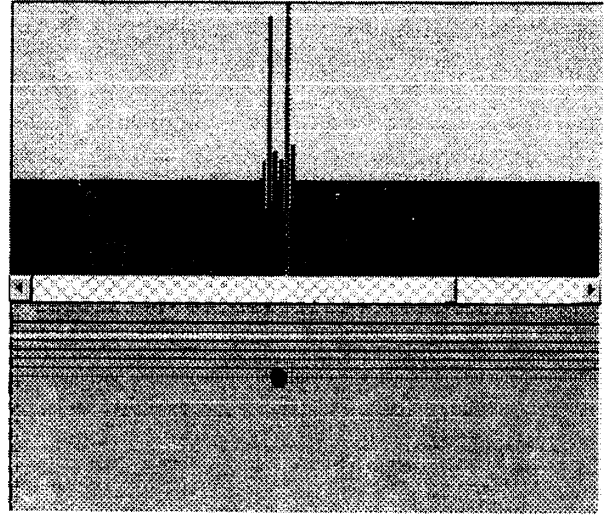


Рис. 2. Сплески $T(x, z)$ на межах малого (точкового) дефекту при використанні алгоритму пошарового вирішення задачі ТТ.

На основі проведеного аналізу задачі пошарового аналізу температурного розподілу можна запропонувати алгоритм теплової томографії:

1. Вимірювання температури $T(\vec{r}_{\text{пов}}, \tau)$ і теплового потоку $\vec{q}(\vec{r}_{\text{пов}}, \tau)$ на поверхні об'єкта контролю. На першому етапі використовується алгоритм фільтрації вимірної залежності.

2. Оптимальний вибір параметрів схеми чисельного розрахунку пошарового аналізу (кроків $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \tau$ і вибір алгоритму і параметра регуляризації таким чином, щоб при тестовому розрахунку $T(\vec{r}, \tau)$ бездефектної пластини не виникала нестійкість). Цей вибір залежить в основному від точності початкових даних та параметрів бездефектного ОК.

3. Розрахунок $T(\vec{r}, \tau)$ і $\vec{q}(\vec{r}, \tau)$ на межі наступного шару на основі чисельного алгоритму і вибраної схеми.

4. Перевірка на кожному кроці стійкості отриманого рішення (наприклад, додатковим розрахунком цих же функцій з вдвічі меншим кроком по x, y, z).

5. Введення поправки (додаткових диполів тепла) в точках виникнення нестійкості і повторення розрахунку цього шару.

6. При необхідності повторення пунктів 3-5 до тих пір, поки не буде отримане стійке рішення.

7. Перехід до наступного шару і повторення пунктів 3-6.

8. Після отримання повної картини просторового розподілу $\bar{P}(\vec{r}, \tau)$ отримання еквівалентного розподілу $\lambda(\vec{r})$ і $a(\vec{r})$, тобто рішення задачі томографії.

Що стосується однозначності отриманого розв'язку, то відомо, наприклад, що сферичний дефект в однорідному тепловому полі можливо, з одного боку, змодельовати розподілом еквівалентних диполів на його поверхні (ефект "поляризації"), а з іншою - точковим диполем, розміщеним в центрі джерела (рис. 3).

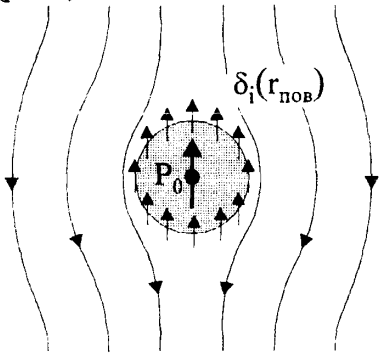


Рис. 3. Модель сферичного дефекту в однорідному тепловому полі.

Цей приклад не суперечить раніше зробленому висновку, оскільки в ньому ми маємо справу не з точковим, а з розподіленням по поверхні сфери дипольним джерелом тепла сумарної потужності P_0 . Розгляд цього випадку, аналогічний вищевказаному, приводить для похибки $T'(r, z_0)$ до задачі:

$$\begin{cases} \Delta T'(r) = 0 \\ T'(x, y, 0) = 2 \cdot P_0 \cdot f(x, y) / \lambda \\ \frac{\partial T'}{\partial z}(x, y, 0) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

У порівнянні з (8) в (12) ми замість δ -функції маємо нормовану в кінцевому інтервалі

$$\left[\begin{matrix} -x_0 < x < x_0 \\ -y_0 < y < y_0 \end{matrix} \right] \text{ функцію } f(x, y).$$

Якщо межі тіла різкі, (наприклад, $f(x, y)$ має вигляд сходинок), то ця умова завжди виконується і при розшифровці сплески починають зростати, починаючи від меж пропущеного дефекту, що підтверджується результатами чисельного експерименту

(рис. 4).

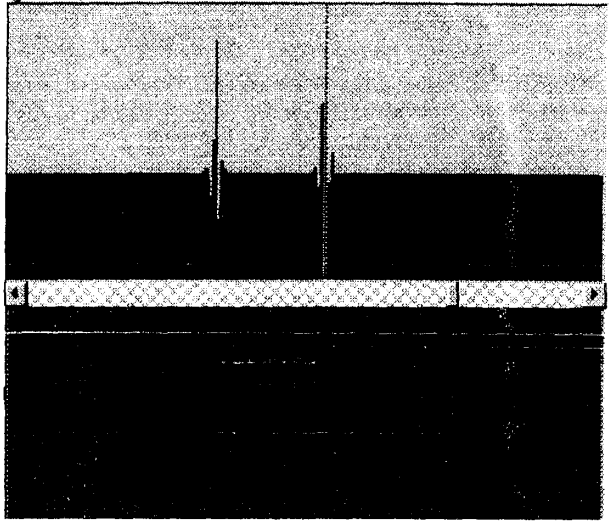


Рис. 4. Сплески $T(x, z)$ на межі протяжного дефекту.

У цьому випадку виникає і зростає пара специфічних нестійкостей і при виконанні п.5 алгоритму необхідно варіювати щільність дипольного джерела у всій області, обмеженій цією нестійкістю.

Таким чином, на відміну від існуючих методів теплової томографії запропонований алгоритм дозволяє уникнути таких недомовів, як неврахування теплофізичних параметрів матеріалу дефекту та розтікання теплового потоку в матеріалі ОК, і може вважатися найбільш універсальним. Також слід відмітити, що при рішенні задачі ТТ нестійкості, що виникають, використовуються як інформаційний параметр.

Застосуванню алгоритму на практиці можуть перешкоджати такі фактори, як:

- 1) неоднорідність теплового потоку через ОК,
- 2) викривлення поверхні ОК,
- 3) залежність теплофізичних параметрів від температури накриву.

Методам врахування цих факторів та результатам практичного використання алгоритму будуть присвячені подальші публікації.

Реалізація запропонованого алгоритму пов'язана з подоланням нестійкості розв'язку зворотної задачі теплопровідності. Боротьба з цим ефектом стандартними методами регуляризації дозволяє реалізувати алгоритм, але знижує його інформативність. Особливо істотним фактором є глибина розшифровки, яка обмежується відомим критерієм $h/l \geq 2 \dots 3$ [7]. У цей час проводяться дослідження по визначенню оптимальних параметрів практичної реалізації методу.

1. Вавилов В. П., Ахмед Т., Джин Х. Д. и др. Экспериментальная тепловая томография твердых тел при импульсном одностороннем нагреве // Дефектоскопия, 1990, № 12, С. 60-66.
2. Вавилов В. П., Иванов А. И., Малдаг К. Адаптивная тепловая томография // Дефектоскопия, 1994, № 1, С. 52-55.
3. Melnik S. I., Storozhenko V. A. Thermal Defectometry of Small Defects on Transfer Function Method Base // Abstracts of the 8-th International conference THERMO-93, Hungary, Budapest, 1993.
4. Стороженко В. А., Мельник С. И. Метод приращенных функций в тепловой дефектометрии // Дефектоскопия, 1991, № 12, С. 78-83.
5. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач - М.: Наука, 1986.
6. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Теоретическая физика, том VIII - М.: Наука, 1982.
7. Стороженко В. А., Вавилов В. П., Волчек А. Д. Неразрушающий контроль качества промышленной продукции активным тепловым методом - К.: Техника, 1988.