

## МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТОРОПОДІБНИХ ДІЛЯНОК ТРУБОПРОВОДІВ ЗА ДАНИМИ ПРО ПЕРЕМІЩЕННЯ ТОЧОК ЇХ ПОВЕРХНІ

А.П.Олійник, І.М.Гураль

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42123,  
e-mail: duol@il.if.ua

*Розглянуто модель процесу деформації тороподібної ділянки трубопроводу з урахуванням даних про переміщення точок поверхні з використанням апроксимаційних процедур та многочленів Ерміта. Проаналізовано різні способи задання переміщень: по всій ділянці і в граничних точках. Проведено тестові розрахунки, оцінено похибку результатів, запропоновано способи зменшення її впливу на розрахункові значення напружень.*

Ключові слова: напружено-деформований стан, трубопровід, многочлени Ерміта.

*Рассмотрены модели процесса деформирования торообразного участка трубопровода с учетом данных о перемещении точек поверхности с использованием аппроксимационных процедур и многочленов Эрмита. Проанализированы различные способы задания перемещений: по всему участку и в граничных точках. Проведены тестовые расчеты, оценена погрешность результатов, предложены способы уменьшения ее влияния на расчетные значения напряжений.*

Ключевые слова: напряженно деформированное состояние, трубопровод, многочлены Эрмита.

*The deformation process model for the torus-shaped pipeline section is considered taking to account the surface points displacements data. The approximation procedure and Hermite polynomials technique is used. The different kinds of displacements data definition are analyzed: throughout the section and in boundary points. The testing calculations have been made, the results error have been estimated, the methods of error influence decreasing on the calculated stresses values have been given.*

Keywords: deflected mode, pipeline, Hermite polynomials.

Задача оцінки напружено-деформованого стану (НДС) магістральних трубопроводів, які тривалий час експлуатувались в складних геокліматичних умовах, є актуальною науково-технічною проблемою, вирішення її передбачає урахування особливостей геометричної конфігурації осі трубопроводу в числі інших чинників силового впливу на трубопровід [1], її зміну в процесі експлуатації трубопроводу, що є результатом дії на трубопровід сил і моментів різної природи, кількісні характеристики і зони дії яких невідомі. Існують методики розрахунку як прямолінійних [2,3], так і криволінійних ділянок трубопроводу [4]. У той же час, за даними організацій, що займаються експлуатацією магістральних трубопроводів (Долинське лінійне виробниче управління магістральних трубопроводів (ЛВУМГ), Богородчанське ЛВУМГ), одним з визначальних чинників при оцінці НДС трубопроводів є силова взаємодія прямолінійних і криволінійних, а зокрема – тороподібних ділянок, особливо в зоні їх сполучення, оскільки взаємний вплив цих ділянок одна на одну обумовлює виникнення додаткових сил і моментів, що діють на такі ділянки. Крім того, криволінійні (тороподібні) труби мають знижену жорсткість на вигині, що обумовлює необхідність детальнішого дослідження як самих тороподібних труб, так і зон їх сполучення з прямолінійними ділянками або ділянками з великими ( $R > 900D_{Tp}$ ,  $D_{Tp}$  – діаметр труби) радіусами кривини. Вихідною інформацією при

проведенні такого роду досліджень служить величина переміщень деякої множини точок на поверхні трубопроводу.

Розглянемо тороподібну ділянку трубопроводу в зоні його сполучення з прямолінійним. Розрахунки проводяться за методикою, описано в роботах [5, 6]. Недеформований початковий стан тороподібної ділянки описується шляхом завдання радіус-вектора  $\vec{r}_0$  довільної точки ділянки в тороїдальній системі координат:

$$\vec{r}_0 = \begin{cases} x = (R_0 + r \cos \theta) \cos \varphi, & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ y = (R_0 + r \cos \theta) \sin \varphi, & \varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_1 \\ z = r \sin \theta, & R_1 \leq r \leq R_2, \end{cases} \quad (1)$$

де:  $r, \theta, \varphi$  – тороїдальні координати;  $R_1; R_2$  – внутрішній і зовнішній радіуси трубопроводу;  $\varphi_0; \varphi_1$  – кордони торовидної ділянки по куту ( $\varphi_0 = 0$ );  $R_0$  – радіус кривизни ділянки, яка для тороподібної ділянки приймається постійною. Після деформації ділянки трубопроводу радіус-вектор  $\vec{r}$  довільної його точки може бути записаний у вигляді:

$$\vec{r} = \begin{cases} x = (R_1 + \rho(r, \theta, \varphi) \cos \theta) \cos \varphi \\ y = (R_1 + \rho(r, \theta, \varphi) \cos \theta) \sin \varphi \\ z = \rho(r, \theta, \varphi) \sin \theta, \end{cases} \quad (2)$$

де:  $R_1$  – змінений радіус кривизни ділянки  $\rho(r, \theta, \varphi)$  – функція, яка характеризує зміни конфігурації перерізу ділянки.

Якщо виміри переміщень проводяться в  $N$  точках, при цьому  $N$  – достатньо велике число (при  $R_0 = 10\text{м}$ ;  $R_2 = 0,71\text{м}$   $N \geq 12$ ), то завдання визначення  $R_1$  у (2) зводиться до знаходження екстремуму функцій трьох змінних  $f(x_0; z_0; R_1)$ :

$$f(x_0; z_0; R_1) = \sum_{i=1}^N [(\tilde{x}_i - x_0)^2 + (\tilde{y}_i + Ax_0 + Bz_0 + C)^2 + (\tilde{z}_i - z_0)^2 - R_1^2]^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

де:  $\tilde{x}_i; \tilde{y}_i; \tilde{z}_i$  – відомі координати точок;  $A, B, C$  – відомі величини, що визначаються координатами контрольних крапок. Приймається припущення про те, що після деформації форма ділянки мало відрізняється від форми тора, але перерізи ділянки деформуються, приймаючи конфігурацію еліпса. При цьому залежності (2) набувають вигляду:

$$\begin{cases} x = (R^* + r \cos \theta) \cos \varphi \\ y = (R^* + r \cos \theta) \sin \varphi \\ z = K(\varphi) r \sin \theta, \end{cases} \quad (4)$$

де функція  $K(\varphi)$  характеризує еліптичність перерізу і задовольняє умовам постійності об'єму ділянки до і після деформації, а також певним граничним умовам завдання, які встановлюють незмінність форми перерізів в граничних точках і максимальну її зміну на середині ділянки:

$$K(\varphi) = \frac{4\varphi_1^*}{\varphi_1^{*3}} (\varphi - \frac{\varphi}{2})^2 - \frac{4K_1(\varphi - \varphi_1^*)\varphi}{\varphi_1^{*2}}, \quad (5)$$

де:  $[0; \varphi_1^*]$  – відрізок зміни кута тороподібності ділянки;  $K_1$  – параметр задачі. Можливі і інші способи задання  $K(\varphi)$ :

$$K(\varphi) = 1 + (K_1 - 1) \sin \frac{\varphi\pi}{\varphi_1^*}. \quad (6)$$

Використовуючи формули (1) і (4), можна визначити за стандартними залежностями [7] компоненти локальних базисів  $\tilde{\varepsilon}_i^0; \tilde{\varepsilon}_i$ ; метричних тензорів  $g_{ij}^0$  і  $g_{ij}$ ; компоненти тензорів деформацій і напружень  $\varepsilon_{ij}$  і  $\sigma_{ij}$  (з використанням моделі пружно-деформованого ізотропного або анізотропного тіла). Підставляючи отримані компоненти  $\sigma_{ij}$  тензора напружень в рівняння рівноваги в тороїдальній системі координат [7]:

$$\sum_{j=1}^3 \nabla_j \sigma^{ij} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (7)$$

отримаємо нев'язки цих рівнянь  $\delta_i(K_1)$ , мінімізуючи величину

$$R(K_1) = \sum_{i=1}^3 \delta_i^2 \rightarrow \min_{K_1} \quad (8)$$

знаходимо  $K_1^* = \arg \min_{K_1} R(K_1)$ , після чого знайдене значення  $K_1$  підставляємо в (4) і знаходимо значення  $\sigma_{ij}^*$ , які мінімізують нев'язки рівнянь рівноваги.

У тому випадку, коли за методикою [5, 6] здійснюється оцінка НДС прямолінійних ділянок або ділянок з великим радіусом кривини, а вимірювання переміщень на тороподібній ділянці проводяться лише в граничних точках ділянки, пропонується наступний підхід до оцінки НДС тороподібної ділянки:

Передбачаючи, що до деформації вісь тороподібної ділянки має форму кола, для радіус-вектора  $\vec{r}$  точки ділянки в початковий і контрольний моменти часу можна записати [5]:

$$\vec{r} = \begin{cases} x_{tp} = x - R \left( \frac{-y'(x)}{\sqrt{1+y'^2(x)}} \right) - \frac{y'(x)r \sin \varphi}{\sqrt{1+y'^2(x)}} \rho(x, r, \varphi) \\ y_{tp} = y(x) - R \frac{1}{\sqrt{1+y'^2(x)}} + \frac{\rho(x, r, \varphi) \sin \varphi}{\sqrt{1+y'^2(x)}} \\ z_{tp} = z(x) + \rho(x, r, \varphi) \cos \varphi, \end{cases} \quad (9)$$

де  $x_1 \leq x \leq x_2$ ;  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ;  $R_1 \leq r \leq R_2$ ;  $y(x)$  – функція, що описує конфігурацію осі до і після деформації:

$$y(x) = \sqrt{R^2 - x^2}, \quad (10)$$

де  $R$  – радіус кривизни осі тороподібної ділянки; після деформації:

$$y(x) = H_3(x), \quad (11)$$

де  $H_3(x)$  – многочлен Ерміта, побудований за умовами сполучення прямолінійної і тороподібної ділянок:

$$\begin{aligned} H_3(x_1) &= y_1 & H_3(x_2) &= y_2 \\ H_3'(x_1) &= y_1' & H_3'(x_2) &= y_2', \end{aligned} \quad (12)$$

де:  $(x_i; y_i), i = 1, 2$  – координати точок сполучення;  $y_i', i = 1, 2$  – тангенси кутів нахилу прямолінійних ділянок до горизонтальної осі. Отриманий таким чином многочлен Ерміта є многочленом третього степеня. Використовуючи залежності (9)–(11) визначаються компоненти тензора напружень  $\sigma_{ij}$  з врахуванням подання для функції  $\rho(x, r, \varphi)$ : до деформації:

$$\rho(x, r, \varphi) = r, \quad (13)$$

– після деформації:

$$\rho(x, r, \varphi) = (r + \delta(r, x)) \sqrt{\sin^2 \varphi + K_2^2 \cos^2 \varphi}, \quad (14)$$

$$\delta(r, x) = m(H_3''(x) - (\sqrt{R^2 - x^2})'')^2, \quad (15)$$

де величина  $K_2$  знаходиться чисельними методами шляхом вирішення рівняння:

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{K_2^2 \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi} d\varphi = \frac{2\pi R_2}{R_2 + \delta(R_2, x)} (1 + \varepsilon_y), \quad (16)$$

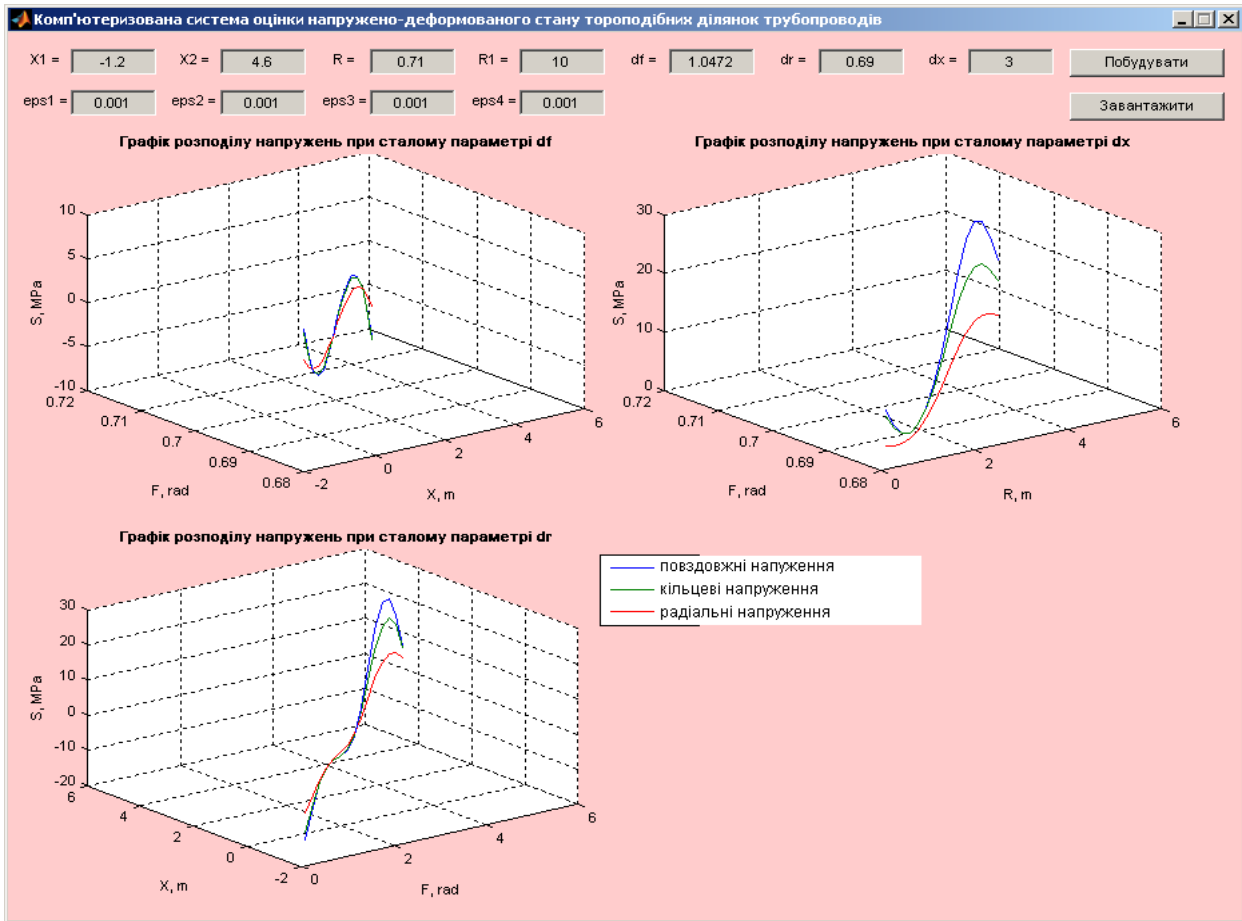


Рисунок 1 – Вікно виводу результатів розрахунку

при цьому параметри  $m$  і  $\varepsilon_y$  які описують відповідно коефіцієнт пропорційності між еліптичністю перерізу і кривиною осі, що деформується, і відносне видовження зовнішнього контуру перерізу, є параметрами оптимізації задачі визначення таких значень  $\sigma_{ij}^*$ , при яких мінімізуються нев'язки рівнянь рівноваги.

Запропоновані математичні моделі реалізовані у вигляді комплексу програм, по яких проведені тестові розрахунки для модельних і діючих ділянок (рис. 1). Вони дають змогу зробити наступні висновки:

1. При використанні  $N$  вузлових точок на поверхні тороподібної ділянки значення напружень, отримані розрахунковим шляхом, з похибкою 10 – 12% збігаються з експериментально визначеними значеннями напружень при  $N=10-12$  для магістрального трубопроводу з параметрами  $R_0 = 20 \div 40$  м;  $R_2 = 0,71$  м, а для технологічного трубопроводу – при  $N=4-6$  при  $R_0 = 1 \div 3$  м;  $R_2 = 0,15$  м.

2. Встановлено, що при малих радіусах кривини осі погрішність методу, заснованого на використанні многочленів Ерміта, зростає при фіксованому значенні діаметру трубопроводу значно швидше, ніж у тому випадку, коли переміщення задаються рівномірно вздовж осі тороподібної ділянки.

3. При розрахунку НДС за значеннями геометричних характеристик трубопроводу в граничних точках тороподібної ділянки з використанням техніки многочленів Ерміта основною проблемою є похибка при апроксимації функції вигляду (10) многочленом Ерміта. Вплив цієї похибки зменшується шляхом реалізації наступного алгоритму: використовуючи в (12) як координати  $x_i, y_i$  і  $y'_i$  значення, отримані за формулою (10), будуються поля напруги  $\sigma_{ij}^\Delta$  шляхом реалізації описаного алгоритму.

Таким чином, за значеннями  $\sigma_{ij}^*$  і  $\sigma_{ij}^\Delta$  визначається напруга:

$$\sigma_{ij}^\Sigma = \sigma_{ij}^* - \sigma_{ij}^\Delta, \quad (17)$$

у яких враховується похибка апроксимації функції вигляду  $y = \sqrt{R^2 - x^2}$  многочленом Ерміта. Набутих значень  $\sigma_{ij}^\Sigma$  з погрішністю до 15% збігаються з результатами розрахунків тестового завдання про напружений стан тороподібної ділянки під дією внутрішнього тиску [1], що свідчить про можливість використання вказаних методик для розрахунку НДС тороподібних ділянок трубопроводів і зон їх сполучення з прямолінійними.

*Література*

- 1 Айнбиндер А.Б. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость. / А.Б. Айнбиндер, А.Г. Камерштейн – М.: Недра, 1984. – 341с.
- 2 Айнбиндер А.Б. Напряженно-деформированное состояние подземного трубопровода, имеющего различные формы начального искривления. / А.Б.Айнбиндер, С.К.Гильзин // В кн. «Строительство объектов нефтяной и газовой и газовой промышленности». – ВНИИСТ, труды, вып. 35, 1997.
- 3 Бородавкин П.П. Прочность магистральных трубопроводов. / П.П. Бородавкин, А.М.Симонов – М.: Наука, 1984. – 245 с.
- 4 Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. / В.Л.Бидерман – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.
- 5 Олийнык А.П. Математическое моделирование процесса деформации и напряженного состояния трубопроводов с использованием данных геодезических наблюдений. / А.П.Олийнык // Методы и средства технической диагностики: Сб. Матер. XI Межвузовской школы-семинара «Методы и средства технической диагностики». – Ивано-Франковск, 1992 – С. 125-131
- 6 Олійник А.П. Математичне моделювання процесу деформування ділянки трубопроводу з урахуванням зміни форми перерізу / А.П.Олійник // Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. – 2004. – №3(9). – С. 153-156.
- 7 Седов Л.И. Механика сплошной среды. / Л.И.Седов. – М.: Наука, 1984. – Т. 2. – 572 с.

*Стаття постуила в редакційну колегію*

*20.10.09*

*Рекомендована до друку професором  
Мойсишиним В.М.*