УДК 622.245.23

# МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ ВЗАЄМОДІЇ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ ІЗ ГОРИЗОНТАЛЬНИМ ТА ВИКРИВЛЕНИМ СТОВБУРАМИ СВЕРДЛОВИН

### І.І.Чудик

## ІФНТУНГ, 76019, Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 45560, e-mail: chudoman@ u k r . n e t

Наводиться математична модель розрахунку сил притискання стиснутої частини бурильної колони до стінок бурильної колони на її горизонтальній і викривленій ділянках. При розробці аналітичної схеми враховано бурильні замки, як зони зміщення осі бурильної колони. Дана математична модель передбачає визначення зон та площі контакту бурильної колони і стінок свердловини в залежності від низки технікотехнологічних чинників. В даному напрямі ведуться подальші дослідження.

Приводится математическая модель расчета сил взаимодействия сжатой части бурильной колонны со стенками бурильной колонны на горизонтальном и искривленном участках. При разработке аналитической схемы во внимание принято бурильные замки, как зоны смещения оси бурильной колонны. Даная математическая модель предусматривает расчет зон и площади контакта бурильной колонны со стенками скважины в зависимости от множества технико-технологических факторов. В данном направлении ведутся дальнейшие исследования

In this publication there is the way of researching and calculating of the low part of the drill column, where the curvature of its part at the upper point of contacting with the side of hole is taken into account. The mathematical model shows the supporting structure and non-supporting ones of the drill column. The researches of these continue even now.

Осьове переміщення бурильної колони (БК) у стовбурі свердловини та навантаження на долото забезпечуються повздовжньою складовою її ваги. З теоретичних і експериментальних досліджень [1 і ін.] відомо, що із збільшенням зенітного кута ствола виробки зростають сили тертя, й було встановлено, що максимальне його значення, при якому БК у свердловині за рахунок повздовжньої складової власної ваги має можливість осьового переміщення, не перевищує 70°. Тому для буріння з максимальною ефективністю при таких умовах необхідно використовувати спеціальну техніку та технологію. Під дією осьових і поперечних сил пружна вісь БК в стовбурі свердловини відхиляється від прямолінійної форми. Передача осьового навантаження на долото ускладнюється великими силами опору в стовбурі свердловини з зенітним кутом, більшим 70° [1]. Тому ОБТ при бурінні ГС встановлюються у вертикальній або похилій (з невеликим зенітним кутом) ділянках свердловини і застосовується роторний спосіб буріння в поєднанні з вибійним двигуном, що суттєво зменшує сили тертя. При цьому умови роботи стиснутої під час обертання БК сильно ускладнюються, внаслідок значних деформацій згину, кручення та сил опору, які призводять до необхідності збільшення крутного моменту на роторі і перевитрат енергії при цьому.

Обертання БК у прямолінійному стовбурі свердловини з великим зенітним кутом на сьогодні недостатньо вивчено. Існуючі математичні моделі є спрощені і не враховують низку техніко-технологічних чинників і їх вплив на поведінку трубної системи в умовах обмеженого простору. Зазначені обставини набули актуального характеру і зумовили поглиблення наукових досліджень за даним напрямком.

Для вдосконалення відомих математичних моделей БК [1, 2 і ін.] враховуємо радіальний зазор в місцях розташування бурильних замків, як чинник зміни її форм стійкої рівноваги і проведемо подальші дослідження, згідно прийнятої розрахункової схеми (рис. 1).

При цьому вважається, що:

- згин БК відбувається у вертикальній площині;

 стінки свердловини не деформуються і є прямолінійними;

- відцентрові сили відсутні внаслідок низьких швидкостей обертання БК при роторному бурінні та великих зенітних кутах;

- замки БК розглядаються як точкові опори, що контактують із нижньою стінкою свердловини і не зношуються;

- у місцях контакту БК із стінкою свердловини враховуються сили тертя і адгезії.

Згідно з р. 1: *L<sub>i</sub>, q* – довжина і вага погонного метра бурильної труби;

*R<sub>i</sub>* – сила притискання бурильного замка до стінки свердловини;

*P* – осьова стискаюча сила, яка діє на БК;

*r* – радіальний зазор між бурильним замком і тілом труби.

$$r = \frac{D_{E3} - d_{ET}}{2},\tag{1}$$

де  $D_{53}$ ,  $d_{57}$  – зовнішні діаметри бурильного замка і бурильної труби.



Рисунок 1 – Розрахункова схема БК у горизонтальному стовбурі свердловини

Аналітичне дослідження сил притискання елементів БК до стінок прямолінійної ділянки свердловини зводиться до розрахунку плоскої задачі на основі методу диференційних рівнянь її пружної осі при відповідних граничних умовах [3]. Згідно наведеної розрахункової схеми (р. 1), отримаємо рівняння, де для ділянки OO<sub>1</sub> - n = 1; для O<sub>1</sub>O<sub>2</sub> - n = 2; для O<sub>2</sub>O<sub>3</sub> - n = 3; для O<sub>3</sub>O<sub>4</sub> n = 4; для O<sub>4</sub>O<sub>5</sub> - n = 5.

$$EI_n \frac{d^2 y_n}{dx_n^2} = -[P - (n-1)qL\cos(\alpha)]y_n(x_n) + \frac{n-1}{n} \sum_{n=2}^{n-2} \frac{n-2}{n}$$

$$+Q(x_n + \sum_{i=1}^{n-1} L_i) - R_1(x_n + \sum_{i=1}^{n-2} L_i) -$$
(2)

$$-R_{2} \begin{pmatrix} n \ge 3 & n-3 \\ x_{n} + \sum_{i=1}^{n-3} L_{i} \end{pmatrix} - R_{3} \begin{pmatrix} n \ge 4 & n-4 \\ x_{n} + \sum_{i=1}^{n-2} L_{i} \end{pmatrix} - R_{4} \begin{pmatrix} n \ge 5 & n-5 \\ x_{n} + \sum_{i=1}^{n-5} L_{i} \end{pmatrix} + q \begin{bmatrix} (n-1)L \begin{bmatrix} n-1 \\ 2 \\ L + x_{n} \end{bmatrix} + \frac{x_{n}^{2}}{2} \end{bmatrix} \sin(\alpha) .$$

Проінтегрувавши двічі рівняння (2), отримуємо функції прогинів осі БК:

$$y_{n}(x_{n}) = A_{1n} \sin(k_{n}x_{n}) + A_{2n} \cos(k_{n}x_{n}) + + \frac{Q(x_{n} + \sum_{i=1}^{n-1} L_{i}) - R_{1}(x_{n} + \sum_{i=1}^{n-2} L_{i}) - R_{2} \binom{n \ge 3}{x_{n} + \sum_{i=1}^{n-3} L_{i}}}{P - (n-1)qL\cos(\alpha)} + + \begin{cases} \frac{-R_{3}(x_{n} + \sum_{i=1}^{n-4} L_{i}) - R_{4}(x_{n} + \sum_{i=1}^{n-5} L_{i})}{P - (n-1)qL\cos(\alpha)} + \end{cases}$$
(3)

$$+ q \left[ (n-1)L \left[ \frac{n-1}{2}L + x_n \right] + \frac{x_n^2}{2} - \frac{1}{k_n^2} \right] \sin(\alpha) \right] \times \\ \times \left\{ P - (n-1)qL\cos(\alpha) \right\}^{-1}.$$

Функції зміни кутів повороту по довжині БК:  $y_n^{I}(x_n) = k_n [A_{1n} \cos(k_n x_n) - A_{2n} \sin(k_n x_n)] + \frac{Q - \sum_{i=1}^{n-1} R_i + q((n-1)L + x_n) \sin(\alpha)}{P - (n-1)qL \cos(\alpha)}.$ (4) Функції зміни згинаючих моментів по довжині БК:

$$M_{n}(x_{n}) = \left[k_{n}^{2}\left[-A_{1n}\sin(k_{n}x_{n}) - A_{2n}\cos(k_{n}x_{n})\right] + \frac{q\sin(\alpha)}{P - (n-1)qL\cos(\alpha)}\right]EI_{n},$$
 (5)

де: *А<sub>in</sub>* – сталі інтегрування;

 $EI_i$  – жорсткість на згин БК;

 $\alpha$  – зенітний кут нахилу осі свердловини;

 $k_n$  – розрахунковий коефіцієнт [3].

Взаємодія БК із стінкою свердловини описується такими граничними умовами:

при  $x_1=0 \to y_1(0)=0;$ при  $x_1=L$  і  $x_2=0 \to y_1(L_1)=r$ ,  $y_2(0)=r$  та  $y_1(L_1)=y_2(0);$ при  $x_2=L_2$  і  $x_3=0 \to y_2(L_2)=r$ ,  $y_3(0)=r$  та  $y_2(L_2)=y_3(0);$ при  $x_3=L_3$  і  $x_4=0 \to y_3(L_3)=r$ ,  $y_4(0)=r$  та  $y_3(L_3)=y_4(0);$ при  $x_4=L_4$  і  $x_5=0 \to y_4(L_4)=r$ ,  $y_5(0)=r$  та  $y_4(L_4)=y_5(0);$ при  $x_5=L_5 \to y_5(L_5)=r$ ,  $y_5'(L_5)=0$ ,  $y_5''(L_5)=0$ . Эсличо з нареденными гранинными умовами

Згідно з наведеними граничними умовами, отримуємо систему рівнянь:

$$y_{1}(0) = 0; y_{1}'(L_{1}) = y_{2}'(0); y_{1}(L_{1}) = r;$$
  

$$y_{2}(0) = r; y_{2}'(L_{2}) = y_{3}'(0); y_{2}(L_{2}) = r;$$
  

$$y_{3}(0) = r; y_{3}'(L_{3}) = y_{4}'(0); y_{3}(L_{3}) = r;$$
  

$$y_{4}(0) = r; y_{4}'(L_{4}) = y_{5}'(0); y_{5}(0) = r;$$
  

$$y_{4}(L_{4}) = r; y_{5}'(L_{5}) = 0; y_{5}(L_{5}) = r;$$
  

$$y_{5}''(L_{5}) = 0.$$
(6)

У результаті розв'язку з системи рівнянь (6) визначаються сили Q і  $R_i$  та постійні інтегрування  $A_i$ , прогини пружної осі БК (3), що дозволяє визначити момент контактування тіла труби між замками зі стінкою свердловини. Для підвищення точності даного методу розрахунку при визначенні сил притискання бурильних замків до стінок свердловини розглядаються лише величини  $R_2$  і  $R_3$  (рис. 1), з вибраної окремо частини схеми (виділена овалом), що дозволяє врахувати вплив правої і лівої частин БК (від тієї, яка розглядається), не моделюючи їх граничними умовами, на відміну від [1, 2].

Діаметр	Матеріал	Замкове з'єднання		Бурильна труба	
БК, мм	труб	Тип	Діаметр, мм	Маса 1 м туби, кг/м	Жорсткість на згин, кНм <sup>2</sup>
89		ЗУ – 120	120	21,2	439
101.6	Сталь	3У – 146	146	22,4	641
114.3		ЗУ – 155	155	25,7	944
114.3	Д16	3Л – 140	140	11,0	321

Таблиця 1 — Параметри бурильних труб











Рисунок 3 – Уточнені розрахункові схеми БК у горизонтальному стовбурі свердловини

З метою кількісної та якісної оцінки впливу на статичні форми рівноваги БК за вищенаведеною методикою проведемо розрахунок, згідно наступних вихідних даних (табл. 1).

Окрім того, густина бурового розчину  $\rho_{EP} = 1200 \, \text{кг/m}^3$ , зенітний кут  $\alpha = 90^\circ$ 

В результаті проведених досліджень за наведеною методикою встановлено, що:

1. Чим більші осьове стискаюче навантаження на БК та вага її погонного метра, менший радіальний зазор між діаметром замка і тілом труби, жорсткість на згин колони, тим імовірнішим є провисання ділянки між замками і поява зони її контакту із стінкою свердловини (рис. 2.)

2. БК у прямолінійній ділянці ПСС і ГС при певних техніко-технологічних умовах контактує із стінкою свердловини не лише по замках, а і по тілу труби у міру зростання осьового навантаження на долото, поперечної складової ваги БК, величини  $\alpha$  та зменшення значень r i EI .

3. СБТ-89 згідно з рис. 2. а), при осьовому стискаючому навантаженні (від 0 до 20 кН) контактує тілом труби (між замками) із стінками свердловини, що обумовлено малими значеннями жорсткості на згин EI і радіального зазору Г, великою вагою q. СБТ-101 та СБТ-114.3 мм характеризуються більшою стійкістю до змін осьового стискаючого навантаження. Так для СБТ-101.3 при Р=(1 – 60) кН (рис. 2, б) та для СБТ-114.3 від Р=(10 – 130) кН (рис. 2, в) і для ЛТБ-114.3 при Р=(5 – 30) кН (рис. 2, г) БК контактує із стінкою ГС лише поверхнями бурильних замків.

Опираючись на значення прогину БК по відношенню до осі ОХ, визначається момент можливого контакту тіла труб із стінкою свердловини і перехід до наступного етапу розрахунку, який зводиться до визначення сил притискання, згідно з розрахунковими схемами

(рис. 3), для яких при  $OO_{11}$  - n = 1; при  $O_{11}O_{21}$  - n = 2; при  $O_{21}O_{31}$  - n = 3; при  $O_{31}O_{41}$  n = 4. Реалізація математичної моделі проводиться аналогічно з використанням методу диференційних рівнянь (12)-(15) та таких граничних YMOB:

при  $x_1 = 0 \rightarrow y_1(0) = 0;$ при  $x_1 = L_1$  i  $x_2 = 0 \rightarrow y_1(L_1) = r, y_2(0) = r$  та  $y_1(L_1) = y_2(0);$ 

при  $x_2 = L_2$  i  $x_3 = 0 \rightarrow y_2(L_2) = 0, y_3(0) = 0$  та  $y_2(L_2) = y_3(0);$ 

при  $x_3 = L_3$  *i*  $x_4 = 0 \rightarrow y_3(L_3) = r$ ,  $y_4(0) = r$  та  $y_3(L_3) = y_4(0);$ 

при  $x_4 = L_3 \rightarrow y_4(L_3) = r$ , ,  $y_4'(L_3) = 0$ ,  $y_4''(L_3) = 0$ .

Згідно з наведеними граничними умовами, також отримуємо систему рівнянь:

$$y_{1}(0) = 0; y_{1}'(L_{1}) = y_{2}'(0); y_{1}(L_{1}) = r$$

$$y_{2}(0) = r; y_{2}'(L_{2}) = y_{3}'(0); y_{2}(L_{2}) = r$$

$$y_{3}(0) = r; y_{3}'(L_{3}) = y_{4}'(0); y_{3}(L_{3}) = 0$$
(7)

 $y_4(0) = 0; y_4(L_4) = r; y'_4(L_4) = 0; y''_4(L_4) = 0$ 

Сила тертя труб об стінки свердловини обумовлена власною вагою елементів БК, їх конструктивними параметрами, пружністю на згин і площею контактування БК із стінками гірничої виробки та фільтраційною кіркою [4].

$$F_{O\Pi} = \left(\mu_{mep}\left[\left|Q\right| + \sum_{i=1}^{n} \left|R_{i}\right|\right] + SA\right), \quad (8)$$

де:  $\mu_{mep}$  – коефіцієнт тертя металу труб об стінку свердловини чи обсадну колону;

S – площа взаємодії поверхні труби із стінкою свердловини і ФК на ній;

*А* – показник міцності фільтраційної кірки при зсуві, [4].

На основі досліджень [5], S визначається за такою формулою:



Рисунок 4 – Розрахункова схема БК у викривленому стовбурі свердловини

$$S = S_1 + S_2,$$
 (9)

де  $S_1$  і  $S_2$  – площі контакту бурильної труби по тілу і замках із стінками свердловини та фільтраційною кіркою.

$$S_{1} = 4 \int_{0}^{a} dx \int_{0}^{b \cdot \sqrt{1 - \frac{x^{2}}{a^{2}}}} \sqrt{1 + \frac{c^{2} \left[ \frac{x^{2}}{a^{4}} + \frac{y^{2}}{b^{4}} \right]}{\left[ 1 - \frac{x^{2}}{a^{2}} - \frac{y^{2}}{b^{2}} \right]}} dy, \quad (10)$$

де *a*, *b*, *c* –окремі геометричні параметри, що характеризують поверхню контакту тіла БК із фільтраційною кіркою [5], які визначаються.

$$a = \sqrt{\frac{d_{BT}}{4}^{2} - (\frac{d_{BT}}{2} - t_{\kappa})^{2}}, \qquad (11)$$

$$b = \sqrt{R_{\Pi X}^{2} - (R_{\Pi X} - t_{\kappa})^{2}}, \qquad (12)$$

де: t<sub>к</sub> – товщина фільтраційної кірки;

*R<sub>ПХ</sub>* – радіус вигину тіла бурильної труби між замками.

$$R_{\Pi X} = \frac{EI_n}{M_n(L_n)}.$$
 (13)

$$S_2 = L_{3AM} \cdot L_K \,, \tag{14}$$

де: L<sub>3AM</sub> – довжина бурильного замка;

*L<sub>K</sub>* – довжина контакту поверхні бурильного замка із стінкою свердловини [5].

При бурінні для створення осьового навантаження на долото та сил проштовхування БК в ПСС і ГС ОБТ встановлюють переважно у вертикальній частині ствола. При цьому під дію великих осьових сил стиску частина БК попадаю у ділянку набору чи спаду зенітного кута, яка укомплектована звичайними трубами. Під дією осьових стискаючих і поперечних сил, а також згинального моменту зумовлено кривизною стовбура свердловини БК набуває нових, відмінних від умов прямолінійної ділянки виробки, форм стійкої рівноваги, які характеризуються великими силами притискання її елементів до стінок обмежуючого простору.

Для реалізації даної математичної моделі розглянемо БК у викривленому стовбурі свердловини, яка знаходиться під дією осьової стискаючої сили, власної ваги та виштовхувальної сили Архімеда. На рис. 4 зображено прийняту для дослідження наступну розрахункову схему.

$$r_X = \frac{D_{E3} - d_{ET}}{2} + \Delta_{BUK},$$
(15)

де  $\Delta_{_{guk}}$  – додатковий радіальний зазор, внаслідок викривлення стовбура свердловини.

$$\Delta_{BUK} = R_{CB} - \sqrt{R_{CB}^2 - L_1^2} , \qquad (16)$$

де  $R_{CB}$  – радіус викривлення стовбура свердловини.

Аналітичне дослідження сил притискання БК до стінок викривленої ділянки свердловини, зводиться аналогічно як і в попередньому випадку, до розрахунку плоскої задачі на основі методу диференційних рівнянь пружної осі колони при відповідних граничних умовах. Згідно з (р. 7) отримаємо рівняння:

$$EI_{n} \frac{d^{2} y_{n}}{dx_{n}^{2}} = -[P - (n - 1)qL\cos(\alpha)]y_{n}(x_{n}) + Q(x_{n} + \sum_{i=1}^{n-1} L_{i}) - R_{1}(x_{n} + \sum_{i=1}^{n-2} L_{i}) + (17) + q\left[(n - 1)L\left[\frac{n - 1}{2}L + x_{n}\right] + \frac{x_{n}^{2}}{2}\right]\sin(\alpha).$$

Проінтегрувавши двічі рівняння (17), отримуємо функцію прогинів осі БК:

$$y_n(x_n) = A_{1n} \sin(k_n x_n) + A_{2n} \cos(k_n x_n) +$$

$$+\frac{Q(x_n + \sum_{i=1}^{n-1} L_i) - R_1(x_n + \sum_{i=1}^{n\geq 2} L_i)}{P - (n-1) \cdot qL\cos(\alpha)} +$$
(18)

$$+\frac{q\left[(n-1)L\left[\frac{n-1}{2}\cdot L+x_n\right]+\frac{x_n^2}{2}-\frac{1}{k_n^2}\right]\sin(\alpha)}{P-(n-1)qL\cos(\alpha)}.$$

Функція кутів повороту осі БК:

$$y_n^{I}(x_n) = k_n [A_{1n} \cos(k_n x_n) - A_{2n} \sin(k_n x_n)] + \frac{Q - (n-1)R_1 + q((n-1)L + x_n)\sin(\alpha)}{P - (n-1)qL\cos(\alpha)}.$$
(19)

Функція згинальних моментів по тілу БК записуються аналогічно (5).

Взаємодія БК із нижньою стінкою горизонтальної свердловини характеризується такими граничними умовами: при  $x_1 = 0 \rightarrow y_1(0) = 0, y_1^I(0) = \beta;$ 

при  $x_1 = L_1$  i  $x_2 = 0 \rightarrow y_1(L_1) = r_X, y_2(0) = r_X$  та  $y_1'(L_1) = y_2'(0).$ при  $x_2 = L_2 \rightarrow y_2(L_2) = 0, y_2'(L_2) = \beta,$  $y_2''(L_2) = 1/R_{CB}.$ 

де  $\beta$  – кут між осями БК та ОХ.

Згідно з наведеними граничними умовами, отримуємо систему нелінійних рівнянь в результаті розрахунку якої отримуємо Q,  $R_I$  та постійні інтегрування  $A_i$ .

$$y_{1}(0) = 0; y_{1}^{\prime}(L_{1}) = \beta; y_{1}^{\prime}(L_{1}) = y_{2}^{\prime}(0);$$
  

$$y_{1}(L_{1}) = r_{X}; y_{2}(L_{1}) = r_{X}; y_{2}^{\prime\prime}(L_{2}) = 0;$$
  

$$y_{2}(L_{2}) = 0; y_{2}^{\prime}(L_{2}) = \beta.$$
(20)

Як і для прямолінійної ділянки свердловини згідно з рис. 4, контактування бурильної труби відбувається по циліндричній її еліпсоїдній поверхні, площа якої визначається за залежностями (9)-(12), окрім *b*, яке згідно з новою розрахунковою схемою виражається:

$$b = \frac{\pi R_{\Pi X}}{180} \arccos \left[ \frac{R_{\Pi X} - t_{\kappa} - \Delta_{GU\kappa}}{R_{\Pi X}} \right].$$
(21)

#### Висновки

1. Запропонована математична модель розрахунку статичної рівноваги БК в стовбурі горизонтальної і викривленої ділянок свердловини враховує: бурильний замок в якості опори, контактування БК із стінками свердловини по замках і тілу труби, тертя БК із стінкою свердловини при умові адгезійного прилипання до ФК.

2. За допомогою запропонованої математичної моделі розрахунку стиснутої БК в стовбурі горизонтальної і викривленої ділянок свердловини визначаються: характер взаємодії елементів колони (замки, тіло колони) із стінками свердловини; площі контактування БК із стінками свердловини і ФК; сили притискання БК до стінок свердловини; сили тертя БК при обертанні та осьовому переміщенні.

#### Література

1 Глушич В.Г. Разработка технологии предупреждения пространственного изгиба бурильной колонны при бурении горизонтальных скважин (на примере месторождений газа Черного и Азовского морей. Автореф. дис. канд. техн. наук / Глушич В.Г. – М., 2002. – 23 с.

2 Напружено-деформований стан бурильної колони у свердловинах, ускладнених виробками / Івасів В. М., Рачкевич Р. В., Яворський М. М., Козлов А. В. // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2004. – № 4(13). – С. 113-116.

3 Вплив кривизни стовбура свердловини на статичні форми рівноваги неорієнтованих КНБК/ Чудик І.І., Козлов А.А // Науковий вісник. – 2006. – №1(13).–С. 50-54.

4 Исследование влияния фильтрации бурового раствора и свойств жидкостей, используемых в качестве ванны на характер взаимодействия колонны труб в глинистой корке / Зейналов И.Э.// Изв. ВУЗоВ Нефть и газ. – 1991. – №8. – С.46-51.

5 Розрахунок контактних зон бурильних труб зі стінками свердловини і фільтраційною кіркою / Чудик І.І., Буй В.В. // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2007. – № 4(25). – С.84-88.

#### Стаття поступила в редакційну колегію 22.01.09

Рекомендована до друку професором Коцкуличем Я.С.