

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ З'ЄДНАННЯ «КОРПУС (ШАРОШКА) – ТВЕРДОСПЛАВНА ВСТАВКА» КОНТАКТОМ ДВОХ ГЛАДКИХ ЦИЛІНДРІВ

¹В.А.Корнута, ²Т.М.Даляк

¹ІФНТУНГ, 76019, Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 45369,
e-mail: ikg@nimg.edu.ua

²Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України,
Івано-Франківський відділ, 76000, м. Івано-Франківськ, вул. Микитинецька, 3а

Роботу присвячено аналітичному та числовому моделюванню з'єднання “зубець - шарошка” в посадці з натягом. Аналітичні розв'язки отримано у вигляді функціональної залежності напружень від натягу. Числові розв'язки знайдено з використанням методу скінченних елементів. Проведено порівняльне оцінювання аналітичного та числового розв'язків осесиметричних задач взаємодії товстостінних циліндрів для різних крайових умов.

Стаття посвячена решению осесимметричных задач, с помощью которых аналитически и численно моделировалось соединение «зубок-шарошка» в посадке с натягом. Аналитические решения получены в виде функциональной зависимости напряжений от натяга. Численные решения найдены с использованием метода конечных элементов. Приведена сравнительная оценка аналитического и численного решения осесимметричных задач взаимодействия толстостенных цилиндров для разных крайевых условий.

This article is devoted the axis-symmetric problem solution using analytical and numerical models of pressure coupling «compacts-roller» in tungsten carbide insert rolling cutter. Analytical solution is obtained in the form of stress functional dependence on oversize. The finite element method is utilized to receive numerical solution. Analytical and numerical solution results of the thick cylinder interaction axis-symmetric problem are compared for different boundary conditions.

У роботі [1] наведено огляд та аналіз сучасних підходів до моделювання / проектування з'єднання з натягом “твердосплавний зубець – шарошка бурового долота”. Зокрема вказано на не вирішену проблему вибору геометричних параметрів, що характеризують з'єднання, за яких випадання / сколювання зубців мінімальне; дослідники наводять різні, іноді суперечливі, результати моделювання контакту двох циліндричних тіл. Таким чином, залишається актуальною проблема розвитку моделей роботи з'єднання.

Станом на сьогодні проектування конструкції з'єднань з натягом виконують на основі отриманого вперше Г. Ляме розв'язку задачі в напруженнях про стан товстостінного циліндра під впливом зовнішнього та внутрішнього тисків [2, 3, 4]. Дещо інші підходи до розрахунку з'єднань з натягом описано у роботі М.И. Теплового [5]. У переважній більшості відомих робіт, зокрема і у згаданих вище, на межі контакту вводиться невідомий “контактний тиск”. Такий прийом є зручним при аналізі з'єднань з натягом, коли граничні умови для поверхонь, які не є поверхнями контакту, тіл з'єднання задано у напруженнях. Якщо для тіл з'єднання задається не тиск (напр., у разі дії на внутрішню або зовнішню поверхню газу або рідини під тиском), а переміщення (зокрема, коли внутрішній циліндр суцільний, а зовнішній моделюється простором з отвором), то зручно аналізувати розв'язки в переміщеннях.

Розглянемо задачу для складеного з натягом двокомпонентного нескінченного циліндра (рис. 1). Отже, маємо дві області $\Omega_1 = [0, r_1)$, $\Omega_2 = (r_1, r_2)$, спряжені поверхнею $r = r_1$. Матеріали ізотропні з пружними сталими E_i, μ_i при $r \in \Omega_i$, $i = 1, 2$. На поверхні спряження $r = r_1$ задано радіальний натяг δ_{12} . Необхідно знайти напруження та переміщення у двокомпонентному циліндрі.

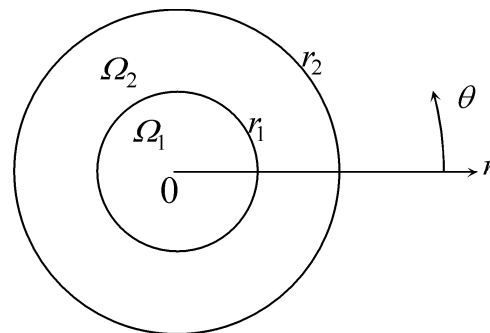


Рисунок 1 – Складений двокомпонентний циліндр

Поставлена задача – осесиметрична. Розв'язок такої задачі в переміщеннях шукаємо [4]:

за диференційними рівняннями рівноваги:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ru_i) \right) = 0, \quad r \in \Omega_i, \quad i = 1, 2; \quad (1)$$

за законом Гука для плоского напруженого стану:

$$\sigma_{rr_i} = \frac{E_i}{1-\mu_i^2} \left(\frac{du_i}{dr} + \frac{\mu_i u_i}{r} \right), \quad r \in \Omega_i, \quad i = 1, 2; \quad (2)$$

$$\sigma_{\theta\theta_i} = \frac{E_i}{1-\mu_i^2} \left(\frac{u_i}{r} + \frac{\mu_i du_i}{dr} \right), \quad r \in \Omega_i, \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

де шукана функція $u_i = u_i(r)$ – відповідає радіальні переміщення. Відповідно до [2, 4] приймаємо $\sigma_{zz} = 0$.

Крайові умови задаємо (на відміну від [2, 3, 4]) без використання “контактного тиску”. Вважаємо, що область Ω_2 – півпростір, тобто $r_2 = \infty$:

$$u_1|_{r=0} = 0, \quad u_1|_{r=r_1} = -\Delta_1; \quad (4)$$

$$u_2|_{r=r_1} = \Delta_2, \quad u_2|_{r=r_2=\infty} = 0; \quad (5)$$

$$u_2|_{r=r_1} - u_1|_{r=r_1} = \delta_{12}; \quad (6)$$

$$\sigma_{rr_2}|_{r=r_1} - \sigma_{rr_1}|_{r=r_1} = 0. \quad (7)$$

Для спрощення викладення та інтерпретації результатів назвемо тіло, обмежене охоплюваною поверхнею, що займає область Ω_1 , “валом”, а тіло, обмежене охоплюючою поверхнею, що займає область Ω_2 , “отвором” – при $r_2 = \infty$ та “втулкою” – при скінченному r_2 , що відповідає визначенням [6]. Для задавання граничних умов використано такі позначення та припущення: 1) радіуси до деформації поверхонь вала та отвору / втулки позначимо великими буквами з відповідними індексами. Оскільки область Ω_2 – двозв’язна, то менший радіус позначимо ще одним індексом “1”, а більший радіус – “2”: R_{12} , R_{21} , R_{22} ; 2) після з’єднання тіла деформуються і, відповідно, охоплювана та охоплююча поверхні радіусів R_{12} і R_{21} набувають однакової величини R_c ; 3) $R_{12} - \Delta_1 = R_{21} + \Delta_2 = R_c$; 4) оскільки розглядаємо пружну задачу і δ_{12} – мале відносно радіусів меж областей, за радіус контакту r_1 (це не є точний радіус контакту R_c) можна прийняти довільно один з двох радіусів R_{12} або R_{21} ; 4) сума переміщень поверхонь тіл рівна геометричному натягу: $\Delta_1 + \Delta_2 = \delta_{12}$.

З урахуванням прийнятих граничних умов (4) та (5) розв’язок рівняння (1) набуде вигляду (8) для вала та (9) для отвору:

$$u_1(r) = -\frac{\Delta_1 r}{r_1}, \quad (8)$$

$$u_2(r) = \frac{\Delta_2 r_1}{r}. \quad (9)$$

З урахуванням розв’язків (8) і (9) напруження (2), (3) для вала та отвору набудуть вигляду (10) і (11), відповідно:

$$\sigma_{rr_1}(r) = \sigma_{\theta\theta_1}(r) = -\frac{E_1}{1-\mu_1} \frac{\Delta_1}{r_1}; \quad (10)$$

$$\sigma_{rr_2}(r) = -\frac{E_2}{1+\mu_2} \frac{\Delta_2 r_1}{r^2},$$

$$\sigma_{\theta\theta_2}(r) = \frac{E_2}{1+\mu_2} \frac{\Delta_2 r_1}{r^2}. \quad (11)$$

Невідомі переміщення Δ_1, Δ_2 знайдемо з умов (6) та (7):

$$\Delta_1 = \frac{(1-\mu_1)E_2}{(1-\mu_1)E_2 + E_1(1+\mu_2)} \delta_{12}; \quad (12)$$

$$\Delta_2 = \frac{(1+\mu_2)E_1}{(1-\mu_1)E_2 + E_1(1+\mu_2)} \delta_{12}.$$

Таким чином, отримано замкнений розв’язок для поставленої задачі із змішаними крайовими умовами (4) – (7). Перевагою такого розв’язку відносно класичного [3] з крайовими умовами в напруженнях є відсутність необхідності введення штучного поняття “контактний тиск”.

Отриманий з прийнятими припущеннями розв’язок свідчить, що переміщення на границі контакту не залежать від радіуса границі, а визначаються лише алгебраїчною комбінацією властивостей матеріалів та геометричним натягом. Отже, деяка довільність вибору r_1 як радіуса контакту не вносить похибки у формулу (12) розв’язку крайової задачі (1) – (7). Дійсний радіус контакту R_c легко знаходиться із знайдених переміщень Δ_1 та Δ_2 і відомих початкових радіусів поверхонь R_{12} і R_{21} . Таким чином, отриманий розв’язок відповідає відомим, наведеним наприклад, у [3, 4].

Варто зауважити таке: в роботі [7] наводиться отриманий на основі розв’язку Ляме з використанням “контактного тиску” розв’язок задачі з опису напруженого стану деталей з’єднання “зубець – шарошка”. Формула для розрахунку напружень від натягу співпадає з отриманою нами для радіуса $r = r_1$, якщо прийняти $N = 2\delta_{12}$. Таким чином, можна стверджувати, що автори [7] використовували граничні умови на нескінченності для плоскої задачі.

Нами отримано розв’язок осесиметричної задачі контакту суцільного тіла та простору з отвором із змішаними граничними умовами. Але, враховуючи складну геометрію шарошок та порівняно невеликі їх розміри відносно з’єднання, необхідно розв’язати задачі з іншими граничними умовами.

Розглянемо задачу з $r_2 = R_{22}$, подібну на ще одну традиційну, вперше описану в роботах Гадоліна, у постановці, наведеній в [3]. Граничні умови співпадатимуть з умовами (4) – (7) за винятком того, що в умові (5) замість $u(r)|_{r=r_2=\infty} = 0$ приймемо, як і у [3, 4]:

$$\sigma_{rr_2}(r) \Big|_{r=r_2=R_{22}} = 0. \quad (13)$$

Для вала розв'язок рівняння (1) не зміниться, оскільки граничні умови (4) не змінились. Для втулки розв'язок рівняння (1) з урахуванням зміни (13) граничних умов (5):

$$u_2(r) = \frac{r^2(1-\mu_2) + r_2^2(1+\mu_2)r_1}{r_1^2(1-\mu_2) + r_2^2(1+\mu_2)r} \Delta_2. \quad (14)$$

Отже, ми отримали вирази для радіальних переміщень точок обох тіл, як і у виразах (8) та (9) для попередньої задачі.

Напруження для вала не змінюються, як і переміщення, і обчислюються за формулою (10). Напруження у втулці будуть:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr_2}(r) &= -\frac{(r_2^2 - r^2)E_2}{(1+\mu_2)r_2^2 + (1-\mu_2)r_1^2} \frac{\Delta_2 r_1}{r^2}, \\ \sigma_{\theta\theta_2}(r) &= \frac{(r_2^2 + r^2)E_2}{(1+\mu_2)r_2^2 + (1-\mu_2)r_1^2} \frac{\Delta_2 r_1}{r^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Переміщення Δ_1 і Δ_2 :

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \left\{ (1-\mu_1)(r_2^2 - r_1^2)E_2 \right\} \times \\ &\times \left\{ E_1(1+\mu_2) + (1-\mu_1)E_2 \right\} r_2^2 + \\ &+ \left\{ E_1(1-\mu_2) - (1-\mu_1)E_2 \right\} r_1^2 \Big\}^{-1} \delta_{12}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \left\{ (1+\mu_2)r_2^2 + (1-\mu_2)r_1^2 \right\} E_1 \times \\ &\times \left\{ E_1(1+\mu_2) + (1-\mu_1)E_2 \right\} r_2^2 + \\ &+ \left\{ E_1(1-\mu_2) - (1-\mu_1)E_2 \right\} r_1^2 \Big\}^{-1} \delta_{12}. \end{aligned}$$

Таким чином, отриманий із зміненими граничними умовами розв'язок для знаходження переміщень Δ_1 , Δ_2 та відповідних напружень показує, що переміщення на границі контакту залежать від радіуса контакту а також від значень внутрішнього та зовнішнього радіусів втулки, і не визначаються лише алгебраїчною комбінацією властивостей матеріалів та геометричним натягом.

Також очевидно, що радіальні та колові напруження відрізнятимуться не лише за знаком, але й за абсолютною величиною. Абсолютне значення $\sigma_{\theta\theta_2}$ буде більшим, ніж σ_{rr_2} у всіх точках зовнішнього тіла. Такі результати відповідають відомим результатам Гадоліна та ін., наведеним, наприклад, у [3].

Підстановка числових значень, наближених до реальних конструкцій з'єднання "твердосплавна вставка – шарошка", свідчить, що зміна результату у разі вибору як радіуса контакту радіуса одного з контактуючих тіл призводить до зміни результатів у межах 3 ÷ 5%, причому менші значення радіуса дають вищі значення результатів. Враховуючи, що R_c лежить, ймовірно, десь між R_{12} та R_{21} , похибка буде ще меншою. Тому для такої задачі як кон-

тактний радіус R_c так само можна обирати довільний радіус R_{12} або R_{21} . Оскільки менший радіус дає вищі абсолютні значення напружень, прийматимемо, як контактний, менший радіус, тобто $r_1 = R_{21}$.

Викликає зацікавлення задача, яка відрізняється від попередньої тим, що замість граничної умови (13) на $r_2 = R_{22}$ задаємо:

$$u(r) \Big|_{r=r_2=R_{22}} = 0. \quad (17)$$

Таким чином, спробуємо врахувати те, що прийнята розрахункова модель "вирізана" з решти тіла шарошки.

Очевидно, що для вала розв'язок рівняння (1) з незмінними граничними умовами (4) залишиться без змін у вигляді (8). Для втулки розв'язком рівняння (1) з граничними умовами, що задаються рівностями (5) і (17) буде:

$$u_2(r) = \frac{r_2^2 - r^2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{\Delta_2 r_1}{r}. \quad (18)$$

Тоді напруження для вала можна знайти за формулою (10). Враховуючи (18), знайдемо вирази для напружень у втулці:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr_2}(r) &= \frac{E_2}{1-\mu_2^2} \frac{(1-\mu_2)r_2^2 + (1+\mu_2)r^2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{\Delta_2 r_1}{r^2}, \\ \sigma_{\theta\theta_2}(r) &= \frac{E_2}{1-\mu_2^2} \frac{(1-\mu_2)r_2^2 - (\mu_2+1)r^2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{\Delta_2 r_1}{r^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Переміщення Δ_1 і Δ_2 знаходимо, як і у першій задачі, з умов (6) та (7). Після перетворень та спрощень отримуємо:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \left\{ E_2(1-\mu_1) \left[(1-\mu_2)r_2^2 + (1+\mu_2)r_1^2 \right] \right\} \times \\ &\times \left\{ E_2(1-\mu_1) \left[(1-\mu_2)r_2^2 + (1+\mu_2)r_1^2 \right] - \right. \\ &\left. - E_1(1-\mu_2^2) \left[r_2^2 - r_1^2 \right] \right\}^{-1} \delta_{12}; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \left\{ E_1(1-\mu_2^2) \left[r_2^2 - r_1^2 \right] \right\} \times \\ &\times \left\{ E_2(1-\mu_1) \left[(1-\mu_2)r_2^2 + (1+\mu_2)r_1^2 \right] - \right. \\ &\left. - E_1(1-\mu_2^2) \left[r_2^2 - r_1^2 \right] \right\}^{-1} \delta_{12}. \end{aligned}$$

Приймаючи за значення радіуса r_1 будь-який із радіусів R_{21} або R_{12} отримуємо замкнений розв'язок. Підстановка числових значень показує, що зміна результату при виборі в якості радіуса контакту радіуса одного з контактуючих тіл веде до зміни результатів в межах 2 ÷ 4%, причому менші значення радіуса дають вищі значення результатів, як і у попередній задачі.

З отриманих аналітичних залежностей видно, що для всіх задач напруження та переміщення є монотонними функціями від радіуса в межах кожного тіла з екстремальними значеннями при $r = r_1$ та $r = r_2$.

Побудовані розв'язки можна використовувати для моделювання НДС від натягу твёрдосплавного озброєння доліт. При цьому варто враховувати, що геометрична модель (рис. 1) може використовуватись лише як певне наближення реальної шарошки. Зокрема, припущення про простір з переміщеннями на нескінченності не зовсім відповідає дійсності, оскільки шарошка конічна і відстань від поверхні отвору до поверхні шарошки в напрямку, перпендикулярному осі отвору, здебільшого не відповідає умовам, коли розміри тіла можна приймати безмежними. Гранична умова із вільною зовнішньою поверхнею втулки відповідає закріпленню у циліндричній оправці, а обмеження переміщень на скінченному радіусі відповідає закріпленню зовнішніх поверхонь тіла від переміщень у радіальному напрямку. Таку ситуацію можна трактувати, як вплив матеріалу, що відкидаємо при створенні розрахункової схеми. Очевидно, що реальна ситуація буде десь в межах між результатами з вільними поверхнями та закріпленими вздовж радіуса. Таким чином, ми маємо згідно рівняння (15) нижню та, згідно (19), верхню оцінку параметрів напружено-деформованого стану (НДС) деталей з'єднання "зубець – шарошка". Але отримані розв'язки не дозволяють позбутись обмежень на модель [2, 3, 4, 8]: достовірність результатів лише для достатньо довгих циліндрів, нехтування пластичними деформаціями матеріалів деталей, проста форма поверхонь.

Враховуючи реальну конструкцію з'єднання "зубець – шарошка" бурового долота (співвідношення розмірів, складність поверхонь) розв'язати аналітично задачу розрахунку параметрів НДС для моделі, наближеної до реальної конструкції досить складно. Тому існує необхідність у побудові моделі з використанням методів, які дають змогу позбутись згаданих обмежень.

Скористаємось для аналізу одним з універсальних числових методів: методом скінченних елементів (МСЕ). Одним з основних питань у разі використанні числового методу виступає точність результатів. Для оцінки точності приймемо, що отримані вище аналітично результати є точними, і скористаємось ними як базовими для пошуку похибки [9].

Нами проведено розрахунки МСЕ з геометрією моделей, які розглядались вище. Для побудови сітки скінченних елементів використовуємо чотирикутний ізопараметричний елемент, описаний у [10, 11].

Задавання крайових умов для МСЕ дещо відрізняється від способу, який використовується в аналітичних розрахунках. Для "емулювання" крайових умов на нескінченності приймаємо радіус зовнішнього циліндра рівним $10r_1$. Таким чином, отримуємо похибку обчислення напружень порядку $O(r_1/r)^2 \approx 0,01$ відносно значень при крайовій умові на нескінченному радіусі. Наближенням нескінченної висоти (для забезпечення умов плоскої осесиметричної задачі) приймемо висоту з'єднання $8r_1$, що від-

повідає рекомендаціям [12]. Тоді в деталях з'єднання, за винятком околиць $2r_1$ від торців моделі, справджуються умови плоскої задачі.

Для порівняння результатів задамося числовими значеннями параметрів матеріалів та геометрії. Базовою оберемо конструкцію з'єднання номінального діаметра 10 мм долота III 244,5 ОК-ПГВ. Характеристики матеріалів та геометричні параметри зведено у табл. 1.

Для моделей, де охоплює тіло обмежене циліндром скінченого діаметра, приймемо зовнішній діаметр рівним $D_{2-2} = 3d_1$. З даних табл. 1 максимальний табличний натяг складатиме 0,14 мм, мінімальний: 0,077 мм. Зниження натягу відносно табличного внаслідок впливу мікронерівностей шорсткості та неточності геометрії не враховуємо. Розрахунки проводимо при середньому натягу 0,1 мм.

З метою порівняння аналітичних та чисельних результатів розраховуємо значення функцій для заданих у табл. 1 числових величин. Позначимо "Модель 1" результати (8) – (12); "Модель 2": (8), (14) – (16); "Модель 3": (8), (18) – (20). Такі ж позначення моделей використовуємо для результатів розрахунків МСЕ за моделлю з відповідною геометрією та крайовими умовами.

Отримані напруження відображено на графіках рис. 2: S_x, S_{th} – відповідно радіальна та колова компоненти напружень для моделі МСЕ; S_r, S_t – відповідно радіальна та колова компоненти напружень для аналітичної моделі; S_e – еквівалентні напруження (Мізеса).

Різниця між результатами розрахунків за аналітичними та МСЕ моделями складає в середньому $1 \div 2\%$. Варто зауважити ще один результат, який видно з графіків рис. 2: колові напруження при обмеженому на зовнішньому радіусі переміщенні змінюють знак у межах стінки втулки. Таким чином, втулка мов би розвантажується (рис. 2 в)). Порівняння ж кривих еквівалентного напруження за Мізесом рис. 2 г) свідчить, що насправді така конструкція є жорсткіша і еквівалентне напруження зростає. Звертає на себе увагу також факт, що для всіх моделей рівень напружень на межі отвору значно перевищує границю текучості, а для моделі 3 і міцності. Тому необхідні більш детальні дослідження НДС з'єднання в наступних роботах.

Підсумовуючи використані нами геометричні моделі, розбивання геометричної моделі сіткою скінченних елементів та спосіб задавання граничних умов у числових моделях дають змогу отримати результати, які добре узгоджуються з аналітичними розв'язками. Таким чином, вказані підходи можуть застосовуватись і для розрахунку параметрів НДС складніших моделей, геометрія яких наближена до геометрії реальних конструкцій.

Отже, для моделі простої геометрії побудовано, аналітично та МСЕ, розв'язок задачі опису НДС складеного з натягом двокомпонентного нескінченного циліндра з граничними умовами в переміщеннях. Використання граничних умов в переміщеннях, які є "природними"

Таблиця 1 – Характеристики матеріалів та геометричні параметри складових моделі

Вал			Отвір / Втулка		
E_1 , МПа	μ_1	d_1 , мм	E_2 , МПа	μ_2	d_2 , мм
$6,3 \times 10^5$	0,3	$9,51_{-0,013}$	$2,0 \times 10^5$	0,3	$9,37^{+0,05}$

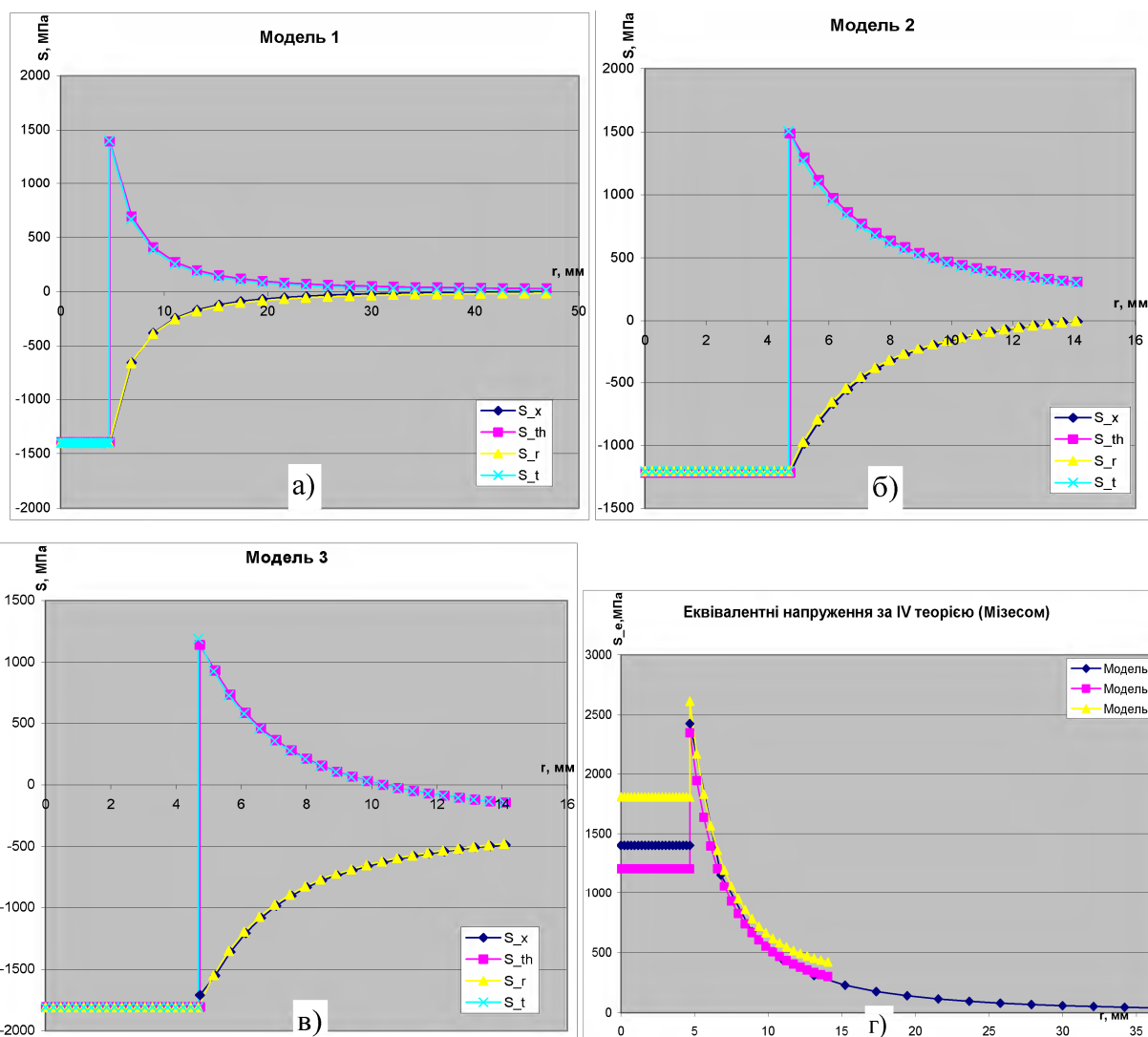


Рисунок 2 – Графіки радіальної та колової компонент напружень від радіуса, розрахованих за аналітичними та числовими МСЕ моделями (а, б, в); еквівалентних напружень за IV теорією міцності (г)

для конструкції, дало змогу виявити вплив зміни граничних умов на результати та причину суперечностей у результатах різних дослідників. Крім того, стає наочним вибір граничних умов для постановки задач, розв’язок яких шукаємо МСЕ, що дає можливість коректно оцінити точність їх розв’язку.

Література

1 Корнута В. А. Використання механіко-математичних моделей роботи з’єднань з натягом під час проектування з’єднання “зубок – шарошка” / В. А. Корнута, О. В. Корнута // Нафтова та газова енергетика. – 2008. – № 4. – С. 68-74.

2 Филоненко-Бородич М. М. Теория упругости : учебник [для ВТУЗов] / М. М. Филоненко-Бородич – [4-е изд.] – М. : Гос. изд-ство физико-матем. литературы, 1959. – 366 с.

3 Дарков А. В. Сопроотивление материалов : учебник [для ВТУЗов] / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – [4 – е изд.] – М. : Высшая школа, 1975. – 655 с.

4 Писаренко Г. С. Опір матеріалів: підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Є. С. Уманський ; за ред. Г. С. Писаренка. – [2-е вид., перероб. і доп.] – К. : Вища школа, 2004. – 655 с.

5 Теплый М. И. Контактные задачи для областей с круговыми границами / М. И. Теплый – Львов : Вища школа, 1983. – 176 с.

6 Допуски и посадки. Основные определения : ГОСТ 7713-62. – [Чинний від 1963-01-01]. – М. : ИПК Издательство стандартов, 2004 – Г12, 12 с. – (Межгосударственный стандарт).

7 Крылов К. А. Повышение эффективности и долговечности буровых долот / К. А. Крылов, О. А. Стрельцова. – М. : Недра, 1983. – 206 с.

8 Партон В. З. Методы математической теории упругости / В. З. Партон, П. И. Перлин – М. : Наука, 1981. – 688 с.

9 Zienkiewicz O. C. The Finite Element Method Volume 1: The Basis / O. C. Zienkiewicz, R. L Taylor. – [Fifth edition] – Oxford : Butterworth – Heinemann, 2000. – 694 p.

10 Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация. / О. Зенкевич, К. Морган ; [пер. с англ.]. – М. : Мир, 1986. – 318 с.

11 Морозов Е. М. Метод конечных элементов в механике разрушения / Е. М. Морозов, Г. П. Никишков. – М. : Наука, 1980. – 254 с.

12 Гречищев Е. С. Соединения с натягом: Расчеты, проектирование, изготовление / Е. С. Гречищев, А. А. Ильяшенко. – М. : Машиностроение, 1981. – 247 с.

*Стаття постуила в редакційну колегію
06.02.09*

*Рекомендована до друку професором
Мойсишиним В.М.*