

## УТОЧНЕНЕ ЗВЕДЕННЯ МАС КОЛОН БУРИЛЬНИХ ТРУБ І НАСОСНИХ ШТАНГ

*М.С.Воробйов*

*ІФНТУНГ, 76019, Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42342,  
e-mail: public@n i n g . e d u . u a*

*У статті як альтернатива традиційній для техніки нафтопромислу процедурі зведення маси колони труб способом Релея пропонується точніший метод на основі врахування розподілу швидкостей деформації, який дає змогу додатково врахувати вплив тертя, специфіки компоновки колони і її деформації.*

*В статье как альтернатива традиционной для нефтепромышленной техники процедуре приведения массы колонны труб способом Релея предлагается более точный метод на основе учёта распределения скоростей деформации. Он позволяет дополнительно учесть влияние трения, специфики компоновки колонны и её деформации.*

*In article as alternative to procedure of reduction of weight of a column of pipes traditional for oil-field technics Releja is offered by the way more exact method on the basis of the account of distribution of speeds of deformation. He allows to consider in addition influence of a friction, specificity of configuration of a column and its deformation.*

Моделі зведення бурильних труб використовуються під час динамічного аналізу процесів їх спуску та піднімання, зокрема з підхопленням зі столу ротора; ударно – канатного способу буріння; повздовжньої вібрації системи «талевий механізм – бурильна колона з долотом», зокрема, за наявності віброгасника [1]; резонансу вибійних двигунів [2] тощо. Також на базі моделей зведення здійснюється динамічний аналіз функціонування глибинної штангової насосної установки з одним чи двома насосами [3]. Як відомо [4], модель приведення повинна якомога точніше відповідати реальному навантаженню та компоновці вказаних колон, тобто адекватно відбивати їх основні динамічні характеристики, оскільки складання приведеної розрахункової схеми є найважливішим етапом розв'язання задач динаміки. Адже найточнішим моделюванням довгомірних об'єктів є моделювання ланками з розподіленими параметрами маси, жорсткості та сили. Неточності, які внесені на цьому етапі аналізу, призводять до значних додаткових похибок.

У роботі [5] за методом Релея отримано залежності для зведеної маси колони труб постійного по довжині січення та в комбінації із зосередженою масою на вільному кінці. Однак цей метод доцільно застосовувати лише для випадку, коли зосереджена маса є більшою за масу колони труб [4]. У більшості же випадків таке співвідношення не виконується. Так, колона штанг з діаметром по тілу в 22мм при видобутку штанговим насосом на глибині 2000м має масу 6100кг, що в декілька разів перевищує масу плунжерного насосу. До того ж у компоновці колони труб має місце ступінчаста схема щодо діаметру, зокрема, за наявності ступені обтяжених труб або декількох плунжерних насосів, а рух колони труб супроводжується тертям, наприклад, замків труб чи запобіжних кі-

лець по стінках обсадних чи промислових труб. Невраховання цих особливостей, характерних для колон труб і штанг, зменшує точність динамічних розрахунків відповідних машин.

Розглянемо наступні загальні випадки зведення мас, вважаючи, що довжини замків труб та плунжерних насосів набагато менші за довжину колони, тому їх маси є зосередженими; модулі пружності розтягу матеріалів кожної ступені різні; сили тертя рівнодіють на елементи даного ступеня:

1. Колона труб (штанг) складається з двох ступенів різного діаметру.
2. Колона труб (штанг) складається з двох ступенів однакового діаметру.
3. Колона труб (штанг) складається з трьох ступенів різного діаметру.
4. Колона труб (штанг) має одну розподілену та одну зосереджену масу.
5. Колона труб (штанг) має дві розподілені маси труб різного діаметру та дві зосереджені маси.

Оскільки штангова колона у січенні виконується трубчастою, надалі будемо використовувати узагальнений термін «колона труб» для бурильної та штангової колони.

### **Випадок 1**

Нехай  $q_i$  – погонна вага;  $E_i$  – модуль пружності матеріалу на розтяг;  $A_i$  – площа січення кожного ступеня колони.

Здовження елемента труби першого ступеня колони довжиною  $dx_1$  (рис. 1) під дією ваги другого ступеня та частини ваги розглядуваного ступеня без врахування впливу сил тертя слід записати так:

$$dy_{x1} = [q_2 l_2 + q_1 (l_1 - x_1)] \frac{dx_1}{E_1 A_1}.$$

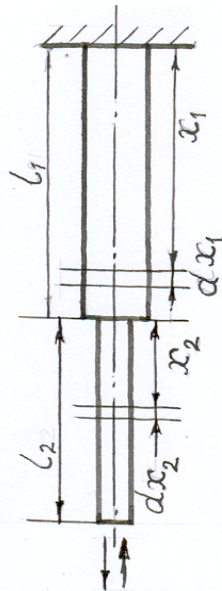


Рисунок 1 – Дві розподілені маси

Сили тертя напрямлені проти руху, тому при їх врахуванні за допомогою ККД це здовження набуде вигляду:

$$dy_{x1} = [q_2 l_2 \eta_2 + q_1 (l_1 - x_1) \eta_1] \frac{dx_1}{E_1 A_1}$$

Здовження цієї частини колони труб, обмеженою координатою  $l_1$ , запишеться у вигляді

$$y_{x1} = \int_0^{x_1} \frac{[q_2 l_2 \eta_2 + q_1 (l_1 - x_1)] dx_1}{E_1 A_1} = [q_2 l_2 \eta_2 + q_1 (l_1 - 0,5x_1) \eta_1] \frac{dx_1}{E_1 A_1} \quad (1)$$

При  $x_1 = l_1$

$$y_{l1} = \frac{(q_2 l_2 \eta_2 + 0,5q_1 l_1 \eta_1) l_1}{E_1 A_1} \quad (2)$$

Підставляючи в (1) вираз  $E_1 A_1$  з (2), отримуємо

$$y_{x1} = \frac{[q_2 l_2 \eta_2 + q_1 (l_1 - 0,5x_1) x_1]}{E_1 A_1} y_{l1} \quad (3)$$

Кінетична енергія елемента  $dx_1$  першого ступеня колони буде

$$dT_{x1} = q_1 \frac{dx_1}{2g} \dot{y}_{x1}^2$$

де

$$\dot{y}_{x1} = \frac{[q_2 l_2 \eta_2 + q_1 (l_1 - 0,5x_1) \eta_1] x_1}{(q_2 l_2 \eta_2 + 0,5q_1 l_1 \eta_1) l_1} \dot{y}_{l1}$$

Кінетична енергія цього ступеня колони буде

$$T_1 = \int_0^{l_1} dT_{x1} = \left\{ q_1 l_1 (0,4q_1^2 l_1^2 \eta_1^2 + 1,25q_1 q_2 l_1 l_2 \eta_1 \eta_2 + q_2^2 l_2^2 \eta_2^2) \dot{y}_{l1}^2 \right\} \cdot \left\{ 6g(q_2 l_2 \eta_2 + 0,5q_1 l_1 \eta_1)^2 \right\}^{-1} \quad (4)$$

Для другого ступеня колони труб маємо

$$y_{x2} = \frac{q_2 x_2 \eta_2 (l_2 - x_2)}{E_2 A_2};$$

$$y_{l2} = \frac{q_2 l_2^2 \eta_2}{2E_2 A_2};$$

$$y_{x2} = \frac{2x_2 (l_2 - 0,5x_2)}{l_2^2} y_{l2};$$

$$\dot{y}_{x2} = \frac{2x_2 (l_2 - 0,5x_2)}{l_2^2} \dot{y}_{l2};$$

$$T_2 = \frac{q_2 l_2 (\dot{y}_{l1}^2 + \frac{8}{3} \dot{y}_{l1} \dot{y}_{l2} + \frac{8}{15} \dot{y}_{l2}^2)}{2g} \quad (5)$$

Умовою зведення мас для даного випадку є

$$0,5m_{зв} (\dot{y}_{l1} + \dot{y}_{l2})^2 = T_1 + T_2 \quad (6)$$

Підставляючи значення кінетичних енергій з формул (4) і (5) у вираз (6), отримуємо формулу для визначення зведеної до вільного кінця колони труб маси у вигляді

$$m_{зв2} = \frac{1}{g} \left\{ q_1 l_1 [0,4(q_1 l_1 \eta_1)^2 + 1,25q_1 q_2 l_1 l_2 \eta_1 \eta_2 + (q_2 l_2 \eta_2)^2] \cdot \left\{ 3(q_2 l_2 \eta_2 + 0,5q_1 l_1 \eta_1)^2 \times \left( 1 + \frac{2\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l1}} + \left( \frac{\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l1}} \right)^2 \right)^{-1} + q_2 l_2 \times \left[ \left( 1 + \frac{2\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l1}} + \left( \frac{\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l1}} \right)^2 \right)^{-1} + \frac{8}{3} \left( 2 + \frac{2\dot{y}_{l1}}{\dot{y}_{l2}} + \frac{\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l2}} \right)^{-1} + \frac{8}{15} \left( 1 + \frac{2\dot{y}_{l1}}{\dot{y}_{l2}} + \left( \frac{\dot{y}_{l1}}{\dot{y}_{l2}} \right)^2 \right)^{-1} \right] \right\} \right\} \quad (7)$$

У формулі (7) співвідношення швидкостей знаходяться з виразу

$$\frac{\dot{y}_{l1}}{\dot{y}_{l2}} = \frac{y_{l1}}{y_{l2}} = \frac{(q_1 l_1 \eta_1 + 2q_2 l_2 \eta_2) l_1 E_2 A_2}{q_2 l_2^2 \eta_2 E_1 A_1} \quad (8)$$

### Випадок 2

Йому відповідає, наприклад, компоновка звичайних та обтяжених труб одного діаметру. Зведена маса у цьому випадку визначається за формулою (7), у якій співвідношення (8) спрощуються до такого виразу

$$\frac{\dot{y}_{l1}}{\dot{y}_{l2}} = \frac{(q_1 l_1 \eta_1 + 2q_2 l_2 \eta_2) l_1 E_2}{q_2 l_2^2 \eta_2 E_1}$$

### Випадок 3

Йому відповідає, наприклад, компоновка з однієї ступені обтяжених і двох ступенів звичайних труб різних діаметрів.

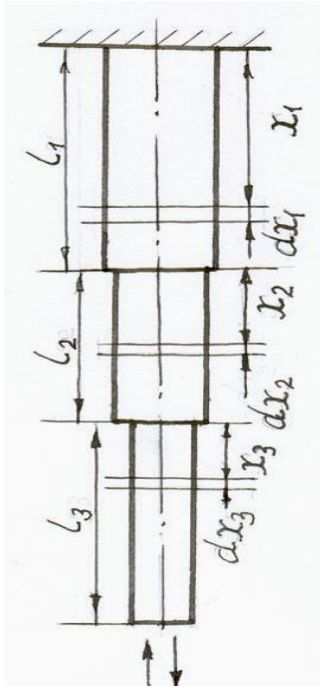


Рисунок 2 – Три розподілені маси

Здовження елемента першого ступеня  $dx_1$  (рис. 2) на відміну від випадку 1 відбувається під додатковою дією третього ступеня колони труб

$$dy_{x1} = \frac{q_1(l_1 - x_1)\eta_1 + q_2l_2\eta_2 + q_3l_3\eta_3}{E_1A_1} dx_1,$$

що на довжині  $x_1$  дорівнює

$$y_{x1} = \frac{q_1(l_1 - 0,5x_1)\eta_1 + q_2l_2\eta_2 + q_3l_3\eta_3}{E_1A_1} x_1,$$

а при  $x_1 = l_1$  –

$$y_{l1} = \frac{0,5q_1l_1\eta_1 + q_2l_2\eta_2 + q_3l_3\eta_3}{E_1A_1} l_1,$$

тоді

$$y_{x1} = \frac{q_1(l_1 - x_1)\eta_1 + q_2l_2\eta_2 + q_3l_3\eta_3}{(0,5q_1l_1\eta_1 + q_2l_2\eta_2 + q_3l_3\eta_3)l_1} x_1 y_{l1}$$

і

$$\dot{y}_{x1} = \frac{q_1(l_1 - x_1)\eta_1 + q_2l_2\eta_2 + q_3l_3\eta_3}{(0,5q_1l_1\eta_1 + q_2l_2\eta_2 + q_3l_3\eta_3)l_1} x_1 \dot{y}_{l1} \quad (9)$$

Таким же чином отримуємо швидкість елемента другого ступеня колони труб на відстані  $x_2$ :

$$\dot{y}_{x2} = \frac{[q_2(l_2 - 0,5x_2)\eta_2 + q_3l_3\eta_3]x_2\dot{y}_{l2}}{(0,5q_2l_2\eta_2 + q_3l_3\eta_3)l_2} \quad (10)$$

де  $\dot{y}_{l2}$  – швидкість здовження частини другого ступеня при  $x_2 = l_2$ , рівного

$$y_{l2} = \frac{(0,5q_2l_2\eta_2 + q_3l_3\eta_3)l_2}{E_2A_2}$$

Для третього ступеня маємо:

$$y_{l3} = \frac{0,5q_3l_3^2\eta_3}{E_3A_3}; \dot{y}_{x3} = \frac{(2l_3 - x_3)x_3\dot{y}_{l3}}{l_3^2} \quad (11)$$

Сумарна кінетична енергія визначиться з рівняння

$$T_{l1} + T_{l2} + T_{l3} = 0,5 \int_0^{l_1} q_1 \dot{y}_{x1}^2 dx_1 + \int_0^{l_2} q_2 (\dot{y}_{l1} + \dot{y}_{x2})^2 dx_2 + \int_0^{l_3} q_3 (\dot{y}_{l1} + \dot{y}_{l2} + \dot{y}_{x3})^2 dx_3,$$

що після підстановки відповідних швидкостей з (9), (10) і (11) в рівняння енергетичної еквівалентності

$$0,5m_{зв3}(\dot{y}_{l1} + \dot{y}_{l2} + \dot{y}_{l3})^2 = T_{l1} + T_{l2} + T_{l3}$$

для маси, приведені до вільного кінця колони, дає

$$m_{зв} = \frac{1}{g} \left\{ q_1 l_1 \left[ (P_2 + P_3)^2 + 1,25(P_2 + P_3)P_1 + 0,4P_1^2 \right] \times \left( 3(0,5P_1 + P_2 + P_3)^2 \left[ 1 + \frac{\dot{y}_{l2}^2}{\dot{y}_{l1}^2} + \frac{\dot{y}_{l3}^2}{\dot{y}_{l1}^2} + 2 \left( \frac{\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l1}} + \frac{\dot{y}_{l2}\dot{y}_{l3}}{\dot{y}_{l1}^2} + \frac{\dot{y}_{l3}}{\dot{y}_{l1}} \right) \right]^{-1} + q_2 l_2 \left[ 1 + \frac{\dot{y}_{l2}^2}{\dot{y}_{l1}^2} + \frac{\dot{y}_{l3}^2}{\dot{y}_{l1}^2} + 2 \left( \frac{\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l1}} + \frac{\dot{y}_{l3}}{\dot{y}_{l1}} + \frac{\dot{y}_{l2}\dot{y}_{l3}}{\dot{y}_{l1}^2} \right) \right]^{-1} + \left( P_3 + \frac{5}{6}P_2 \right) \times \left( (0,5P_2 + P_3) \times \left[ \frac{\dot{y}_{l1}}{\dot{y}_{l2}} + \frac{\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l1}} + \frac{\dot{y}_{l3}^2}{\dot{y}_{l1}\dot{y}_{l3}} + 2 \left( 1 + \frac{\dot{y}_{l3}}{\dot{y}_{l2}} + \frac{\dot{y}_{l3}}{\dot{y}_{l1}} \right) \right]^{-1} + \left( \frac{1}{3}(P_2 + P_3)^2 - 0,25P_2P_3 + 0,05P_2^2 \right) \times \left( (0,5P_2 + P_3)^2 \left[ \frac{\dot{y}_{l1}^2}{\dot{y}_{l2}^2} + \frac{\dot{y}_{l3}^2}{\dot{y}_{l2}^2} + 2 \left( \frac{\dot{y}_{l1}}{\dot{y}_{l2}} + \frac{\dot{y}_{l3}}{\dot{y}_{l2}} + \frac{\dot{y}_{l1}\dot{y}_{l3}}{\dot{y}_{l2}^2} \right) \right]^{-1} + q_3 l_3 \left[ \frac{8}{15} \left[ \frac{\dot{y}_{l1}^2}{\dot{y}_{l3}^2} + 1 + \frac{\dot{y}_{l2}^2}{\dot{y}_{l3}^2} + 2 \left( \frac{\dot{y}_{l1}}{\dot{y}_{l3}} + \frac{\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l3}} + \frac{\dot{y}_{l1}\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l3}^2} \right) \right]^{-1} + \left( 1 + \frac{2\dot{y}_{l3}}{\dot{y}_{l1} + \dot{y}_{l2}} + \frac{\dot{y}_{l3}^2}{(\dot{y}_{l1} + \dot{y}_{l2})^2} \right)^{-1} + \frac{4}{3} \left( 2 + \frac{\dot{y}_{l1}}{\dot{y}_{l3}} + \frac{\dot{y}_{l2}}{\dot{y}_{l3}} + \frac{\dot{y}_{l3}}{\dot{y}_{l1} + \dot{y}_{l2}} \right)^{-1} \right] \right\},$$

де:  $P_1 = q_1 l_1 \eta_1$ ;  $P_2 = q_2 l_2 \eta_2$ ;  $P_3 = q_3 l_3 \eta_3$ ;

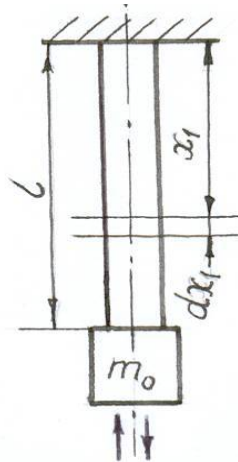
$$\frac{\dot{y}_{11}}{\dot{y}_{13}} = \frac{y_{11}}{y_{13}} = \frac{(q_1 l_1 \eta_1 + 2q_2 l_2 \eta_2 + 2q_3 l_3 \eta_3) l_1 E_3 A_3}{q_3 l_3^2 \eta_3 E_1 A_1},$$

$$\frac{\dot{y}_{12}}{\dot{y}_{13}} = \frac{(q_2 l_2 \eta_2 + 2q_3 l_3 \eta_3) l_2 E_3 A_3}{q_3 l_3^2 \eta_3 E_2 A_2}.$$

З чого можна отримати всі інші випадки співвідношення швидкостей, що фігурують у формулі (12).

**Випадок 4**

Цьому випадку відповідає така компоновка колони труб, за якої довжина обтяжених труб мала порівняно з основними трубами при рівності їх діаметрів, але маса останніх більша за масу  $m_0$  обтяжених труб або до колони штанг приєднаний один плунжерний насос, довжина якого набагато менша за довжину колони штанг.



**Рисунок 3 – Розподілена та зосереджена маса**

Для цього випадку відповідні формули матимуть вигляд (рис. 3):

$$y_x = \frac{(ql - 0,5qx + m_0 g) x y_l}{0,5ql + m_0 g},$$

де:

$$y_l = \frac{(0,5ql + m_0 g) l \eta}{EA};$$

$$\dot{y}_x = \frac{(ql - 0,5qx + m_0 g) x \dot{y}_l}{(0,5ql + m_0 g) l};$$

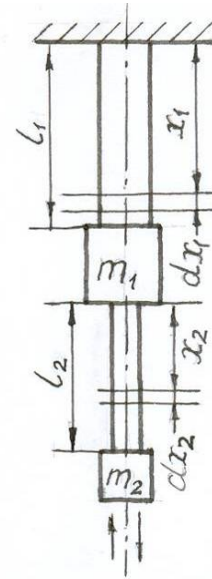
$$0,5m_{m1} \dot{y}^2_l = \int_0^l \frac{q l \dot{y}_x^2}{2g} dx;$$

$$m_{m1} = \frac{q l \frac{1}{3} (ql + m_0 g)^2 - 0,25ql(ql + m_0 g) + 0,05q^2 l^2}{g(0,5ql + m_0 g)^2}.$$

**Випадок 5**

Йому відповідає, наприклад, компоновка колони штанг з плунжерними насосами, один з яких масою  $m_2$  розташовано на вільному кінці, а другий масою  $m_1$  – на певному рівні довжини

колони  $l_1$  при довжинах насосів, набагато менших за довжини обох ступенів колони труб (рис. 4).



**Рисунок 4 – Дві розподілені та зосереджені маси**

Для цього випадку визначаємо основні співвідношення так:

$$\dot{y}_{x1} = \frac{[q_1(l_1 - 0,5x_1)\eta_1 + (m_1\eta_1 + m_2\eta_2)g + q_2 l_2 \eta_2] x_1 \dot{y}_{11}}{[0,5q_1 l_1 \eta_1 + (m_1\eta_1 + m_2\eta_2)g + q_2 l_2 \eta_2] l_1},$$

$$\dot{y}_{x2} = \frac{[(l_2 - 0,5x_2)q_2 + m_2 g] x_2 \dot{y}_{12}}{(0,5q_2 l_2 + m_2 g) l_2};$$

$$0,5m_{m2} (\dot{y}_{11} + \dot{y}_{x2})^2 =$$

$$= \frac{0,5}{g} \left[ \int_0^{l_1} q_1 l_1 \dot{y}^2_{x1} dx_1 + \int_0^{l_2} q_2 l_2 (\dot{y}_{11} + \dot{y}_{x2})^2 dx_2 \right];$$

$$m_{m2} = \frac{1}{G} \left\{ q_1 l_1 \{ [q_2 l_2 \eta_2 + (m_1 \eta_1 + m_2 \eta_2) g]^2 + \right.$$

$$+ 1,25q_1 l_1 \eta_1 [q_2 l_2 \eta_2 + (m_1 \eta_1 + m_2 \eta_2) g] + 0,4q_1^2 l_1^2 \eta_1^2 \} \times$$

$$\times \left\{ (0,5q_1 l_1 \eta_1 + q_2 l_2 \eta_2 + (m_1 \eta_1 + m_2 \eta_2) g)^2 \times \right.$$

$$\times (1 + \dot{y}_{12}^2 \dot{y}_{11}^{-2} + 2\dot{y}_{12} \dot{y}_{11}^{-1})^{-1} +$$

$$+ q_2 l_2 \left[ (1 + 2\dot{y}_{12} \dot{y}_{11}^{-1} + \dot{y}_{12}^2 \dot{y}_{11}^{-2})^{-1} + \right.$$

$$\left. \frac{2}{3} q_2 l_2 + m_2 g \right] +$$

$$\left. \frac{m_2^2 g^2 + 1,25m_2 g q_2 l_2 + 0,4q_2^2 l_2^2}{(0,5l_2 q_2 + m_2 g)^2 (1 + 2\dot{y}_{11} \dot{y}_{12}^{-1} + \dot{y}_{11}^2 \dot{y}_{12}^{-2})} \right\},$$

де

$$\frac{\dot{y}_{11}}{\dot{y}_{12}} = \frac{[0,5q_1 l_1 \eta_1 + q_2 l_2 \eta_2 + (m_1 \eta_1 + m_2 \eta_2) g] l_1 E_2 A_2}{(0,5q_2 l_2 + m_2 g) l_2 \eta_2 E_1 A_1}.$$

**Висновки**

1 Порівняно з результатами роботи [5] для випадку 4 при співвідношенні зосередженої маси  $m_1$  до маси колони труб, наприклад, рівному 0,5, уточнення становить 28%. Це уточнення збільшується при зменшенні вказаного співвідношення мас.

2 Приймаючи ККД ступенів колони труб за одиницю, отримуємо формули наближеного визначення зведених мас за незначного впливу сил тертя.

3 У випадку 4 сили тертя не впливають на значення зведеної маси.

**Література**

1 Мирзаджанзаде А.Х. Теория колебаний в нефтепромысловом деле / Мирзаджанзаде А.Х., Керимов З.Г., Копейкис М.Г. – Баку: Маариф, 1976. – 363 с.

2 Ишемгужин Е.И. Нелинейные колебания буровых машин / Ишемгужин Е.И. – Уфа: УНИ, 1988. – 98 с.

3 Малько Б.Д. Аналітичне дослідження руху плунжера погрузного насоса / Б. Малько, О. Прозур // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2003. – №4. – С. 41-45.

4 Комаров М.С. Динамика механизмов и машин / Комаров М.С. – М.: Машиностроение, 1969. – 296 с.

5 Малько Б.Д. Зведення маси колони труб / Б.Д.Малько // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 1996. – №33. – С. 80-86.

*Стаття поступила в редакційну колегію  
29.01.09*

*Рекомендована до друку професором  
Івасівим В.М.*