9 Івасів В.М., Чудик І.І., Артим В.І., Яворський М.М. Метод визначення стійкості неорієнтованих КНБК з двома ОЦЕ // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2004. – № 2(11). – С. 20–24.

10 Чудик І.І., Козлов А.А. Вплив кривини стовбура свердловини на статичні форми рівноваги неорієнтованих КНБК // Науковий вісник ІФНТУНГ. – № 1(13). – 2006. – С. 50–54.

11 Сароян А.Е. Теория и практика работы бурильной колонны. – М.: Недра, 1990. – 264 с.

12 Чудик І.І., Юрич А.А, Козлов А.А. Врахування каверно- і жолобоутворення при проектуванні неорієнтованих КНБК // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2007. – № 2(23). – С. 45–50.

УДК 622.323

ЗАСТОСУВАННЯ РЯДІВ ФУР'Є ТА ІНТЕГРАЛА ФУР'Є У НАФТОГАЗОВІЙ ПРОМИСЛОВОСТІ

Л.І.Криштопа, С.І.Криштопа, С.Я.Петрів

ІФНТУНГ, 76019, Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42123,
e-mail: retes@mail.ru

Статья посвящена перспективам применения формул гармонического анализа в нефтегазовой промышленности. Предложена и разработана математическая модель с использованием рядов Фурье (для периодических процессов) и интегралов Фурье (для непериодических процессов) для создания программного обеспечения для диагностической аппаратуры. Обоснована актуальность исследований по использованию преобразований Фурье при ремонте нефтегазового оборудования во время создания аварийных ситуаций на буровых.

The article is devoted to the prospects of application of formulas of harmonic analysis in oil and gas industry. Mathematic model with the use of the Fourier (for batch processes) rows and the Fourier (for no batch processes) integrals for creation of software for a diagnostic apparatus is offered and developed. Actuality of researches on the use of the Fourier transformations at repair of oil and gas equipment during creation of emergency situations on drilling options is grounded.

Немає жодної галузі математики, якою б абстрактною вона не була, яка коли-небудь не буде застосованою до явищ навколишнього світу. Гармонічний аналіз широко застосовується у техніці. Найчастіше він застосовується в електротехніці, в автомобільній промисловості, у медицині. У даній статті розкриваються перспективи його застосування у нафтогазовій промисловості.

Збільшення глибини буріння свердловин, геологічні умови сучасного буріння на нафту та газ, наявність у розрізі проникних пластів з аномально високим або низьким пластовим тиском диктують необхідність постійного удосконалення не лише технології буріння та нафтогазового обладнання, але й попередження аварійних ситуацій та удосконалення діагностування несправностей деталей, їхніх вузлів, механізмів, агрегатів тощо. Навіть у випадку використання сучасних досягнень у галузі конструювання та технології спорудження свердловин, не вдається уникнути ускладнень, що перешкоджають швидкісному та ефективному бурінню. Тому сучасний інженер повинен вміти успішно бурити свердловину, усвідомлюючи, що всі ускладнення можна побороти, якщо створити на базі відомих методів гармонічного аналізу програмне забезпечення для діагностування аварій, поломок, збоїв.

Для будь-якої функції, визначеної на якомусь скінченому інтервалі, що задовольняє умовам Діріхле, а саме: 1) якщо функція має скінчену кількість точок розриву 1-го роду; 2) якщо функція має скінчену кількість екстремумів; 3) якщо існує скінчена границя значень функції на її лівому та правому кінці, можна знайти відповідний ряд Фур'є:

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\omega_n x+b_n\sin\omega_n x\right), \quad (1)$$

де: $a_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\cos\omega_n x\,dx$,

$b_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\sin\omega_n x\,dx$ – коефіцієнти ряду Фур'є,

$\omega_n=\frac{\pi n}{l}$ – частота n-ї гармоніки.

У комплексній площині маємо:

$$f(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n e^{i\omega_0 nx},$$

$$C_n=\frac{1}{2\ell}\int_{-\ell}^{\ell}f(x)e^{-i\omega_0 nx}dx,\quad \omega_0=\frac{\pi}{\ell}. \quad (2)$$

Інтеграл Фур'є використовується для функцій, визначених не на скінченому інтервалі, а повсюдно на числовій осі від $-\infty$ до $+\infty$, абсолютно інтегрованих, таких, що в будь-якому інтервалі від $(-\ell;\ell)$ функцію можна розкласти в ряд Фур'є, тобто для неї виконуватимуться умови Діріхле. Тобто якщо функція має скінченну кількість точок розриву 1-го роду та скінченну кількість екстремумів, то існує інтеграл Фур'є

$$f(x) = \int_0^\infty [A(\omega)\cos\omega x + B(\omega)\sin\omega x]d\omega, \quad (3)$$

де: $A(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos\omega t dt$,

$$B(\omega) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin\omega t dt.$$

А в комплексній площині інтеграл Фур'є набуває вигляду

$$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega x}d\omega, \quad (4)$$

де $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt$ – перетворення Фур'є.

Коли функція періодична, то її розклад в ряд Фур'є складається з окремих гармонік. Кожна така гармоніка володіє певною амплітудою. Залежність амплітуди від частоти – амплітудний спектр. У періодичних функцій амплітудний спектр дискретний, тобто вона може бути представлена у вигляді окремих гармонік (їй відповідає спектральна послідовність). На практиці часто розрізняємо $|C_n|$ – амплітудний спектр та $\varphi_n = -\arg C_n$ – фазовий спектр.

Неперіодична функція має неперервний спектр. Функції $A(\omega)$ та $B(\omega)$ дають закон розподілу амплітуди (і початкових фаз) залежно від частоти ω (їй відповідає спектральна функція).

У цьому випадку розрізняємо $|F(\omega)|$ – амплітудний спектр, а $\varphi(\omega) = -\arg F(\omega)$ – фазовий спектр.

Порівнявши C_n і $F(\omega)$, можемо встановити зв'язок між спектрами періодичної та неперіодичної функції:

$$C_n = \frac{\omega_0}{2\pi}F(n\omega_0), \quad (5)$$

де $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$. Складові спектра C_n періодичної функції пропорційні відповідним значенням спектральної функції $F(\omega)$ в точках $n\omega_0$ (у яких C_n тільки й існує). З рівності (5) стає зрозумілим, чому $F(\omega)$ називається функцією спектральної густини – її розмірність $[амплітуда/частота]$.

У електроніці часто зручно описати сигнал його нормованою енергією Е. Ця енергія виражається формулою

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx. \quad (6)$$

Очевидно, що рівність (1) має сенс тільки тоді, коли цей інтеграл збігається. Для періодичних сигналів цей інтеграл розбігається та визначення поняття енергії втрачає зміст. У цьому випадку можемо ввести поняття середньої за певний проміжок енергії, тобто середньої потужності.

Нехай $F\{f(x)\} = F(\omega)$. Тоді можемо записати

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t}d\omega\right)dt. \quad (7)$$

Змінивши порядок інтегрування, одержуємо

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{i\omega t}d\omega\right)d\omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)F(-\omega)d\omega. \quad (8)$$

Якщо $F(\omega)F(-\omega) = |F(\omega)|^2$, то

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 df, \quad (9)$$

де $\omega = 2\pi f$ – кутова частота. Ми одержали відому рівність Парсеваля.

Функція $G(\omega) = |F(\omega)|^2$ називається густиною енергетичного спектра функції $f(x)$. Іноді функція густини енергетичного спектру визначається іншим чином: $\varsigma(\omega) = 2|F(\omega)|^2$.

У цьому виразі підсумовується енергія позитивних і негативних частот. Часто функція густини енергетичного спектра $G(\omega)$ визначається виразом $G(\omega) = \frac{1}{\pi}|F(\omega)|^2$, що визначає енергію в смузі частот 1рад/сек.

Під час аналізу лінійного ланцюга частотним методом вхідний сигнал за допомогою ряду або інтеграла Фур'є розкладається на елементарні складові, після цього визначаються відповідні гармонічні складові на виході ланцюга. Потім ці складові підсумовуються і тим самим визначається вихідний сигнал.

Якщо на вхід лінійного ланцюга поступає періодичний сигнал $(T = 2\ell)$

$$S_1(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{n_1} \cdot e^{in\omega_0 x}, \quad (10)$$

де: $\omega_0 = \frac{\pi}{\ell}$; C_{n_1} – амплітуда n-ої гармоніки вхідного сигналу та $K(\omega)$ є передавальною функцією ланцюга, то амплітуда n-ої гармоніки на виході рівна

$$C_{n_2} = K(n\omega_0) \cdot C_{n_1} . \qquad (11)$$

Вихідний сигнал $S_2(x)$ визначається з виразу

$$S_2(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{n_2} e^{in\omega_o x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} K(n\omega_0) C_{n_1} \cdot e^{in\omega_0 x} . \qquad (12)$$

Якщо на вхід лінійного ланцюга поступає неперіодичний сигнал $S_1(x)$, функція спектральної площини якого $S_1(\omega)$ визначається прямим перетворенням Фур'є, то функція спектральної площини вихідного сигналу визначається виразом:

$$S_2(\omega) = K(\omega) \cdot S_1(\omega) . \qquad (13)$$

З відомої функції $S_2(\omega)$ визначаємо вихідний сигнал $S_2(x)$, використовуючи обернене перетворення Фур'є:

$$S_2(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_2(\omega) e^{i\omega x} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega) S_1(\omega) e^{i\omega x} d\omega . \qquad (14)$$

Частотний метод зручний тоді, коли треба знайти тільки функцію спектральної густини вихідного сигналу. Легко можемо встановити умови за яких сигнал проходить через лінійний ланцюг без спотворень. Вважатимемо, що сигнал не спотворюється, якщо його спектри на виході і вході співпадають, тобто $S_2(\omega) = S_1(\omega)$.

З рівності (10) випливає, що для цього необхідне, щоб $|K(\omega)| = 1$ і $\varphi(\omega) = 0$.

На практиці часто є можливим часовий зсув вхідного сигналу відносно вихідного, а також його «розтягування». В цьому випадку $S_2(x) = K \cdot S_1(\alpha - \tau)$, тобто $S_2(\omega) = K \cdot S_1(\omega) e^{-i\omega\tau}$. Отже, сигнал проходить через лінійний ланцюг без спотворення, якщо

$$K(\omega) = K \cdot e^{-i\omega\tau} \Rightarrow \begin{matrix} |K(\omega)| = K = const., \\ \varphi(\omega) = \omega\tau, \end{matrix} \qquad (15)$$

тобто коли амплітудно-частотна характеристика ланцюга постійна, а фазова – лінійна.

Отже, завдання полягає у створені програмного забезпечення для розкладання періодичної функції на скінченому проміжку в ряд Фур'є та розкладання на окремі гармоніки, а діагностування несправностей механізму полягатиме в порівнянні одержаного результату з еталонним. Неперіодичну функцію на нескінченому інтервалі розкладають в інтеграл Фур'є з метою одержання залежності амплітуди від частоти, що неперервно змінюється від 0 до $+\infty$ для встановлення форми гармоніки в будь-якій точці, в будь-який момент часу. Над створенням програмного продукту ми працюємо, в його основі лежать застосування ряду Фур'є та перетворення Фур'є.

Такі викладки можна застосовувати як для діагностики несправностей різних механізмів та агрегатів, що використовуються в нафтогазовій промисловості, так і для прогнозування аварійних ситуацій на буровій: обривів, прихоплень тощо. Якісний, а головне економічно обґрунтований ремонт може бути забезпечений не лише вмілим використанням сучасного комплексу обладнання, матеріалів та технологій, а й швидкою та точною діагностикою.

Література

1 Басаргин Ю.М., Макаренко П.П., Мавромати В.Д. Ремонт газовых скважин. – М.: Недра, 1998. – 269 с.

2 Басаргин Ю.М., Булатов А.И., Проселков Ю.М. Ослождения и аварии при бурении нефтяных и газових скважин. – М.: Недра, 2000. – 678 с.

3 Садовничий В.А. Теория операторов: Учеб пособие для вузов. – 3-е изд. – М.: Высш. шк., 1999. – 368 с.

4 Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1976. – 448 с.

5 Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Учеб. для втузов. – Том 2. М.: Наука, 1972. – 576 с.

6 Каплан И.,А. Практические занятия по высшей математике. – Харьков: 1966, часть IV. – 236 с.