

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ СИЛ ПРИТИСКАННЯ ОПОР НЕОРІЄНТОВАНИХ КНБК ДО СТІНОК СВЕРДЛОВИНИ

I. I. Чудик

ІФНТУНГ, 76019, Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 45560,
e-mail: chudoman@ukr.net

Приводится способ исследования и расчета компоновок низа бурильной колонны с учетом кривизны ее элемента в верхней точке прилегания к стенке скважины. Математическая модель описывает как опорные так и безопорные конструкции компоновок. В данном направлении ведутся дальнейшие исследования.

In this publication there is the way of researching and calculating of the low part of the drill column, where the curvature of its part at the upper point of contacting with the side of hole is taken into account. The mathematical model shows the supporting structure and non-supporting ones of the drill column. The researches of these continue even now.

На сьогодні актуальною проблемою буріння спрямованих свердловин є розробка і використання ефективних компоновок низу бурильної колони (КНБК). У процесі поглиблення вибою переважно використовуються неорієнтовані КНБК, проектування яких виконуються трьома способами:

- **практичним** (на основі побудови емпіричних залежностей, побудованих за даними попередньо пробурених свердловин). Використання цього способу для проектування КНБК складне, потребує багато часу і є неекономічним;

- **теоретичним** (на основі розрахунку аналітичних моделей КНБК). Він є найкращим для проектування різних конструкцій КНБК й описується в наступних роботах: [1-7, 9, 12 та ін.];

- **експериментальним** (на основі проведення лабораторних і промислових експериментальних досліджень на моделях КНБК) [8 та ін.].

Найбільшу перевагу на сьогодні віддають другому способу, як найдешевшому й універсальному і при цьому використовують:

- 1) метод диференціальних рівнянь пружної осі КНБК [1, 3, 5, 7, 10 та ін.];

- 2) методи розрахунку балочної моделі КНБК та трьох моментів [4];

- 3) енергетичний метод розрахунку потенціальної енергії деформації КНБК [2, 6, 9].

Серед них найбільш поширеним на практиці є перший. Для його реалізації задаються відповідними рівняннями та граничними умовами, які описують положення осі КНБК на долоті й опорах, у місцях спряження окремих ділянок різної ваги і жорсткості на згин та у верхній точці контакту компоновки зі стінкою свердловини.

В процесі буріння застосовують різні конструкції КНБК, але бажаного результату досягнути вдається не завжди через недосконалість, зумовлену великим об'ємом теоретичних припущень під час проектування. Останні дослідження [5, 7, 10 та ін.] одно- і двоопорних КНБК довели, що деталізація їх розрахункових схем шляхом врахування елементів малої дов-

жини (із власними значеннями жорсткості й ваги) та особливостей взаємодії опорно-центруючих елементів (ОЦЕ) зі стінками свердловини при побудові математичної моделі значною мірою підвищила точність результатів. Проте, незважаючи на ряд введених вдосконалень до підходу щодо реалізації аналітичної моделі компоновок, існує необхідність уточнення граничних умов взаємодії їх елементів із стінками свердловини з метою підвищення ефективності вибору конструкції КНБК.

Розрахункова схема будь-якої неорієнтованої компоновки є стрижневою системою, яка складається з ділянок різної власної ваги, жорсткості, геометричних розмірів, може включати ОЦЕ, що і визначають положення осі КНБК у свердловині. При цьому її вісь набуває форми, обумовленої радіальними проміжками між опорами та стінками гірничої виробки. Для безопорної КНБК, розташованої у прямолінійному стовбурі свердловини (рис. 1), її вісь описується диференціальним рівнянням (1) [1, 3, 5, 7, 10]:

$$EI_1 y_1''(x_1) = -P y_1(x_1) + Q x_1 + \frac{q_1 x_1^2 \sin(\alpha)}{2}, \quad (1)$$

де: P, Q – осьове навантаження та відхиляюче зусилля на долоті;

EI_1, q_1 – жорсткість на згин та вага погонного метра елементів КНБК;

α – зенітний кут нахилу осі свердловини.

Для даної розрахункової схеми характерними будуть такі граничні умови:

$$x_1 = 0, y_1(0) = 0. \quad (2)$$

$$x_1 = l_1, y_1(l_1) = r, y_1'(l_1) = 0, y_1''(l_1) = 0,$$

де: l_1 – довжина ділянки КНБК від опори до верхньої точки контакту із стінкою свердловини;

r – радіальний проміжок між осями свердловини і КНБК у верхній точці контакту із стінкою.

Зважаючи на синусоїдоподібну форму нижньої частини бурильної колони під впливом різноманітних чинників [11], нульове значення згинаючого моменту у верхній точці контакту КНБК із стінкою свердловини не відповідає

дійсності внаслідок пружних властивостей зігнутої ділянки (півхвилі згину) довжиною L_i та радіусом викривлення R_{nx_i} (рис. 2).

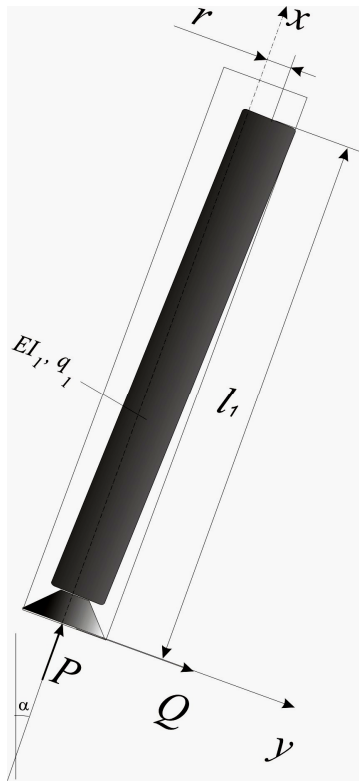


Рисунок 1 – Розрахункова схема безопорної КНБК

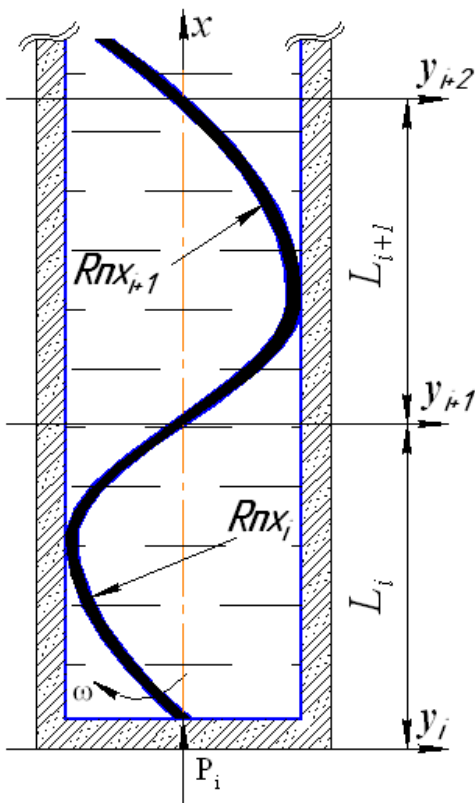


Рисунок 2 – Схема взаємодії бурильної колони із стінками свердловини

Згинаючий момент, утворений півхвилею згину бурильної колони довжиною L_i та радіусом викривлення R_{nx_i} , описується такою залежністю:

$$M(x) = \frac{EI_i}{R_{nx_i}} = EI_i y_i''(x_i). \quad (3)$$

Визначення радіуса викривлення півхвилі згину нижньої частини бурильної колони є складною задачею, але для наближених розрахунків можна використовувати таку залежність [11]:

$$R_{nx_i} = \frac{\left[\frac{L_i}{2}\right]^2 + r_i^2}{2 \cdot r_i}. \quad (4)$$

Окремі дослідження впливу згинаючого моменту на форми рівноваги неорієнтованих КНБК у стовбурі свердловини, наведені в науковій праці [10], встановили суттєву значимість його кривини для сил притискання долота і ОЦЕ до стінок свердловини. Зважаючи на те, що радіус кривини півхвиль згину у стиснутій частині бурильної колони є меншим, ніж радіус самого стовбура свердловини [11], вплив згинаючого моменту в точці відриву КНБК від стінки свердловини є очевидним, і тому для вирішення даної задачі у верхній частині компоновки характерними будуть наступні граничні умови:

$$\begin{aligned} x_n &= l_n, \quad y_n(l_n) = r_n, \\ y_n^I(l_n) &= 0, \quad y_n^{II}(l_n) = \frac{-1}{R_{nx_n}}. \end{aligned} \quad (5)$$

На основі досліджень [5, 10] з метою вдосконалення розрахунково-аналітичного методу проектування неорієнтованих компонок, доцільно використати поетапний підхід із врахуванням особливостей їх конструкцій та умов взаємодії ОЦЕ зі стінками свердловини шляхом поетапного збільшення кількості опор. Для цього розрахунок поділяється на три етапи. На першому – розглядається безопорна компоновка, зображена на рис. 1. Із врахуванням рівняння (1) та граничних умов (5) визначаються Q і l_i та функція прогину осі КНБК (для визначення місця встановлення ОЦЕ, забезпечивши його функціональне призначення). Другий етап використовується вже для КНБК з одним центратором, взаємодія якого зі стінками свердловини точно визначена.

Згідно з наведеною розрахунковою схемою (рис. 3) для ділянок AB, BC, CD і DE характерними будуть диференціальні рівняння (1) і (6-8):

$$\begin{aligned} EI_2 y_2^{II}(x_2) &= -[P - q_1 l_1 \cos(\alpha)] y_2(x_2) + \\ &+ Q(l_1 + x_2) + \left(\frac{q_1 l_1^2}{2} + q_1 l_1 x_2 + \frac{q_2 x_2^2}{2} \right) \sin(\alpha); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 EI_3 y_3''(x_3) = & - \left[P - \sum_{i=1}^2 q_i l_i \cos(\alpha) \right] y_3(x_3) + \\
 & + Q \left(\sum_{i=1}^2 l_i + x_3 \right) - R_2 x_3 + \quad (7) \\
 & + \left(\sum_{i=1}^2 \frac{q_i l_i^2}{2} + x_3 \sum_{i=1}^2 q_i l_i + q_1 l_1 l_2 + \frac{q_3 x_3^2}{2} \right) \sin(\alpha); \\
 EI_4 y_4''(x_4) = & - \left[P - \sum_{i=1}^3 q_i l_i \cos(\alpha) \right] y_4(x_4) + \\
 & + Q \left(\sum_{i=1}^3 l_i + x_4 \right) - R_2 (l_3 + x_4) + \left(\sum_{i=1}^3 \frac{q_i l_i^2}{2} + \quad (8) \\
 & + x_4 \sum_{i=1}^3 q_i l_i + q_1 l_1 \sum_{i=2}^3 l_i + q_2 l_2 l_3 + \frac{q_4 x_4^2}{2} \right) \sin(\alpha).
 \end{aligned}$$

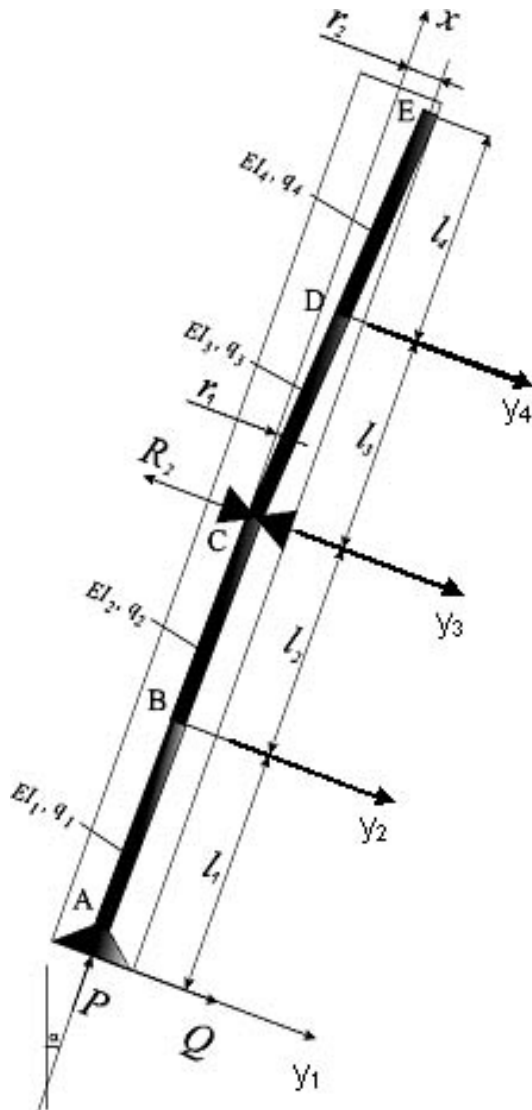


Рисунок 3 — Розрахункова схема одноопорної КНБК

При вирішенні поставленої задачі для одноопорних КНБК приймаємо такі граничні умови:

$$\begin{aligned}
 x_1 = 0, y_1(0) = 0; \\
 x_1 = l_1, x_2 = 0, y_1(l_1) = y_2(0), \\
 y_1'(l_1) = y_2'(0); \\
 x_2 = l_2, x_3 = 0, y_2(l_2) = r_1, y_3(0) = r_1, \\
 y_2'(l_2) = y_3'(0); \quad (9) \\
 x_3 = l_3, x_4 = 0, y_3(l_3) = y_4(0), \\
 y_3'(l_3) = y_4'(0); \\
 x_4 = l_4, y_4(l_4) = r_2, \\
 y_4'(l_4) = 0, y_4''(l_n) = \frac{-1}{R_{nx_n}}.
 \end{aligned}$$

Згідно з наведеними граничними умовами отримуємо систему рівнянь, у результаті розрахунку якої визначаємо невідомі величини Q, R_2 (реакція на ОЦЕ), l_4 та постійні інтегрування. Отримані значення дають можливість визначити місце встановлення та діаметр наступного ОЦЕ між долотом і першим центратором, забезпечивши його взаємодію із стінкою свердловини і перехід до третього етапу розрахунку. При цьому для неорієнтованої КНБК, яка складається з шести ділянок, характерною буде розрахункова схема, зображена на рис. 4. Для дослідження сил взаємодії елементів компоновки з вибоєм та стінками свердловини за даною схемою характерними є диференціальні рівняння пружної осі бурильної колони (1), (6-8), (10), (11) та відповідні граничні умови (12):

$$\begin{aligned}
 EI_5 y_5''(x_5) = & - \left[P - \sum_{i=1}^4 q_i l_i \cos(\alpha) \right] y_5(x_5) + \\
 & + Q \left(x_5 + \sum_{i=1}^4 l_i \right) - R_1 x_5 - R_2 \left(x_5 + \sum_{i=3}^4 l_i \right) + \quad (10) \\
 & + \left(\sum_{i=1}^4 \frac{q_i l_i^2}{2} + l_3 \sum_{i=1}^2 q_i l_i + l_4 \sum_{i=1}^3 q_i l_i + \right. \\
 & \left. + x_5 \sum_{i=1}^4 q_i l_i + q_1 l_1 l_2 + \frac{q_5 x_5^2}{2} \right) \sin(\alpha); \\
 EI_6 y_6''(x_6) = & - \left[P - \sum_{i=1}^5 q_i l_i \cos(\alpha) \right] y_6(x_6) + \\
 & + Q \left(x_6 + \sum_{i=1}^5 l_i \right) - R_1 (x_6 + l_5) - R_2 \left(x_6 + \sum_{i=3}^5 l_i \right) + \\
 & + \left(\sum_{i=1}^5 \frac{q_i l_i^2}{2} + l_3 \sum_{i=1}^2 q_i l_i + l_4 \sum_{i=1}^3 q_i l_i + x_6 \sum_{i=1}^5 q_i l_i + \quad (11) \\
 & + l_5 \sum_{i=1}^4 q_i l_i + q_1 l_1 l_2 + \frac{q_6 x_6^2}{2} \right) \sin(\alpha);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &x_1 = 0, y_1(0) = 0; \\
 &x_1 = l_1, x_2 = 0, y_1(l_1) = y_2(0), \\
 &\quad y_1^I(l_1) = y_2^I(0); \\
 &x_2 = l_2, x_3 = 0, y_2(l_2) = r_1, y_3(0) = r_1, \\
 &\quad y_2^I(l_2) = y_3^I(0); \\
 &x_3 = l_3, x_4 = 0, y_3(l_3) = y_4(0), \\
 &\quad y_3^I(l_3) = y_4^I(0); \\
 &x_4 = l_4, x_5 = 0, y_4(l_4) = r_2, y_5(0) = r_2, \\
 &\quad y_4^I(l_4) = y_5^I(0); \\
 &x_5 = l_5, x_6 = 0, y_5(l_5) = y_6(0), \\
 &\quad y_5^I(l_5) = y_6^I(0); \\
 &x_6 = l_6, y_6(l_6) = r_3, \\
 &\quad y_6^I(l_6) = 0, y_6^{II}(l_6) = \frac{-1}{R_{nxn}}.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

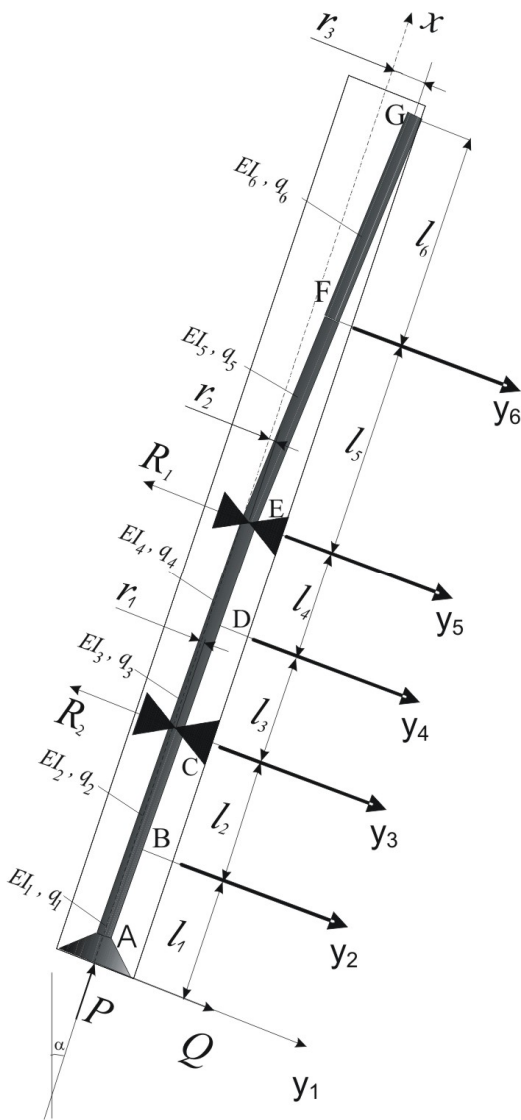


Рисунок 4 — Розрахункова схема двоопорної КНБК

Згідно з наведеними граничними умовами також складається система рівнянь, у результаті розрахунку якої визначаються невідомі величини Q, R_1, R_2, l_6 та постійні інтегрування.

У нижній частині бурильної колони, внаслідок дії великих осьових навантажень на долото під впливом відцентрових сил під час обертання, руху бурового розчину та ін., довжина півхвилі згину в верхній точці відриву КНБК від стінки свердловини для ОБТ 146 знаходиться в межах 10 – 25 м [11]. На основі залежності (4), отримано графік зміни радіуса викривлення півхвиль згину бурильної колони для різних значень її довжин та радіальних проміжків r_i . З метою встановлення впливу радіуса її викривлення вище точки G (рис. 5) на статичні характеристики взаємодії елементів неорієнтованих КНБК із вибоєм та стінками свердловини було проведено розрахунок одно-, дво- і безопорних конструкцій компоновок, типорозміри яких наведено в таблиці 1.

Згідно з графічною залежністю (рис. 5) та даних таблиці 1 при $r = 22$ мм, радіуси викривлення півхвилі згину за роторного способу буріння для ОБТ знаходяться в діапазоні 2200–3500 м при $L=10-25$ м.

На основі результатів проведених досліджень, отримано низку висновків.

1. За рахунок згинаючого моменту, зумовленого кривиною ОБТ (рис. 6, 7), відхиляюче зусилля на долоті змінює свої значення для всіх конструкцій компоновок. За $2200 < R_{nx} < 3500$ м відзначено суттєві зміни Q , незалежно від місця встановлення ОЦЕ та осьового навантаження на долото. Радіус викривлення стовбура свердловини від 3500 м і більше мало впливає на зміну статичних характеристик взаємодії долота із вибоєм та стінками свердловини для наведених конструкцій КНБК. Причому для всіх конструкцій КНБК (рис. 6, 7) зміна P з 100 до 200 кН викликає значно менший вплив на відхиляюче зусилля на долоті, ніж кривина півхвилі згину вище розташованого ОБТ над діючою частиною компоновки.

2. Викривлення бурильної колони у верхній частині КНБК зумовлює збільшення реакції на центраторі для одноопорної компоновки (рис. 8, 1-3) та для двоопорної – на верхньому (рис. 8, 4-5) до 30% (для використаних вихідних даних). Меншою мірою кривина півхвилі згину впливає на силу притискання нижнього центратора (для двоопорної КНБК), але все ж таки змінює R_2 на величину 10%. Це може стати чинником інтенсифікації процесу каверноутворення з відомим механізмом зародження виробок на стінках свердловини [12].

3. Поява кавернозності стовбура свердловини негативно впливає на поведінку низу бурильної колони, сприяючи збільшенню радіального проміжку і зменшенню радіуса викривлення півхвилі згину (рис. 5). А це викликає подальше зростання реакції на ОЦЕ, який розташований найдалі від долота за незмінного осьового навантаження на долоті. Внаслідок цього відбувається посилення втискання центратора у стовбур свердловини і децентрація

Таблиця 1 – Вихідні дані для розрахунку КНБК

Тип КНБК	Кількість ОЦЕ, шт	$D_{\text{дол}}$, мм	$D_{\text{ОЦЕ}}$, мм	ОБТ 146	Відстань між долотом і ОЦЕ, м	$P, \times 10^4$ Н	α , град
Безопорна	–	190,5	–	$EI=10600$ кНм^2 $q=1500$ Н/м	–	10; 15; 20	1
Одноопорна	1		190		5; 7; 9	10	1
Двоопорна	2		190/190		8 / 26	10; 20	5

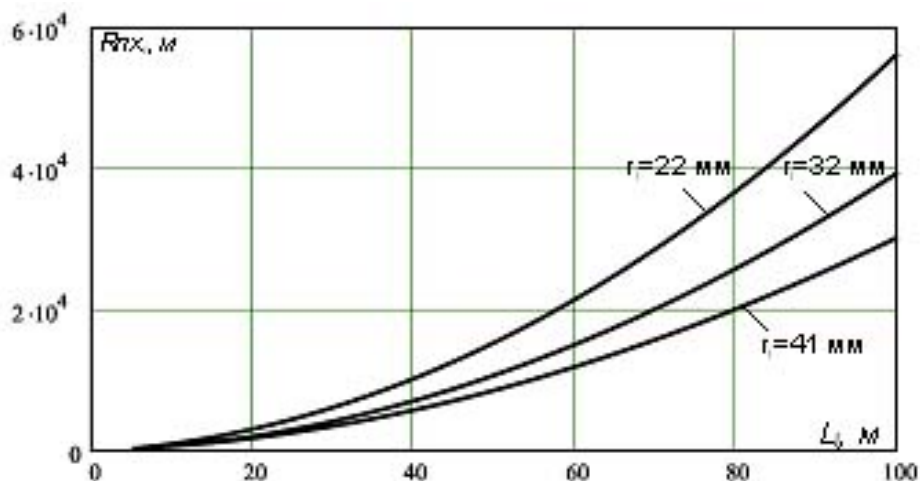
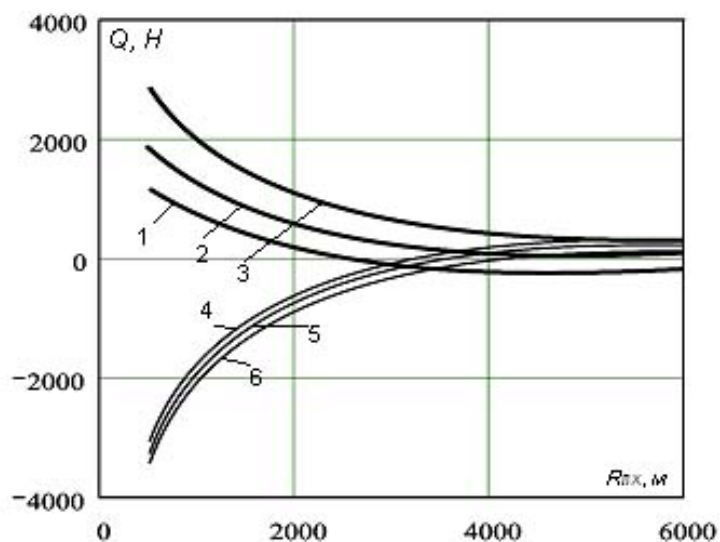


Рисунок 5 – Залежність радіуса викривлення півхвилі згину бурильної колони від її довжини і радіального зазору r_i



Одноопорні: 1 – $l_{\text{ОЦЕ}} = 9$ м, 2 – $l_{\text{ОЦЕ}} = 7$ м, 3 – $l_{\text{ОЦЕ}} = 5$ м,
Безопорні: 4 – $P_{\text{дол}} = 200$ кН, 5 – $P_{\text{дол}} = 150$ кН, 6 – $P_{\text{дол}} = 100$ кН

Рисунок 6 – Залежність відхиляючого зусилля на долоті від радіуса викривлення півхвилі згину бурильної колони у верхній частині КНБК

КНБК загалом. Дане явище викликає зміну відхиляючої сили Q , і в реальних умовах буріння є причиною втрати проектного профілю.

4. Врахування під час проектування неорієнтованих КНБК синусоїдоподібної форми нижньої частини бурильної колони суттєво вносить уточнення в математичну модель розраху-

нку сил взаємодії їх опор із стінками свердловини та забезпечує проектування вдосконалених конструкцій компоновок, уточнення методів розрахунку сил опору обертання труб за роторного способу буріння та затрат енергії при цьому.

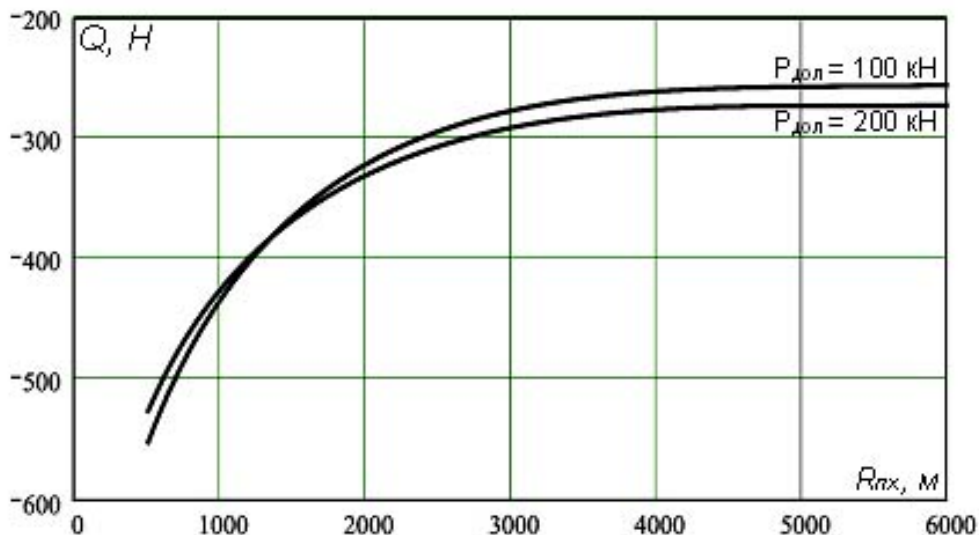
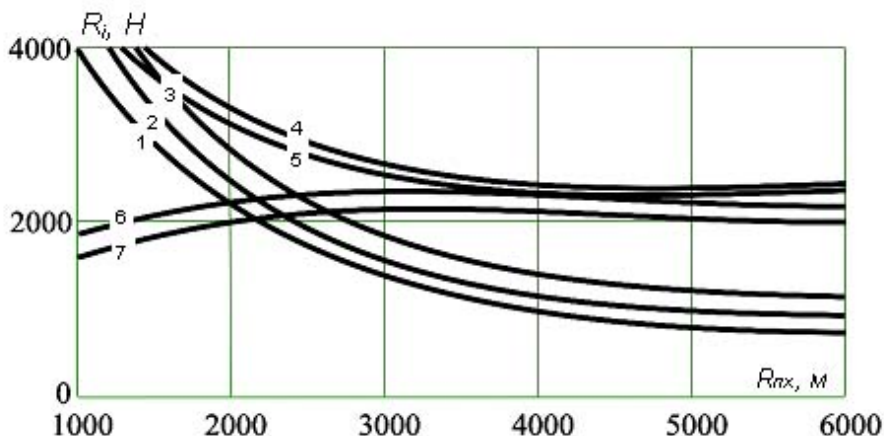


Рисунок 7 – Залежність відхиляючого зусилля на долоті від радіуса викривлення півхвилі згину бурильної колони у верхній частині двоопорної КНБК



Одноопорні: 1 – $l_{ОЦЕ} = 9$ м, 2 – $l_{ОЦЕ} = 7$ м, 3 – $l_{ОЦЕ} = 5$ м,
 Двоопорні: 4 – R_1 при $P_{дол} = 100$ кН, 5 – R_1 при $P_{дол} = 200$ кН, 6 – R_2 при $P_{дол} = 100$ кН,
 7 – R_2 при $P_{дол} = 200$ кН

Рисунок 8 – Залежність реакцій на центраторах від радіуса викривлення півхвилі згину бурильної колони у верхній частині КНБК

Література

1 Работа бурильной колонны в скважине / Б.З.Султанов, Е.И.Ишемгузин, М.Х.Шаммасов, В.Н.Сорокин. – М.: Недра, 1973. – 217 с.
 2 Герцберг Ю.М., Чарков В.Д., Никитин Б.А. Исследование работы сложных компоновок низа бурильной колонны методом динамического программирования. // Нефтяное хозяйство. – 1982. – № 4. – С. 21–23.
 3 Григулецкий В.Г., Лукьянов В.Т. Проектирование компоновок нижней части бурильной колонны. – М.: Недра, 1990. – 304 с.
 4 Гулизаде М.П., Кауфман Л.Я., Сушон Л.Я. Методика расчета интенсивности искривления ствола наклонной скважины. – Тюмень: Тюменское кн. издательство, 1987. – 150 с.
 5 Івасів В.М., Чудик І.І., Козлов А.В., Глушич В.Г. Розрахунок компоновок низу буриль-

ної колони (КНБК) з двома центраторами // Науковий вісник ІФНТУНГ. – 2002. – № 2(3). – С. 15–16.
 6 Івасів В.М., Чудик І.І., Моргулець І.М., Пушкар П.В. Спосіб розрахунку компоновок низу бурильної колони // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2003. – № 1(6). – С. 118–121.
 7 Воевидко І.В., Чудик І.І., Лев О.М. Метод проектування неорієнтованих компоновок низа бурильної колони // Стrojительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. – 2002. – № 11. – С. 17–19.
 8 Крижанівський Є.І., Чудик І.І., Яворський М.М., Івасів В.М. Експериментальні дослідження на моделях компоновок низу бурильної колони // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2003. – № 4(9). – С. 121–123.

9 Івасів В.М., Чудик І.І., Артим В.І., Яворський М.М. Метод визначення стійкості неорієнтованих КНБК з двома ОЦЕ // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2004. – № 2(11). – С. 20–24.

10 Чудик І.І., Козлов А.А. Вплив кривини стовбура свердловини на статичні форми рівноваги неорієнтованих КНБК // Науковий вісник ІФНТУНГ. – № 1(13). – 2006. – С. 50–54.

11 Сароян А.Е. Теория и практика работы буровой колонны. – М.: Недра, 1990. – 264 с.

12 Чудик І.І., Юрич А.А., Козлов А.А. Врахування каверно- і жолобоутворення при проектуванні неорієнтованих КНБК // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2007. – № 2(23). – С. 45–50.

УДК 622.323

ЗАСТОСУВАННЯ РЯДІВ ФУР'Є ТА ІНТЕГРАЛА ФУР'Є У НАФТОГАЗОВІЙ ПРОМИСЛОВОСТІ

Л.І.Криштона, С.І.Криштона, С.Я.Петрів

ІФНТУНГ, 76019, Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42123,
e-mail: r e t e s @ m a i l . r u

Стаття посвячена перспективам применения формул гармонического анализа в нефтегазовой промышленности. Предложена и разработана математическая модель с использованием рядов Фурье (для периодических процессов) и интегралов Фурье (для непериодических процессов) для создания программного обеспечения для диагностической аппаратуры. Обоснована актуальность исследований по использованию преобразований Фурье при ремонте нефтегазового оборудования во время создания аварийных ситуаций на буровых.

The article is devoted to the prospects of application of formulas of harmonic analysis in oil and gas industry. Mathematic model with the use of the Fourier (for batch processes) rows and the Fourier (for no batch processes) integrals for creation of software for a diagnostic apparatus is offered and developed. Actuality of researches on the use of the Fourier transformations at repair of oil and gas equipment during creation of emergency situations on drilling options is grounded.

Немає жодної галузі математики, якою б абстрактною вона не була, яка коли-небудь не буде застосованою до явищ навколишнього світу. Гармонічний аналіз широко застосовується у техніці. Найчастіше він застосовується в електротехніці, в автомобільній промисловості, у медицині. У даній статті розкриваються перспективи його застосування у нафтогазовій промисловості.

Збільшення глибини буріння свердловин, геологічні умови сучасного буріння на нафту та газ, наявність у розрізі проникних пластів з аномально високим або низьким пластивим тиском диктують необхідність постійного удосконалення не лише технології буріння та нафтогазового обладнання, але й попередження аварійних ситуацій та удосконалення діагностування несправностей деталей, їхніх вузлів, механізмів, агрегатів тощо. Навіть у випадку використання сучасних досягнень у галузі конструювання та технології спорудження свердловин, не вдається уникнути ускладнень, що перешкоджають швидкісному та ефективному бурінню. Тому сучасний інженер повинен вміти успішно бурити свердловину, усвідомлюючи, що всі ускладнення можна побороти, якщо створити на базі відомих методів гармонічного аналізу програмне забезпечення для діагностування аварій, поломок, збоїв.

Для будь-якої функції, визначеної на якось скінченному інтервалі, що задовольняє умовам Діріхле, а саме: 1) якщо функція має скінчену кількість точок розриву 1-го роду; 2) якщо функція має скінчену кількість екстремумів; 3) якщо існує скінченна границя значень функції на її лівому та правому кінці, можна знайти відповідний ряд Фур'є:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega_n x + b_n \sin \omega_n x), \quad (1)$$

$$\text{де: } a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \omega_n x dx,$$

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \omega_n x dx \quad \text{– коефіцієнти ряду}$$

Фур'є,

$$\omega_n = \frac{\pi n}{l} \quad \text{– частота } n\text{-ї гармоніки.}$$

У комплексній площині маємо:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i\omega_0 n x},$$

$$C_n = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) e^{-i\omega_0 n x} dx, \quad \omega_0 = \frac{\pi}{l}. \quad (2)$$