

УДК 621.121.089.6

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ШВИДКОСТЕЙ ПОТОКУ В КІЛЬЦЕВОМУ СІЧЕННІ ТУРБІННОГО ЛІЧИЛЬНИКА ГАЗУ

© Воциньський В. В., 2000
СКБ ЗА, м. Івано-Франківськ

Приведені результати дослідження математичної моделі швидкостей потоку в кільцевому січенні турбінного лічильника газу при ламінарному і турбулентному режимах. Отримані ствердуючі експериментальні результати про доцільність застосування логарифмічного закону розподілу швидкостей в кільцевому січенні лічильника при турбулентному русі газу.

Створення математичної моделі потоків в кільцевому січенні турбінного лічильника газу є актуальною задачею незважаючи на велику кількість наукових робіт в цій області. Від її вирішення залежать результати конструкторських робіт по розробці лічильників газу з похибкою, меншою від одного відсотка і розширеним діапазоном вимірювання.

Відомі роботи [1...3] присвячені вирішенню близької по суті задачі. В [1, 2] досліджувались перетони в кільцевому каналі поршневої витратомірної установки, де поршень переміщається вздовж своєї осі. При цьому використовувалися рівняння Нав'є-Стокса в циліндричних координатах із значними спрощеннями для ламінарної течії. Базуючись на теорії [3] авторами [1] зроблена спроба оцінити похибку витратоміра в залежності від епюри швидкості потоку в кільцевому каналі. Авторами [4] швидкість потоку приймається як постійна величина, а в [5] рекомендована її емпірична степенева залежність.

Метою даної роботи є розробка математичної моделі швидкості потоків в кільцевому січенні турбінного лічильника газу.

Для вирішення цієї задачі використаємо таке рівняння Нав'є-Стокса [6, 7] в циліндричних координатах:

$$V_z \frac{dV_z}{dz} + V_r \frac{dV_z}{dr} = \frac{-1}{\rho} \frac{dP}{dz} + \nu \frac{d^2 V_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV_z}{dr}, \quad (1)$$

де V – швидкість руху газу, r – миттєве значення радіуса в кільцевому січенні, ν – кінематична в'язкість газу, dp/dz – градієнт тиску в кільцевому каналі, z – осьова координата, ρ – густина газу. Якщо врахувати, що радіальна складова V значно менша осової складової, то виразом $V_z(dV_z/dr)$ можна знехтувати і рівняння (1) тоді прийме такий вид:

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} = \frac{1}{\mu} \frac{dP}{dz}, \quad (2)$$

де μ – коефіцієнт динамічної в'язкості.

Враховуючи сили в'язкого тертя, граничні умови будуть такими: при $r=R_1$ $V=0$; при $r=R_2$ $V=0$. В такому випадку, розв'язуючи рівняння (2), отримаємо закон розподілу швидкості в кільцевому січенні:

$$V_z = -\frac{1}{4\mu} \frac{dP}{dz} \left[(R_2^2 - R_1^2) \left(\ln \frac{r}{R_1} / \ln \frac{R_2}{R_1} \right) - (r^2 - R_1^2) \right], \quad (3)$$

де $dP/dz = const$. Але спрощення рівняння (1) шляхом знехтування параметром $V_z(dV_z/dz)$ вносить суттєві похибки при визначенні епюри швидкостей. Тому, враховуючи всі параметри, розв'язок рівняння (1) буде таким:

$$V_z = \frac{R_1^2}{8\mu} \frac{dp}{dz} \left(2 - \frac{1 - \frac{R}{R_1}}{\frac{R_2}{R_1} \ln \frac{R_2}{R_1}} \left(\frac{r^2}{R_1^2} - \frac{(R_2/R_1)^2 - 1}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln \left(\frac{r}{R_1} - 1 \right) \right) \right). \quad (4)$$

Врахуємо в залежності швидкості турбулентного потоку, отриманої для круглих труб [6], параметри кільцевого січення. Тоді вираз для V_z прийме такий вид:

$$V_z = \frac{V_*}{R} \ln \left[(e^k - 1) \frac{R_2 - r}{\delta_*} + 1 \right], \quad (5)$$

де $K=0,417$ – коефіцієнт, який відображає зв'язок між пульсаціями і швидкістю в турбулентному потоці; V_* – динамічна швидкість; δ_* – товщина поверхневого шару. При рівномірному турбулентному русі динамічна швидкість визначається за формулою $V_* = \sqrt{\lambda} \cdot V_{cp} / (2\sqrt{2})$, де V_{cp} – середнє значення швидкості потоку, λ – коефіцієнт втрат. Параметри λ і δ_* приведені в табл. 1, де ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості.

Вираз (5) дозволяє відобразити модель швидкості ламінарної течії в кільцевому каналі. Епюра швидкостей для кільцевого каналу зображена на рис. 1. Але отримані результати справедливі при

ламінарній течії, а в лічильниках газу течія, здебільшого, має турбулентний потік. Тому з метою дослідження турбулентних потоків в кільцевому сеченні спробуємо використати з деякими удоскона-

леннями напівемпіричну теорію турбулентних потоків Кармана [6, 7].

Таблиця 1 - Основні залежності параметрів λ і δ_* від числа Рейнольдса.

Число Рейнольдса, $Re = \frac{2V_{cp}(R_2 - R_1)}{\lambda}$	Коефіцієнт втрат λ	Товщина в'язкого шару δ_*
$2,3 \cdot 10^3 \dots 10^5$	$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$	$\delta_* = \frac{65(R_2 - R_1)}{Re \sqrt{\frac{0,3164}{Re^{0,25}}}}$
$>10^5$	$\lambda = 0,0032 + \frac{0,221}{Re^{0,273}}$	$\delta_* = \frac{65(R_2 - R_1)}{Re \sqrt{0,0032 + 0,221 Re^{-0,237}}}$

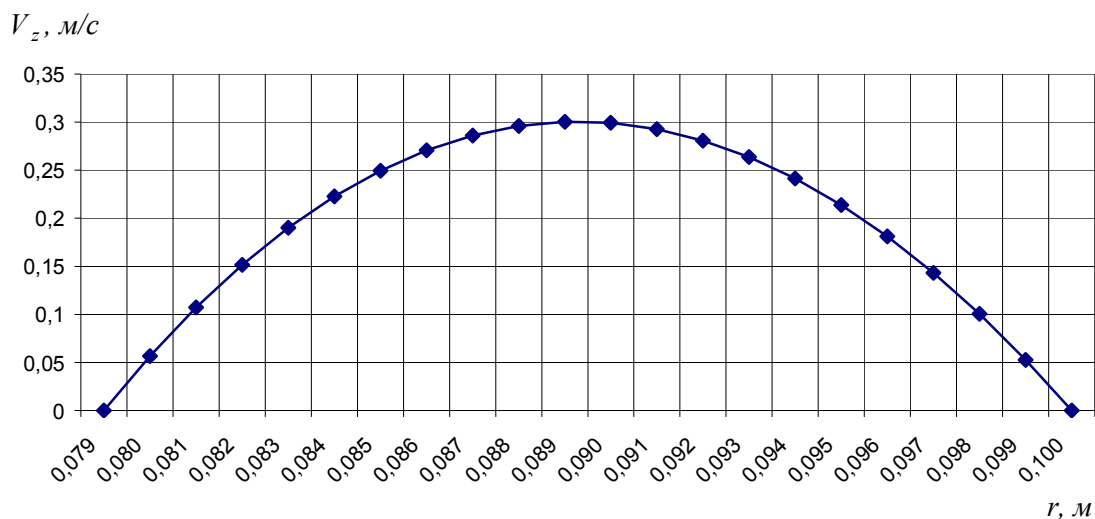


Рис. 1. Епюра швидкостей для кільцевого каналу при ламінарній течії.

Аналогічно, як і в попередньому випадку, в залежності для турбулентного потоку [7], отриманій для круглих труб, введемо параметри кільцевого сечення і отримаємо вираз

$$V_z = \frac{V_{cp} \sqrt{\lambda}}{2\sqrt{2}} 5,75 l q \left(\frac{R_2 - r}{\lambda} \cdot \frac{V_{cp} \sqrt{\lambda}}{2\sqrt{2}} \right) + 5,5. \quad (6)$$

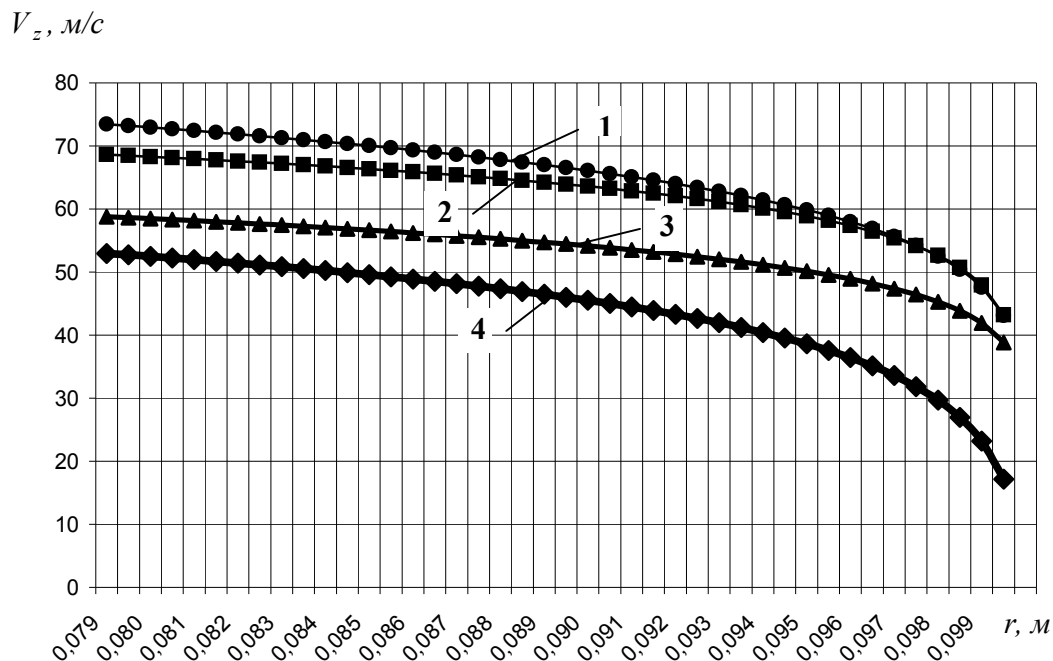
Деякі автори, наприклад [7], для визначення епюри швидкостей використовують степеневу залежність Кармана і для кільцевого сечення вона має такий вид:

$$V_z = V_{cp} K_1 \left(\frac{R_2 - r}{R_2 - R_1} \right)^{1/m}, \quad (7)$$

де $K_1 = 1,11 \div 1,21$; $m = f(Re)$ – показник степеневі залежності. Степеневу залежність (7) може бути записана в такому виді [7]:

$$V_z = 8,74 \frac{V_{cp} \sqrt{\lambda}}{2\sqrt{2}} \left[\frac{R_2 - r}{v} \cdot \frac{V_{cp} \sqrt{\lambda}}{2\sqrt{2}} \right]^{1/7}. \quad (8)$$

Автором проведений розрахунок епюри швидкостей потоку газу в кільцевому сеченні згідно отриманих залежностей (5...8) для лічильників газу з такими параметрами: витрата $Q=2500$ м³/год.; $K_1=0,079$ м; $K_2=0,1$ м; параметри вимірювального середовища: $\rho_0=1,2928$ кг/м³ – густина повітря при нормальних умовах ($T_0=293,15$ К; $P_0=101357$ Па), $\mu=1,75 \cdot 10^{-5}$ Па·с. Використовуючи метод гідродинамічного визначення швидкості потоку, застосувавши папірну трубку Пітто, автором отримані експериментальні дані, які добре співпадають із залежністю (6). Результати дослідження приведені на рис. 2. Ці результати підтверджують універсальність логарифмічного закону при визначенні епюри швидкості в кільцевому каналі турбінного лічильника газу.



1 - степенева функція (8), 2- логарифмічна функція (6),
3 - логарифмічна функція (5), 4 - степенева функція (7)

Рис. 2. Етюра швидкостей для кільцевого каналу при турбулентній течії.

Проведені теоретичні і експериментальні дослідження по створенню математичної моделі швидкостей потоку в кільцевому січнні турбінного лічильника дозволяють стверджувати, що залежність (6) з високою точністю співпадає з експериментальними даними для турбулентної течії, а залежність (4) - для ламінарної течії.

Це підтверджує можливість використання отриманої математичної моделі для створення і удосконалення високоточних лічильників газу.

ной установки для газа с неуплотненным цилиндрическим поршневым разделителем // Приборы и системы управления. - 1975. - № 11. - С. 22-24.
3. Дж. Хьюитт, И. Холл-Тейлор. Кольцевые двухфазные течения - М.: Энергия, 1974. - 407 с. 4. Бошняк Л. Л., Бызов Л. Н. Тахометрические расходомеры - М.: Машиностроение, 1968, 212 с. 5. Бобровников Г. Н., Камышев Л. А. Теория и расчет турбинных расходомеров. - М.: Изд-во стандартов, 1978. - 128 с. 6. Аleshko П. И. Механика жидкости и газа. - Харьков: Вища школа, 1988. - 320 с. 7. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. - М. Наука, 1973. - 847 с.

1. Расчет и конструирование расходомеров / Под ред. П. П. Кремлевского. - М.: Машиностроение, 1978. - 224 с. 2. Локотюш Б. Н., Бродин И. С., Праскова З. М. Исследование погрешности расходомер-