

МЕТОДИ ТА ПРИЛАДИ КОНТРОЮ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ

УДК 681.3

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ РОЗМІРНОСТЕЙ ДЛЯ ВСТАНОВЛЕННЯ ТОЧНИХ ФІЗИЧНИХ АНАЛОГІЙ

© Костишин В. С., 2000

Івано-Франківський державний технічний університет нафти і газу

Запропоновано використання принципів системно-техніки, зокрема, принципу фізичності для встановлення точних аналогій фазових змінних та компонент для моделювання підсистем різної фізичної природи.

Підвищення ефективності функціонування та оптимізація режимів складної технічної системи, якою є, зокрема, насосна станція з електроприводними насосними агрегатами, вимагає створення математичних моделей, здатних адекватно відобразити складні взаємозв'язані фізичні процеси в системі. Такі макрорівневі [1] моделі у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь можуть бути створені та досліджені на основі системного підходу та єдиної теорії кіл шляхом синтезу схем заміщення окремих підсистем вихідної системи.

Стратегія системного підходу передбачає на стадії аналізу поділ єдиної складної системи на п'ять основних підсистем (ПС) різної фізичної природи [1]:

електрична підсистема (ЕС);

механічна підсистема поступального руху (МСП);

механічна підсистема обертового руху (МСО);

гідралічна (пневматична) підсистема (ГС);

теплова підсистема (ТС).

Поведінка ПС характеризується парою фазових змінних (ФЗ), які мають відповідно "силовий", типу потенціалу (ФСЗ), та "швидкісний", типу потоку (ФШЗ), характер [1]. Історично склалася така ситуація, що найбільш поширеними ФЗ є:

ЕС $\Rightarrow (U, I)$ — відповідно напруга і струм;

МСП $\Rightarrow (F, v)$ — сила і швидкість;

МСО $\Rightarrow (M, \omega)$ — обертовий момент і кутова швидкість;

ГС $\Rightarrow (P, Q)$ — тиск і об'ємна витрата;

ТС $\Rightarrow (T, v_s)$ — температура та швидкість зміни ентропії [2].

ФЗ пов'язані між собою компонентними та топологічними рівняннями [1]. Компонентні рівняння (1...3) встановлюють зв'язок між різнорідними ФЗ, що відносяться до одного елемента ПС. Як правило, таких рівнянь є три і на макрорівні вони оперують відповідно з компонентами типу "опору (імпедан-

су)" R , "індуктивності" L та "ємності" C (базовою вибрана електрична ПС). Умовні графічні позначення компонент типу R , L , та C приведені на рис. 1.

$$R = \frac{\Phi CЗ}{\Phi ШЗ}, \tag{1}$$

$$L = \frac{\Phi CЗ}{d(\Phi ШЗ)/dt}, \tag{2}$$

$$C = \frac{\Phi ШЗ}{d(\Phi CЗ)/dt}. \tag{3}$$

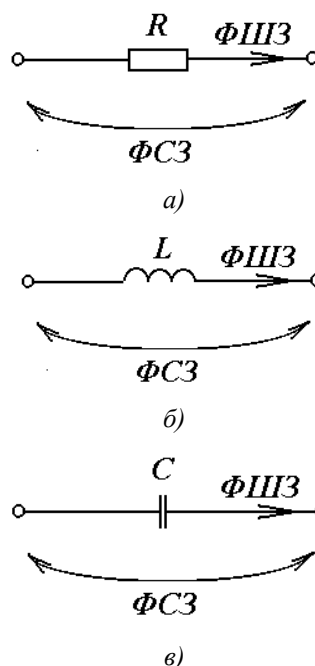


Рис. 3. Умовне зображення компонент R (а), L (б) і C (в).

Рівняння (1) для компоненти типу R відображає дисипацію енергії з ПС у довкілля, в той час як рівняння (2), (3) описують обмін енергією між компонентами типу L і C .

Топологічні рівняння рівноваги та неперервності, які базуються на законах Кірхгофа, встановлюють зв'язок між ФЗ різних елементів однієї ПС:

рівняння рівноваги (балансу) (перший закон Кірхгофа)

$$\sum_{k \in p} (\PhiШЗ)_k = 0. \quad (4)$$

де $(\PhiШЗ)_k$ — ФШЗ k -тої вітки, що належить p -тому вузлу графа ПС;

рівняння неперервності (другий закон Кірхгофа)

$$\sum_{j \in q} (\PhiСЗ)_j = 0, \quad (5)$$

де $(\PhiСЗ)_j$ — ФСЗ, яка діє на j -тій вітці, що входить в q -тий контур графа ПС.

Очевидно, що математичні моделі всіх вказаних ПС в першому наближенні описуються однаковоими алгебраїчними та лінійними диференціальними рівняннями (1)-(5). З другого боку, бурхливий розвиток електро- і радіотехніки призвів до більш повного дослідження електричних систем, що спричинило широке використання методів електро механічної, електрогідралічної, електроакустичної та інших аналогій для опису ПС іншої фізичної природи [1-4]. Застосування вказаних методів базується на систематичному переносі теорії електричних кіл в механіку, гідраліку (пневмоніку), та теплотехніку. При цьому основні електричні рівняння переходять у відповідні механічні, пневмо-гідралічні, та теплові співвідношення, що завжди виконуються і на основі яких можна складати колові схеми та аналізувати їх тими ж добре розвиненими методами, що і електричні кола [3].

Таким чином, базовою виберемо ЕС і відмітимо, що F, M, P та T , які відносяться до ФСЗ, можна трактувати аналогами електричної напруги U , в той час як ФШЗ v, ω, Q та v_s слід класифікувати як аналоги електричного струму I . Відповідні загальновідомі аналоги електричних компонент типу R, L, C для інших ПС також приведені в табл. 1. Тут:

Таблиця 1 - Загальноживані ФЗ та компонент типу R, L, C для ПС.

ФЗ та ПС компоненти	ЕС	МСП	МСО	ГС	ТС
ФСЗ	U	F	M	P	T
ФШЗ	I	v	ω	Q	v_s
R	R_{EC}	R_{MSP}	R_{MSO}	R_{GC}	R_{TC}
L	L_{EC}	L_{MSP}	L_{MSO}	L_{GC}	—
C	C_{EC}	C_{MSP}	C_{MSO}	C_{GC}	C_{TC}

ЕС $\Rightarrow (R_{EC}, L_{EC}, C_{EC})$ — відповідно електричний опір, індуктивність та ємність;

МСП $\Rightarrow (R_{MSP}, L_{MSP}, C_{MSP})$ — опір в'язкого тертя, інертність (рівна масі m) та гнучкість;

МСО $\Rightarrow (R_{MSO}, L_{MSO}, C_{MSO})$ — опір в'язкого тертя обертання, обертова інертність (рівна моменту інерції J) та обертова гнучкість;

ГС $\Rightarrow (R_{GC}, L_{GC}, C_{GC})$ — гідралічний опір, інертність та стисливість;

ТС $\Rightarrow (R_{TC}, —, C_{TC})$ — відповідно тепловий опір та теплоємність (компонента теплоіндуктивності відсутня [1]).

Однак аналіз сучасної технічної літератури показав, що в питанні вибору ФЗ та компонент типу R, L, C для ПС неелектричної природи відсутня єдина точка зору. Деякі автори трактують основними інші пари ФЗ, зокрема для ГС пари (P, G) — напір та масову витрату рідини чи газу [1]; (P, v) — тиск і швидкість [2], для ТС пару (T, Φ) — температуру та тепловий потік [1], а для МСП та МСО — відповідні інверсійні (дуальні) пари (v, F) та (ω, M) [1, 2] та інші. Таким чином виникає необхідність встановлення точних аналогів пари ФЗ ЕС (U, I) для інших ПС.

Для вирішення вказаної проблеми доцільно використати принципи системотехніки, закладені в основу створення, дослідження та використання складних систем [6], зокрема, принцип фізичності, що оперує з розмірностями фізичних величин.

Відомо [5, 6], що довільну систему фізичних одиниць можна звести до будь-яких двох. Якщо базовими вибрати довжину L і час T , то розмірність фізичної величини можна зобразити у вигляді $[L^x \cdot T^y]$, де $|x+y| \leq 3$ (тривимірний світ). Отримана система, яка дістала назву "кінематичної", дає змогу встановити точні аналоги ФЗ та компонент для ПС різної фізичної природи. Так, для визначення розмірності сили F запишемо перший закон Ньютона та закон всесвітнього тяжіння відповідно у вигляді співвідношення розмірностей

$$[F] = [m][a] = [k\zeta] \left[\frac{M}{c^2} \right], \quad (6)$$

$$[F] = [\gamma] \frac{[m_1][m_2]}{[l^2]} = \frac{[k\zeta][k\zeta]}{[M^2]}. \quad (7)$$

де m, m_1, m_2 — відповідно маси фізичних тіл; a — прискорення; l — відстань між тілами; γ — коефіцієнт пропорційності, який слід вважати безрозмірним [5, 6].

Привіряємо праві частини (6) та (7) і отримаємо розмірності маси і сили в кінематичній системі

$$[m] = [k\zeta] = \left[\frac{M^3}{c^2} \right] = [L^3, T^{-2}], \quad (8)$$

$$[F] = [m][a] = \left[\frac{M^3}{c^2} \right] \left[\frac{M}{c^2} \right] = \left[\frac{M^4}{c^4} \right] = [L^4, T^{-4}]. \quad (9)$$

нент типу R, L, C для ПС різної фізичної природи практично не співпадають між собою, що свідчить про їх очевидну неадекватність.

Як видно з табл. 2, отримані аналогічним способом розмірності загальновідомих ФЗ та компо-

Таблиця 2 - Розмірності загальноживаних ФЗ та компонент типу R, L, C для ПС різної фізичної природи у кінематичній системі одиниць.

	L^{-5}	L^{-4}	L^{-3}	L^{-2}	L^{-1}	L^0	L^1	L^2	L^3	L^4	L^5
T^{-5}											
T^{-4}								P		F	M, T
T^{-3}					$R_{ГC}$				$I, R_{МСП}$		$R_{МСO}, R_{ТС}$
T^{-2}					$L_{ГC}$			U	$L_{МСП}$		$L_{МСO}$
T^{-1}						ω, ν_S	G_{EC}		Q		
T^0							C_{EC}				
T^1					R_{EC}		ν				
T^2					L_{EC}						
T^3											
T^4	$C_{МСO}, C_{ТС}$		$C_{МСП}$				$C_{ГC}$				
T^5											

Однак розмірності величин, які вимірюються одним і тим же способом, повинні бути однаковими [6]. Так, сили взаємодії мають однакову розмірність незалежно від того, які фактори породжують ці сили: гравітація, електрична чи магнітна взаємодія. Зокрема, розмірності маси m , електричного заряду q_e та магнітної маси q_m повинні бути однаковими, а саме:

$$[m] = [q_e] = [q_m] = [L^3 T^{-2}]. \quad (10)$$

Аналогічно (див. табл. 3) будуть рівними розмірності сили електричного струму I (ЕС) та питомої (на одиницю довжини l) кількості руху $m\nu/l$ (МСП), масової витрати речовини mQ/V (ГC) та інш. Тут V — об'єм речовини.

Таблиця 3 - Точні аналоги ФЗ та компонент ПС.

	ЕС	МСП	МСO	ГC	ТС
ФСЗ	U	$\left(\frac{1}{m/l}\right)F$	$\left(\frac{1}{m}\right)M$	$\left(\frac{1}{m/V}\right)P$	$\left(\frac{1}{m}\right)T$
ФШЗ	I	$(m/l)\nu$	$(m)\omega$	$(m/V)Q$	$(m)\nu_S$
R	R_{EC}	$\left(\frac{l}{m}\right)^2 R_{МСП}$	$\left(\frac{1}{m}\right)^2 R_{МСO}$	$\left(\frac{l}{m/V}\right)^2 R_{ГC}$	$\left(\frac{1}{m}\right)^2 R_{ТС}$
L	L_{EC}	$\left(\frac{l}{m}\right)^2 L_{МСП}$	$\left(\frac{1}{m}\right)^2 L_{МСO}$	$\left(\frac{l}{m/V}\right)^2 L_{ГC}$	—
C	C_{EC}	$\left(\frac{m}{l}\right)^2 C_{МСП}$	$m^2 C_{МСO}$	$\left(\frac{m}{V}\right)^2 C_{ГC}$	$m^2 C_{ТС}$

Табл. 4 демонструє розмірності точних аналогів ФЗ та компонент ПС у кінематичній системі одиниць. Загальноживані та точні аналоги пов'язані між собою коефіцієнтом, який відображає відповідно масу m (МСО,ТС) або питому масу на одиницю довжини m/l (МСП) чи об'єму m/V (ГС) речовини.

Таблиця 4 - Розмірності точних аналогів ФЗ та компонент типу R, L, C та G для ПС різної фізичної природи у кінематичній системі одиниць.

	L^{-1}	L^0	L^1	L^2	L^3
T^3					I
T^2				U	
T^1			G		
T^0			C		
T^1	R				
T^2	L				

В свою чергу, перехід від прямої (основної) системи ФЗ (ФСЗ, ФШЗ) та компонент (R, L, C) до інверсійної (дуальної) системи аналогій (ФШЗ, ФСЗ) та (G, C, L) здійснюється таким чином з використанням одиничного коефіцієнта переходу n , розмірність якого співпадає з розмірністю компоненти опору R

$$[n]=[R]=[L^{-1}T^1];$$

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{1}{n}U, \\ U &= nI; \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{1}{n^2}R, \\ R &= n^2G; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{1}{n^2}L, \\ L &= n^2C. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

де G — провідність (величина обернена до опору R).

Використання точних електрогідравлічних аналогів ФЗ та компонент типу R, L, C дало змогу, зокрема, синтезувати схему заміщення відцентрової гідравлічної машини [7], отримати та проаналізувати її теоретичні робочі характеристики з позицій теорії кіл, яка історично посіла чільне місце в моделюванні режимів роботи електричних машин.

1. Системы автоматизированного проектирования: В 9 т. - М.: Высш. школа, 1986. - Т. 4: Математические модели технических объектов / В. А. Трудоношин, Н. В. Пивоварова / Под ред. И. П. Норенкова. - 160 с. 2. Баранов Л. Г., Макаров А. В. Структурное моделирование сложных динамических систем - К.: Наукова думка, 1986. - 272 с. 3. Ленк А. Электромеханические системы с сосредоточенными параметрами. - М.: Мир, 1981. - 283 с. 4. Хачатурян С. А. Волновые процессы в компрессорных установках. - М.: Машиностроение, 1983. - 265 с. 5. Шарп Дж. Гидравлическое моделирование. - М.: Мир, 1984. - 280 с. 6. Дружинин В. В., Которов Д. С. Системотехника. - М.: Радио и связь, 1985. - 200 с. 7. Костишин В. С. Моделирование режимів ідеалізованого відцентрового насоса на основі електрогідравлічної аналогії // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Сер. Нафтогазпромислове обладнання. - Вип. 34. - Івано-Франківськ, 1997. - С. 65-75.