УДК 532.529

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СЕДИМЕНТАЦІЙНО-ВІБРАЦІЙНОЇ РІВНОВАГИ АРМІТОРІВ КОМПОЗИЦІЙНОГО ЗУБКА ШАРОШКОВОГО ДОЛОТА

© Бугай Ю. М., Пітулей Л. Д., 2000
Міжнародний науково-технічний університет, м. Київ

© Феденчук Д. І., 2000
Івано-Франківський державний технічний університет нафти і газу

Побудована математична модель седиментаційно-вібраційної рівноваги армованого об'єму композиційного зубка шарошки бурового долота. Отримані технологічні параметри вібраційного армування, які забезпечують стабілізацію положення твердих частинок зміцнюючої фази в розплаві матриці. Проаналізовано вплив частоти вібрації на положення седиментаційної стійкості твердих частинок в розплаві хромонікелевої сталі.

Седиментація частинок дисперсної фази під дією сили тяжіння приводить до концентрування частинок в нижній частині ливарної форми, тому неможливо отримати однорідну структуру в дисперсній системі на початковій стадії технологічного процесу армування розплаву.

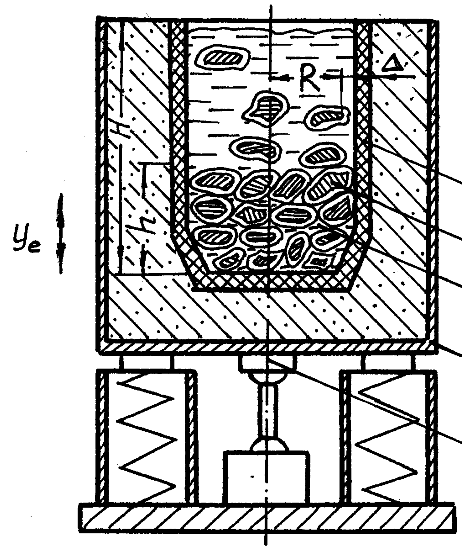
Як показали дослідження [1…4], з допомогою механічних коливань можливо забезпечити седиментаційно-вібраційну рівновагу твердих частинок [1, 2] і газових пухирців [3, 4] – першу основну умову забезпечення однорідності дисперсної системи.

Однак слід відмітити, що робіт по теоретичному дослідженню седиментаційно-вібраційної рівноваги арміторів в розплаві матриці зубків шарошки бурового долота немає. Тому теоретичне та експериментальне дослідження седиментаційно-вібраційної рівноваги арміторів в розплаві матриці є одним з основних актуальних питань створення композиційних матеріалів.

До накладання пружних коливань на розплав армітори в зоні двохфазного стану застигаючого розплаву матриці знаходяться в хаотичному стані, рухаючись до дна ливарної форми під дією сили тяжіння. Щоб керувати цим хаотичним накопиченням арміторів, визначити технологічні параметри седиментаційно-вібраційної рівноваги, необхідно побудувати математичну модель армованого розплаву, розв'язати її і проаналізувати отримані результати.

Аналогічно роботі [3] вводимо поруч з несучим суцільним "середовищем" – розплавом матриці – неперервне середовище твердих частинок, які переносяться розплавом.

Для дослідження седиментаційно-вібраційної рівноваги "середовища" твердих частинок у коливному стовпі розплаву матриці запропонована, як і в роботі [2], проста одномірна модель "середовища" арміторів (рис. 1).



1 – оболонкова форма; 2 – тугоплавкі арміторі; 3 – сплав – зв'язка – матриця; 4 – опока; 5 – вібратор
Рис. 1. Схема віброармування розплаву композиційного зубка шарошки бурового долота.

Розглянемо циліндричну ливарну форму, заповнену розплавом матриці, яка здійснює коливання у вертикальному напрямку (рис. 1).

Згідно розробленої авторами технології вібраційного армування зубків шарошки бурового долота в нижній частині ливарної форми повинно знаходитись накопичення твердих частинок, які повинні рівномірно розміщуватись в зоні армування зубка. Для виконання цієї умови необхідно в першу чергу забезпечити седиментаційно-вібраційну рівновагу арміторів зубка.

Згідно роботи [2] допустимо, що накопичення арміторів в розплаві матриці має форму циліндра з плоскими торцями. Припустимо, що між стінками ливарної форми і умовного циліндричною поверхнею накопичення твердих частинок існує мала щілина, через яку може проникати розплав матриці.

Положення армованого об'єму по відношенню до ливарної форми визначається відносною y_r та переносною y_e координатами.

Рівняння Лагранжа другого роду по відносній координаті приймає такий вигляд:

$$\frac{d}{dt}\cdot\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_r}-\frac{\partial T}{\partial y_r}=Q_{y_r}\ , \qquad (1)$$

де T - кінетична енергія системи, яка розглядається; $\dot{y}_r$ - відносна швидкість армованого розплаву матриці; Q_{y_r} - узагальнена сила, яка відповідає узагальненій координаті y_r.

Кінетична енергія даної системи визначається так:

$$T=T_1+T_2+T_3+T_4\,, \qquad (2)$$

де T_1 - кінетична енергія розплаву матриці під армованим об'ємом і над щілиною; T_2 - кінетична енергія розплаву матриці над армованим об'ємом; T_3 - кінетична енергія розплаву матриці, перетікаючого через щілину; T_4 - кінетична енергія армованого об'єму.

Знаходимо відповідні кінетичні енергії [5]:

$$T_1=\frac{\rho_1}{2}\left[\pi R^2 y_r+S(H-y_r-h)\right]\dot{y}_e^2;$$

$$T_2=\frac{\rho_1}{2}(\pi R^2 y_r+S)\cdot(H-y_r-h)(\dot{y}_r+\dot{y}_e)^2;$$

$$T_3=\frac{\rho_1}{2}hS(\dot{y}_e+U)^2; \qquad (3)$$

$$T_4=\frac{\rho_a h}{2}\pi R^2\cdot(\dot{y}_r+\dot{y}_e)^2,$$

де ρ_1 - густина хромо-нікелевої сталі, R - радіус армованого об'єму, ρ_a - густина армованого розплаву, S - площа щілини, H - висота зубка, h - висота армованого об'єму, $\dot{y}_e$ -переносна швидкість армованого об'єму, U - швидкість перетікання розплаву через щілину.

Залежність між швидкостями U і $\dot{y}_r$ має такий вид [3]:

$$U=\frac{\pi R^2}{S}\dot{y}_r\,. \qquad (4)$$

Підставивши рівняння (3) і (4) в рівняння (2), отримаємо такий вираз для кінетичної енергії досліджуваної системи:

$$\begin{aligned}T=\frac{\rho_1}{2}\cdot\{&\left[\pi R^2\cdot y_r+S(H-y_n-h)\right]\dot{y}_e^2+\\&+(\pi R^2-S)(H-y_r-h)(\dot{y}_r+\dot{y}_e)+ \qquad (5)\\&+hS(\dot{y}_e-\frac{\pi R^2}{S}\dot{y}_r)^2\}+\frac{\rho_a}{2}h\cdot\pi R^2\cdot(\dot{y}_r+\dot{y}_e)^2.\end{aligned}$$

Розписавши рівняння Лагранжа другого роду з врахуванням виразу кінетичної енергії досліджуваної системи (5) і визначивши узагальнену силу Q_{yr}, отримаємо, що:

$$\begin{aligned}&\ddot{y}_r+2n\dot{y}_r-\dot{y}_{r/2}^2+\omega_0^2 y_r=\\&=\frac{g}{H^*}\left[\frac{P_a}{g\rho_1}+h(k-\varphi)+H\right]-\ddot{y}_e-\frac{NF_b}{m+m_{np}}\ ,\end{aligned} \qquad (6)$$

де [4…6] $2n=\omega_0^2\tau_v$; $\omega_0=\frac{\pi c_0}{2h}$; $c_0^2=\frac{P_a}{\rho_a\varepsilon_0}$;

$\tau_v=\frac{\rho_a}{\beta}$;

$H^*=H-y_r+hk+\frac{hR}{2\Delta}$; $\beta=\frac{37{,}5(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3 r_a}$;

$$F_b=g(m-V_a\rho_1)\frac{kA^2\omega^2}{|k|K^2|y_r|y_r^3}; \qquad (7)$$

$m_{np}=\frac{1}{2}V_a\rho_1(1+\frac{3r_a^3}{8|y_r|^3})$; $K=\frac{2\sqrt{2g}(2k+3)}{3\sqrt{|k|}r_a^3}$;

$k=\rho-1$; n – коефіцієнт затухання; ω_0 - частота власних коливань всієї системи; τ_v - час релаксації швидкості фаз; c_0 - швидкість звуку в армованому розплаві без врахування дії вібрації; P_a – атмосферний тиск; ε_0 - порозність армованого об'єму при седиментаційно-вібраційній рівновазі арміторів; φ - об'ємна концентрація арміторів в розплаві сталі; g – прискорення земного тяжіння; N – число арміторів; Δ - ширина щілини; β – коефіцієнт гідравлічного опору; F_b – вібраційна сила, яка діє на один армітор; m *і* m_{np} – відповідно маса і коефіцієнт приєднаних мас твердої частинки; V_a *і* r_a – відповідно об'єм і радіус армітору.

Для аналізу рівняння (6) відносну координату y_r представимо в такому виді:

$$y_r=y_{rc}+y_{rk}\,, \qquad (8)$$

де y_{rc} – відносна координата, яка визначає стабілізоване положення армованого об'єму, в якому сила атмосферного тиску і вага розплаву зрівноважуються Архімедовою і вібраційною силою, обумовленою коливанням розплаву; y_{rk} – відносна координата вимушених коливань армованого об'єму.

Тоді рівняння (6) буде таким:

$$\ddot{y}_{rc}+\ddot{y}_{rk}+2n(\dot{y}_{rc}+\dot{y}_{rk})+\omega_0^2(y_{rc}+y_{rk})+\frac{(\dot{y}_{rc}+\dot{y}_{rk})^2}{2}= \\ =\frac{g}{H*}\left[\frac{P_a}{g\rho_1}+h(k-\varphi)+H\right]-\ddot{y}_e-\frac{NF_b}{m+m_{np}}. \quad (9)$$

Прирівнявши в рівнянні (9) всі активні сили до нуля і виразивши вібраційну силу F_b згідно рівняння (7), визначимо частоту стабілізації армованого об'єму

$$\omega^2=\frac{|k|\cdot K^2\cdot|y_r|\cdot y_r^3}{kA^2H*g(-V_a\rho_1+m)}\cdot\left[\frac{P_a}{g\rho_1}+h(k-\varphi)+H\right]. \quad (10)$$

Згідно рівняння (10) частота стабілізації положення армованого об'єму залежить від густини арміторів ρ_2 і розплаву сталі ρ_1, радіуса твердої частинки r_a, від їх положення відносно ливарної форми, яке визначається координатою y_r, амплітуди коливання A, конструктивних розмірів зубка *(H, h, S, R)*, атмосферного тиску і об'ємної концентрації арміторів φ.

Регулюючи частоту і амплітуду коливання розплаву сталі можна досягнути седиментаційної рівноваги армованого розплаву арміторами любих розмірів і в любому їх положенні.

При стабілізації положення армованого об'єму рівняння його вимушених коливань відносно цього положення має вид:

$$\ddot{y}_{rk}+2n\dot{y}_{rk}-\frac{\dot{y}_{rk}^2}{2}+\omega_0^2y_{rk}=A\omega^2\sin\omega t. \quad (11)$$

Загальний розв'язок даного рівняння залежить від співвідношення n, ω_0 і ω.

При $n<\omega_0$ загальний нерезонансний розв'язок рівняння (11) запишеться так:

$$y_{rk}=e^{-nt}(C_1\sin\sqrt{\omega_0^2-n^2}t+C_2\cos\sqrt{\omega_0^2-n^2}t)+ \\ +\frac{A\omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4n^2\omega^2}}\sin(\omega t+\alpha),$$

де C_1 і C_2 – постійні інтегрування, які визначаються з початкових умов; α - початкова фаза.

Графіки вимушених коливань для різних параметрів процесу представлені на рис. 2, 3.

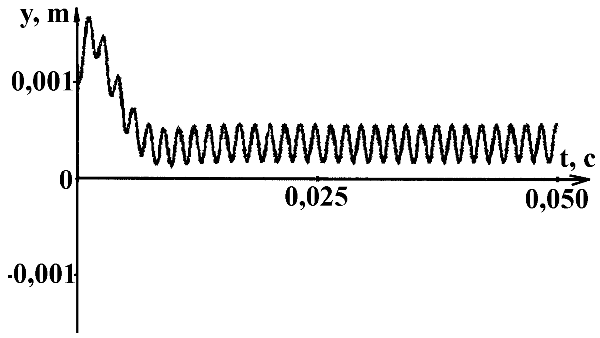


Рис. 2. Графік перехідного процесу армованого об'єму при частоті вібрації ω =3996 c^{-1}.

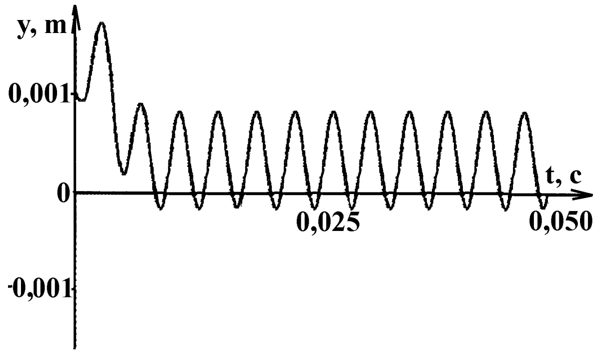


Рис. 3. Графік перехідного процесу армованого об'єму при частоті вібрації ω =1598 c^{-1}.

Розв'язок рівняння вимушених коливань дозволяє визначити час перехідного процесу, знайти амплітуду вимушених коливань, яка повинна бути меншою від половини віддалі між арміторами, щоб уникнути зіткнення між ними ($A_{вим}<h_1/2$).

1. Ганиев Р. Ф., Украинский Л. Е. Динамика частиц при воздействии вибрации. – К.: Наукова думка, 1975. – 167 с. 2. Колебательные явления в многофазных средах и их использование в технологии. / Под. ред. Р. Ф. Ганиева. – К.: Техніка, 1980. – 140 с. 3. Кубенко В. Д., Кузьма В. М., Пучка Г. Н. Динамика сферических тел в жидкости при вибрации. – К.: Наукова думка, 1989. – 156 с. 4. Луговцев Б. А., Сеницкий В. Л. О движении тела в вибрирующей жидкости. Доп. АН СССР. – 1986. – Т. 289. - № 2. – С. 314-317. 5. Яблонский А. А. Курс теоретической механики. Часть 2. Динамика. – М.: Высшая школа. 1984, - 422 с. 6. Рыжков А. Ф., Путрик Б. А. Распространение колебаний во взвешенном зернистом слое // Инженерно-физический журнал. - Т. 54. - № 2. – С. 188-197.