УДК 621.313

ДОДАТКОВІ СТРУМИ У КЛІТЦІ РОТОРА АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ЗА НАЯВНОСТІ ДЕФЕКТІВ У ДЕКІЛЬКОХ СТРИЖНЯХ

© Яцун М. А., Яцун А. М.,2002
Національний університет "Львівська політехніка"

© Ігнатюк В. М., Євсюк М. М., 2002
Луцький державний технічний університет

Визначені комплексні величини додаткових струмів у короткозамкненій клітці ротора асинхронного двигуна за наявності дефектів у декількох її стрижнях.

У процесі виробництва й експлуатації асинхронних двигунів у короткозамкненій клітці ротора можуть виникати дефекти (недоливи, тріщини, обриви тощо). Вони призводять до збільшення електричного опору елементів обмотки з дефектами та погіршення техніко-економічних характеристик двигунів. За таких умов розподіл струмів в клітці стає несиметричним внаслідок несиметрії самої клітки ротора. Удосконалення відомих і розробка нових методів і засобів контролю технічного стану клітки ротора пов'язані з визначенням розподілу додаткових струмів від дефектів у ній. У відомій літературі [1…3] проведено аналіз додаткових струмів у випадку дефекту тільки в одному стрижні клітки ротора. Однак у загальному випадку дефекти можуть бути у декількох стрижнях і мати довільний розподіл, що і є предметом дослідження у цій статті. Еквівалентна електрична схема такої клітки подана на рис. 1. На цій схемі внаслідок дефектів несиметрія клітки зумовлена збільшенням комплексних опорів $\underline{Z}_c$ декількох стрижнів (першого, *i*-го, *m*-го) на величину відповідно $\underline{Z}_{d1}$, $\underline{Z}_{di}$ і $\underline{Z}_{dm}$. Тоді комплексні опори дефектних стрижнів стають рівними $\underline{Z}_c + \underline{Z}_{d1}$, $\underline{Z}_c + \underline{Z}_{di}$, $\underline{Z}_c + \underline{Z}_{dm}$. Звичайно зростають переважно лише активні опори цих стрижнів, тобто $\underline{Z}_{d1} = R_{d1}$, $\underline{Z}_{di} = R_{di}$ і $\underline{Z}_{dm} = R_{dm}$. Відповідно зменшуються комплексні струми в дефектних стрижнях відповідно на величину $\dot{I}_{d1}$, $\dot{I}_{di}$ і $\dot{I}_{dm}$ у порівнянні зі струмами $\dot{I}_{c1c}$, $\dot{I}_{cic}$ і $\dot{I}_{cmc}$ у цих стрижнях при відсутності дефектів. Зміняться також струми в усіх інших елементах короткозамкненої клітки ротора.

За теоремою компенсації додаткові опори $\underline{Z}_{d1}$, $\underline{Z}_{di}$ і $\underline{Z}_{dm}$ замінимо додатковими комплексними електрорушійними силами (ЕРС) $\underline{\dot{E}}_{d1}$, $\underline{\dot{E}}_{di}$ і $\underline{\dot{E}}_{dm}$, які дорівнюють напругам на цих опорах і напрямлені проти струму в них, тобто

$$\dot{E}_{d1} = \left(\dot{I}_{c1c} - \dot{I}_{d1}\right)\underline{Z}_{d1};$$
$$\dot{E}_{di} = \left(\dot{I}_{cic} - \dot{I}_{di}\right)\underline{Z}_{di}; \qquad (1)$$
$$\dot{E}_{dm} = \left(\dot{I}_{cmc} - \dot{I}_{dm}\right)\underline{Z}_{dm}.$$

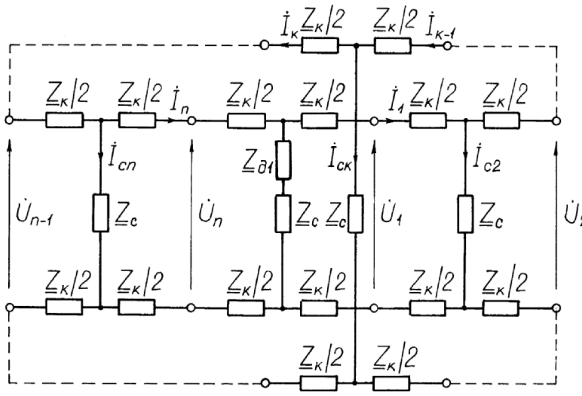

Рис. 1. Еквівалентна електрична схема короткозамкненої клітки ротора з дефектами у вигляді додаткових опорів $\underline{Z}_{d1}$, $\underline{Z}_{di}$ і $\underline{Z}_{dm}$

У випадку колового обертового магнітного поля, створеного трифазною симетричною системою струмів у трифазній симетричній обмотці статора, для струмів у стрижнях клітки ротора при відсутності дефектів одержимо:

$$\dot{I}_{cic} = \dot{I}_{c1c}\exp\left[-j2\pi p\left(i-1\right)/n\right] = \dot{I}_{c1c}a_i;$$
$$\dot{I}_{cmc} = \dot{I}_{c1c}\exp\left[-j2\pi p\left(m-1\right)/n\right] = \dot{I}_{c1c}a_m, \qquad (2)$$

де p – кількість пар полюсів обертового магнітного поля; n – кількість стрижнів у клітці ротора. Тут напрям обертання ротора і порядок нумерації стрижнів вибраний у позитивному напрямі кутової координати α (проти ходу годинникової стрілки). Далі всі величини визначаються при дії тільки додаткових електрорушійних сил $\dot{E}_{d1}$, $\dot{E}_{di}$ і $\dot{E}_{dm}$.

За другим законом Кірхгофа для двох суміжних замкнених контурів з першим стрижнем одержимо:

$$\dot{E}_{d1} - \dot{U}_1 = \dot{I}_{d1}\underline{Z}_c + \dot{I}_1\underline{Z}_k;$$
$$\dot{E}_{d1} - \dot{U}_n = \dot{I}_{d1}\underline{Z}_c - \dot{I}_n\underline{Z}_k, \qquad (3)$$

а за першим законом Кірхгофа для вузла на краю першого стрижня

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_n + \dot{I}_{d1}. \qquad (4)$$

Аналогічно для областей i–го і m–го стрижнів клітки ротора одержимо:

$$\dot{E}_{di} - \dot{U}_i = \dot{I}_{di}\underline{Z}_c + \dot{I}_i\underline{Z}_k;$$
$$\dot{E}_{di} - \dot{U}_{i-1} = \dot{I}_{di}\underline{Z}_c - \dot{I}_{i-1}\underline{Z}_k;\ \ \dot{I}_i = \dot{I}_{i-1} + \dot{I}_{di}; \qquad (5)$$

і

$$\dot{E}_{dm} - \dot{U}_m = \dot{I}_{dm}\underline{Z}_c + \dot{I}_m\underline{Z}_k;$$
$$\dot{E}_{dm} - \dot{U}_{m-1} = \dot{I}_{dm}\underline{Z}_c - \dot{I}_{m-1}\underline{Z}_k;\ \ \dot{I}_m = \dot{I}_{m-1} + \dot{I}_{dm}. \qquad (6)$$

Після вилучення $\dot{E}_{d1}$, $\dot{E}_{di}$, $\dot{E}_{dm}$, $\dot{I}_{d1}$, $\dot{I}_{di}$ і $\dot{I}_{dm}$ із рівнянь (1), (3…6) з урахуванням (2) одержимо:

$$\dot{I}_n\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)-\dot{I}_1\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)=\dot{U}_1-\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{d1};$$
$$\dot{I}_n\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)-\dot{I}_1\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)=\dot{U}_n-\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{d1},$$
$$\text{або } \dot{U}_n-\dot{U}_1=\left(\dot{I}_1+\dot{I}_n\right)\underline{Z}_k;$$
$$\dot{I}_{i-1}\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c\right)-\dot{I}_i\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)=\dot{U}_i-a_i\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{di}; \qquad (7)$$
$$\dot{I}_{i-1}\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)-\dot{I}_i\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c\right)=\dot{U}_{i-1}-a_i\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{di};$$
$$\text{або } \dot{U}_{i-1}-\dot{U}_i=\left(\dot{I}_i+\dot{I}_{i-1}\right)\underline{Z}_k;$$
$$\dot{I}_{m-1}\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c\right)-\dot{I}_m\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)=\dot{U}_m-a_m\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{dm};$$
$$\dot{I}_{m-1}\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)-\dot{I}_m\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c\right)=\dot{U}_{m-1}-a_m\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{dm};$$
$$\text{або } \dot{U}_{m-1}-\dot{U}_m=\left(\dot{I}_m+\dot{I}_{m-1}\right)\underline{Z}_k.$$

Для дільниць між дефектними стрижнями справедливі рівняння для однорідних симетричних ланцюгових схем:

$$\dot{U}_{i-1}=\dot{U}_1 ch\left[(i-2)\gamma_1\right]-\dot{I}_1\underline{Z}_0 sh\left[(i-2)\gamma_1\right];$$
$$\dot{I}_{i-1}=\dot{I}_1 ch\left[(i-2)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_1/\underline{Z}_0\right)sh\left[(i-2)\gamma_1\right];$$
$$\dot{U}_{m-1}=\dot{U}_i ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]-\dot{I}_i\underline{Z}_0 sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]; \qquad (8)$$
$$\dot{I}_{m-1}=\dot{I}_i ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_i/\underline{Z}_0\right)sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right];$$
$$\dot{U}_n=\dot{U}_m ch\left[(n-m)\gamma_1\right]-\dot{I}_m\underline{Z}_0 sh\left[(n-m)\gamma_1\right];$$
$$\dot{I}_n=\dot{I}_m ch\left[(n-m)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_m/\underline{Z}_0\right)sh\left[(n-m)\gamma_1\right],$$

де прийнято: $n>m>i>1$; $\underline{Z}_0=\sqrt{\underline{Z}_k\left(\underline{Z}_k+2\underline{Z}_c\right)}$;
$\gamma_1=ath\left[\sqrt{\underline{Z}_k\left(\underline{Z}_k+2\underline{Z}_c\right)}\Big/\left(\underline{Z}_k+\underline{Z}_c\right)\right]$.

Системи рівнянь (7) і (8) визначають невідомі комплексні напруги і струми на входах і виходах ланцюгових схем між дефектними стрижнями. Ці системи рівнянь зводяться до наступних рівнянь для вхідних величин:

$$\left\{\dot{I}_1 ch\left[(i-2)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_1/\underline{Z}_0\right)sh\left[(i-2)\gamma_1\right]\right\}\times$$
$$\times\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c\right)-\dot{I}_i\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)=\dot{U}_i-a_i\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{di};$$
$$\left\{\dot{I}_1 ch\left[(i-2)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_1/\underline{Z}_0\right)sh\left[(i-2)\gamma_1\right]\right\}\times$$
$$\times\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)-\dot{I}_i\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c\right)=$$
$$=\dot{U}_1 ch\left[(i-2)\gamma_1\right]-\dot{I}_1\underline{Z}_0 sh\left[(i-2)\gamma_1\right]-a_i\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{di},$$

або

$$\dot{U}_1 ch\left[(i-2)\gamma_1\right]-\dot{I}_1\underline{Z}_0 sh\left[(i-2)\gamma_1\right]-\dot{U}_i=$$
$$=\underline{Z}_k\left\{\dot{I}_i+\dot{I}_1 ch\left[(i-2)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_1/\underline{Z}_0\right)sh\left[(i-2)\gamma_1\right]\right\};$$
$$\left\{\dot{I}_i ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_i/\underline{Z}_0\right)sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]\right\}\times$$
$$\times\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c\right)-\dot{I}_m\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)=\dot{U}_m-a_m\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{dm};$$
$$\left\{\dot{I}_i ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_i/\underline{Z}_0\right)sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]\right\}\times$$
$$\times\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)-\dot{I}_m\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c\right)=$$
$$=\dot{U}_i ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]-\dot{I}_i\underline{Z}_0 sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]-a_m\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{dm},$$

або (9)

$$\dot{U}_i ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]-\dot{I}_i\underline{Z}_0 sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]-\dot{U}_m=$$
$$=\underline{Z}_k\left\{\dot{I}_m+\dot{I}_i ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_i/\underline{Z}_0\right)sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]\right\};$$
$$\left\{\dot{I}_m ch\left[(n-m)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_m/\underline{Z}_0\right)sh\left[(n-m)\gamma_1\right]\right\}\times$$
$$\times\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)-\dot{I}_1\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)=\dot{U}_1-\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{d1};$$
$$\left\{\dot{I}_m ch\left[(n-m)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_m/\underline{Z}_0\right)sh\left[(n-m)\gamma_1\right]\right\}\times$$
$$\times\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)-\dot{I}_1\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)=$$
$$=\dot{U}_m ch\left[(n-m)\gamma_1\right]-\dot{I}_m\underline{Z}_0 sh\left[(n-m)\gamma_1\right]-\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_{d1},$$

або

$$\dot{U}_m ch\left[(n-m)\gamma_1\right]-\dot{I}_m\underline{Z}_0 sh\left[(n-m)\gamma_1\right]-\dot{U}_1=$$
$$=\underline{Z}_k\left\{\dot{I}_1+\dot{I}_m ch\left[(n-m)\gamma_1\right]-\left(\dot{U}_m/\underline{Z}_0\right)sh\left[(n-m)\gamma_1\right]\right\}.$$

Після вилучення із системи рівнянь (9) напруг $\dot{U}_1$, $\dot{U}_i$ і $\dot{U}_m$ для невідомих вхідних струмів $\dot{I}_1$, $\dot{I}_i$ і $\dot{I}_m$ одержимо рівняння:

$$a_{11}\dot{I}_1+a_{1i}\dot{I}_i+a_{1m}\dot{I}_m=h_1\dot{I}_{c1c};$$
$$a_{i1}\dot{I}_1+a_{ii}\dot{I}_i+a_{im}\dot{I}_m=h_i\dot{I}_{c1c}; \qquad (10)$$
$$a_{m1}\dot{I}_1+a_{mi}\dot{I}_i+a_{mm}\dot{I}_m=h_m\dot{I}_{c1c},$$

де

$a_{11}=d_{11}+c_{11}b_{11}$; $a_{ii}=d_{ii}+c_{ii}b_{ii}$; $a_{mm}=d_{mm}+c_{mm}b_{mm}$;
$a_{1i}=c_{11}b_{1i}+d_{1i}-b_{ii}$; $a_{im}=c_{ii}b_{im}+d_{im}-b_{mm}$;
$a_{m1}=c_{mm}b_{m1}+d_{m1}-b_{11}$; $a_{1m}=-b_{im}$; $a_{i1}=-b_{m1}$;
$a_{mi}=-b_{1i}$; $h_1=a_m g_{im}-a_i c_{11}g_{1i}-a_i\underline{Z}_{di}$;
$h_i=g_{m1}-a_m c_{ii}g_{im}-a_m\underline{Z}_{dm}$; $h_m=a_i g_{1i}-c_{mm}g_{m1}-\underline{Z}_{d1}$;

$$b_{11}=\frac{\underline{Z}_0\left\{\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)ch\left[(i-2)\gamma_1\right]+\underline{Z}_0 sh\left[(i-2)\gamma_1\right]\right\}}{\underline{Z}_0 ch\left[(i-2)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(i-2)\gamma_1\right]};$$
$$b_{ii}=\frac{\underline{Z}_0\left\{\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]+\underline{Z}_0 sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]\right\}}{\underline{Z}_0 ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]};$$
$$b_{mm}=\frac{\underline{Z}_0\left\{\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)ch\left[(n-m)\gamma_1\right]+\underline{Z}_0 sh\left[(n-m)\gamma_1\right]\right\}}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-m)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-m)\gamma_1\right]};$$
$$b_{1i}=-\frac{\underline{Z}_0\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c\right)}{\underline{Z}_0 ch\left[(i-2)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(i-2)\gamma_1\right]};$$

$$b_{im} = \frac{-\underline{Z}_0\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c\right)}{\underline{Z}_0 ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]};$$

$$b_{m1} = -\frac{\underline{Z}_0\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-m)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-m)\gamma_1\right]};$$

$$g_{1i} = \frac{\underline{Z}_0\underline{Z}_{di}}{\underline{Z}_0 ch\left[(i-2)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(i-2)\gamma_1\right]};$$

$$g_{im} = \frac{\underline{Z}_0\underline{Z}_{dm}}{\underline{Z}_0 ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]};$$

$$g_{m1} = \frac{\underline{Z}_0\underline{Z}_{d1}}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-m)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-m)\gamma_1\right]};$$

$$d_{11} = \left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c\right)ch\left[(i-2)\gamma_1\right];$$

$$c_{11} = -\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c\right)sh\left[(i-2)\gamma_1\right]/\underline{Z}_0;$$

$$d_{1i} = -\left(\underline{Z}_{di}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right);$$

$$d_{ii} = \left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c\right)ch\left[(m-i-1)\gamma_1\right];$$

$$c_{ii} = -\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c\right)sh\left[(m-i-1)\gamma_1\right]/\underline{Z}_0;$$

$$d_{im} = -\left(\underline{Z}_{dm}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right);$$

$$d_{mm} = \left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)ch\left[(n-m)\gamma_1\right];$$

$$c_{mm} = -\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)sh\left[(n-m)\gamma_1\right]/\underline{Z}_0;$$

$$d_{m1} = -\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right).$$

Система рівнянь (10) має такі розвязки:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{c1c}\,D_1/D;\;\; \dot{I}_i = \dot{I}_{c1c}\,D_i/D;\;\; \dot{I}_m = \dot{I}_{c1c}D_m/D, \quad (11)$$

де

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1i} & a_{1m} \\ a_{i1} & a_{ii} & a_{im} \\ a_{m1} & a_{mi} & a_{mm} \end{vmatrix};\;\; D_1 = \begin{vmatrix} h_1 & a_{1i} & a_{1m} \\ h_i & a_{ii} & a_{im} \\ h_m & a_{mi} & a_{mm} \end{vmatrix};$$

$$D_i = \begin{vmatrix} a_{11} & h_1 & a_{1m} \\ a_{i1} & h_i & a_{im} \\ a_{m1} & h_m & a_{mm} \end{vmatrix};\;\; D_m = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1i} & h_1 \\ a_{i1} & a_{ii} & h_i \\ a_{m1} & a_{mi} & h_m \end{vmatrix}.$$

У випадку трьох рядом розміщених дефектних стрижнів (i=2, m=3) отримані вирази спрощуються:

$$a_2 = \exp\left[-2\pi\,p/n\right] = a;\;\; a_3 = a^2;$$

$$b_{11} = \underline{Z}_{d2}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k;\;\; b_{22} = \underline{Z}_{d3}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k;$$

$$b_{33} = \frac{\underline{Z}_0\left\{\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\underline{Z}_0 sh\left[(n-3)\gamma_1\right]\right\}}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]};$$

$$b_{12} = -\underline{Z}_{d2}-\underline{Z}_c;\;\; b_{23} = -\underline{Z}_{d3}-\underline{Z}_c;$$

$$b_{31} = -\frac{\underline{Z}_0\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]};$$

$$g_{12} = \underline{Z}_{d2};\;\; g_{23} = \underline{Z}_{d3};$$

$$g_{31} = \frac{\underline{Z}_0\underline{Z}_{d1}}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]};$$

$$d_{11} = \underline{Z}_{d2}+\underline{Z}_c;\;\; d_{12} = -\left(\underline{Z}_{d2}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right);\;\; c_{11} = 0;$$

$$d_{22} = \underline{Z}_{d3}+\underline{Z}_c;\;\; d_{23} = -\left(\underline{Z}_{d3}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right);\;\; c_{22} = 0; \quad (12)$$

$$d_{31} = -\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right);\;\; d_{33} = \left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)ch\left[(n-3)\gamma_1\right];$$

$$c_{33} = -\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]/\underline{Z}_0;$$

$$a_{11} = d_{11};\;\; a_{22} = d_{22};\;\; a_{33} = d_{33}+c_{33}b_{33};$$

$$a_{12} = d_{12}-b_{22};\;\; a_{23} = d_{23}-b_{33};\;\; a_{31} = c_{33}b_{31}+d_{31}-b_{11};$$

$$a_{13} = -b_{23};\;\; a_{21} = -b_{31};\;\; a_{32} = -b_{12};$$

$$h_1 = a^2 g_{23} - a\underline{Z}_{d2};\;\; h_2 = g_{31} - a^2\underline{Z}_{d3};$$

$$h_3 = a g_{12} - c_{33}g_{31} - \underline{Z}_{d1},$$

або

$$a_{11} = \underline{Z}_{d2}+\underline{Z}_c;\;\; a_{12} = -\left(\underline{Z}_{d2}+\underline{Z}_{d3}+2\underline{Z}_c+2\underline{Z}_k\right);$$

$$a_{13} = \underline{Z}_{d3}+\underline{Z}_c;$$

$$a_{21} = \frac{\underline{Z}_0\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]};$$

$$a_{22} = \underline{Z}_{d3}+\underline{Z}_c;$$

$$a_{23} = -\left(\underline{Z}_{d3}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right) - \frac{\underline{Z}_0\left\{\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\underline{Z}_0 sh\left[(n-3)\gamma_1\right]\right\}}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]};$$

$$a_{31} = \frac{\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)^2 sh\left[(n-3)\gamma_1\right]}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]} - \left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_{d2}+2\underline{Z}_c+2\underline{Z}_k\right);$$

$$a_{32} = \underline{Z}_{d2}+\underline{Z}_c;$$

$$a_{33} = \frac{\underline{Z}_0\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]}; \quad (13)$$

$$h_1 = a^2\underline{Z}_{d3} - a\underline{Z}_{d2};$$

$$h_2 = \frac{\underline{Z}_0\underline{Z}_{d1}}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]} - a^2\underline{Z}_{d3};$$

$$h_3 = a\underline{Z}_{d2} + \frac{\underline{Z}_{d1}\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]}{\underline{Z}_0 ch\left[(n-3)\gamma_1\right]+\left(\underline{Z}_{d1}+\underline{Z}_c+\underline{Z}_k\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]} - \underline{Z}_{d1}.$$

У випадку трьох рядом обірваних стрижнів (i=2, m=3; $\underline{Z}_{d1} = \underline{Z}_{d2} = \underline{Z}_{d3} = \infty$) одержимо:

$$\dot{I}_{d1} = \dot{I}_{c1c};\;\; \dot{I}_{d2} = \dot{I}_{c2c} = a\dot{I}_{c1c};\;\; \dot{I}_{d3} = \dot{I}_{c3c} = a^2\dot{I}_{c1c};$$

$$\dot{U}_n = \dot{U}_3 ch\left[(n-3)\gamma_1\right] - \dot{I}_3\underline{Z}_0 sh\left[(n-3)\gamma_1\right];$$

$$\dot{I}_n = \dot{I}_3 ch\left[(n-3)\gamma_1\right] - \left(\dot{U}_3/\underline{Z}_0\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]; \quad (14)$$

$$\dot{U}_n = \dot{U}_3;$$

$$\dot{I}_n = -\dot{I}_3 = -\left(\dot{I}_{c1c}+\dot{I}_{c2c}+\dot{I}_{c3c}\right)/2 = -\dot{I}_{c1c}\left(1+a+a^2\right)/2.$$

Із (14) одержимо:

$$\dot{U}_n = \dot{U}_3 = \frac{\dot{I}_{c1c}\underline{Z}_0\left(1+a+a^2\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]}{2\left\{ch\left[(n-3)\gamma_1\right]-1\right\}};$$

$$\dot{I}_n = -\dot{I}_3 = -\dot{I}_{c1c}\left(1 + a + a^2\right)/2. \qquad (15)$$

Струми в інших (бездефектних) стрижнях (k=4, 5,..., n) визначаються за виразом [1]:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{ck0} &= \dot{I}_{k-1} - \dot{I}_k = \dot{I}_3\left\{ch\left[(k-4)\gamma_1\right] - ch\left[(k-3)\gamma_1\right]\right\} - \\ &-\dot{U}_3\left\{sh\left[(k-4)\gamma_1\right] - sh\left[(k-3)\gamma_1\right]\right\}/\underline{Z}_0 = \\ &= \dot{I}_{c1c}\left(1 + a + a^2\right)\left\{ch\left[(k-4)\gamma_1\right] - ch\left[(k-3)\gamma_1\right]\right\}/2 - \\ &- \frac{\dot{I}_{c1c}\left(1 + a + a^2\right)sh\left[(n-3)\gamma_1\right]}{2\left\{ch\left[(n-3)\gamma_1\right] - 1\right\}} \times \\ &\times\left\{sh\left[(k-4)\gamma_1\right] - sh\left[(k-3)\gamma_1\right]\right\} = \\ &= \left(2\dot{I}_{c1c}\left(1 + a + a^2\right)sh(\gamma_1/2)sh\left[(n-3)\gamma_1/2\right] \times \right. \\ &\left. \times ch\left[(n/2 - k + 2)\gamma_1\right]\right)/\left(ch\left[(n-3)\gamma_1\right] - 1\right) = \\ &= \dot{I}_{c1c}\left(1 + a + a^2\right)sh(\gamma_1/2) \times \\ &\times ch\left[(n/2 - k + 2)\gamma_1\right]/sh\left[(n-3)\gamma_1/2\right].\end{aligned} \qquad (16)$$

У відносних одиницях

$$\begin{aligned}\dot{I}^*_{ck0} &= I^*_{ck0}\exp\left(j\varphi_{ck0}\right) = \dot{I}_{ck}/\dot{I}_{c1c} = \left(1 + a + a^2\right) \times \\ &\times sh(\gamma_1/2)ch\left[(n/2 - k + 2)\gamma_1\right]/sh\left[(n-3)\gamma_1/2\right].\end{aligned} \qquad (17)$$

У табл. 1 наведені результати розрахунків за виразом (17) модуля I^*_{ck0} і фази φ_{ck0} відносних значень додаткових струмів у стрижнях клітки ротора при p=1 і різних значеннях ковзання двигуна (s=0,02; 0,2; 1) для випадку трьох рядом обірваних стрижнів, коли $\underline{Z} = \underline{Z}_c/\underline{Z}_k = (50 + j250s)/(1 + j2s)$. Вони показують, що в міру віддалення в обидва боки від обірваних стрижнів струми в інших стрижнях швидко зменшуються за величиною і випереджують за фазою. При цьому зі збільшенням ковзання модулі і фази струмів зменшуються. Разом з цим інтенсивність зміни модулів струмів падає, а їх фаз – зростає. Аналогічні розрахунки показують, що зі збільшенням кількості пар полюсів модулі і фази струмів зменшуються.

Результати досліджень і розрахунків послужать теоретичною базою для виявлення дефектів та визначення технічного стану короткозамкнених кліток роторів і характеристик асинхронних двигунів.

Таблиця 1 - Відносні значення модуля і фази додаткових струмів у стрижнях короткозамкненої клітки ротора у випадку трьох рядом обірваних стрижнів

k	s=0,02		s=0,2		s=1	
	I^*_{ck0}	φ_{ck0}, °	I^*_{ck0}	φ_{ck0}, °	I^*_{ck0}	φ_{ck0}, °
1	-1	0	-1	0	-1	0
2	-1	-12	-1	-12	-1	-12
3	-1	-24	-1	-24	-1	-24
4, 30	0,27	-13,449	0,24	-21,605	0,194	-17,539
5, 29	0,222	-13,091	0,203	-19,431	0,172	-16,376
6, 28	0,182	-12,727	0,172	-17,212	0,152	-15,194
7, 27	0,15	-12,355	0,146	-14,941	0,136	-13,996
8, 26	0,124	-11,975	0,125	-12,617	0,121	-12,788
9, 25	0,103	-11,585	0,107	-10,242	0,109	-11,583
10, 24	0,086	-11,185	0,092	-7,832	0,099	-10,396
11, 23	0,073	-10,779	0,081	-5,421	0,09	-9,251
12, 22	0,062	-10,374	0,071	-3,068	0,083	-8,18
13, 21	0,054	-9,983	0,064	-0,865	0,078	-7,22
14, 20	0,048	-9,629	0,058	1,068	0,074	-6,412
15, 19	0,044	-9,341	0,055	2,592	0,071	-5,798
16, 18	0,041	-9,15	0,052	3,573	0,069	-5,413
17	0,04	-9,084	0,052	3,912	0,068	-5,282

1. Яцун М., Яцун А., Хліпальський Ю. Розподіл струму в короткозамкненій обмотці ротора асинхронного двигуна за наявності дефектів у ній // Електромеханіка. Теорія і практика: Пр. наук.-техн. конф., присвяченої 100-річчю від дня народження видатного українського вченого - електромеханіка Т. Губенка. Львів, 1996. - С. 203-206. 2. Яцун М., Яцун А. Розподіл і симетричні складові додаткових струмів у короткозамкненій обмотці ротора асинхронного двигуна за наявності дефектів в одному стрижні // Теоретична електротехніка. - 2000. - Вип. 55. - С. 124-128. 3. Яцун М., Яцун А. Додатковий електромагнетний момент асинхронного мотора від дефекту у стрижні короткозамкненої обмотки ротора // 4-th International modeling school of AMSE-UAPL. Crimea, Alushta, Ukraine, September 10-15, 1999.