$$\left.\begin{aligned}\omega_2 &= \frac{q_M t^2}{2I_2}\left(\alpha - \frac{2\beta}{3t_1}t\right) - \\ &- \frac{M_G}{I_2}t + \omega_{2K}\ ; \\ \varphi_2 &= \frac{q_M t^3}{2I_2}\left(\frac{\alpha}{3} - \frac{\beta}{6t_1}t\right) - \\ &- \frac{M_G}{2I_2}t^2 + \omega_{2K}t + \varphi_{2K}\ .\end{aligned}\right\}. \quad (27)$$

Одержані рівняння дають змогу здійснити розрахунок швидкості і переміщення веденої півмуфти і відповідно вала барабана лебідки на етапі розгону при різних характеристиках моментів у муфті, моментів гальма і сил опору. Аналіз режимів вмикання муфти засвідчив, що перший і другий варіанти (рис. 1) дають менші втрати на тертя порівняно з третім, але при цьому мають місце більші динамічні навантаження.

Література

1 Архангельский В.Л. Влияние характеристики пневматической оперативной муфты на динамические нагрузки в подъемной системе буровых установок // Реф. научн. техн. сб.: Машины и нефтяное оборудование. – М.: ВНИИОЭНГ, 1970. – №9. – С. 7-13.

2 Борисов С.М. Пневмокамерные фрикционные муфты. – М.: Машиностроение, 1971. – 180 с.

3 Архангельский В.Л., Антонов А.А., Аксенова Н.Г. Выбор оперативных пневматических муфт буровых лебедок // Реф. научн. техн. сб.: Машины и нефтяное оборудование. – М.: ВНИИОЭНГ, 1970. – №9. – С. 13-18.

УДК 551.131

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ АРЕАЛУ ЗАБРУДНЕНЬ ДОВКІЛЛЯ ШКІДЛИВИМИ ВИТОКАМИ

Л.Є.Шкіца

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 42342
e-mail: public@ifdtung.if.ua

Рассмотрены составные математической модели формирования ареала вредных веществ, вытекающих из хранилища. Предложена математическая модель процесса формирования загрязнения окружающей среды вредными веществами. Разработана методика формирования ареала загрязнений окружающей среды.

Integral mathematical models of harmful substances coming out from a storage geographical range forming are reviewed.) Mathematical model of the process of environmental pollution of geographical range with harmful substances forming is offered. Application method to assess the process of environmental pollution geographical range forming is developed.

При створенні сховищ шкідливих відходів виробництва у відкритих водоймах спостерігається проникнення рідини через дно водойми в ґрунт і подальша її фільтрація з формуванням ареалу. З екологічної точки зору важливе значення має форма і розміри ареалу, розподіл концентрації шкідливих відходів і термін формування.

З метою встановлення загальних закономірностей формування ареалу шкідливих витоків зі сховищ створено математичну модель процесу.

При створенні математичної моделі формування ареалу шкідливих витоків з сховища прийнято такі припущення:

- інтенсивність просочування рідини в грунт постійна в часі і відома;
- фільтрація рідини в грунті лінійна і підпорядкована закону Дарсі;
- фільтрація ґрунтових вод і фільтрація витоків зі сховищ розглядаються як незалежні процеси.

В основу математичної моделі покладено рівняння нестаціонарної плоскої фільтрації рідини в пористому середовищі, в якій джерело моделюється за допомогою функцій Дірака

$$\frac{dw}{dt} = \chi\left(\frac{dw^2}{dx^2} + \frac{dw^2}{dy^2}\right) - \chi\frac{q}{F}\cdot\delta\left(x - x_q\right)\cdot\delta\left(y - y_q\right), (1)$$

де: w – швидкість фільтрації як функція часу t і просторових декартових координат x та y; $\chi = \dfrac{kc^2}{\gamma}$; k – проникливість пористого середовища; c – швидкість розповсюдження звуку в середовищі; γ – кінематична в'язкість рідини; q – інтенсивність джерела; F – площа поверхні, через яку здійснюється фільтрація; X_q, Y_q – декартові координати джерела в площині; $\delta\left(x - x_q\right)$, $\delta\left(y - y_q\right)$ – функції Дірака.

При виборі початкових і граничних умов вважалося, що в початковий момент часу фільтрація рідини в ґрунті відсутня, поверхня ґрунту водонепроникна, а на безмежній відстані від джерела швидкість фільтрації відсутня, тобто

$$w(x,y,0)=0\,;\quad w(x,0,t)=0\,;\quad w(\infty,\infty,t)=0\,. \tag{2}$$

Поставлена задача розв'язувалась шляхом застосування інтегральних перетворень. На першому етапі було використане синус-перетворення Фур'є, згідно з яким

$$W=\int_0^\infty w(x,y,t)\sin\lambda\, y\, dy\,. \tag{3}$$

Таким чином рівняння (1) зводилось до вигляду

$$\frac{dw}{dt}=\chi\left(\frac{dw^2}{dx^2}+\lambda^2 w\right)-\chi\frac{q}{F}\sin\lambda\, y_q\cdot\delta\left(x-x_q\right). \tag{4}$$

В подальшому було використано перетворення Лапласа

$$W=\int_0^\infty W(x,\lambda,t)\cdot e^{-st}\,dt\,. \tag{5}$$

Тепер на основі (4) одержано

$$\frac{d^2W}{dx^2}-\left(\frac{S+\chi\lambda^2}{\chi}\right)W=\frac{q}{FS}\sin\lambda y_q\,\delta\left(x-x_q\right). \tag{6}$$

Розв'язок (6) з використанням початкових умов, отриманих на основі (2), має вигляд

$$W=\frac{q\sin\lambda y_q}{2F}\left[\sigma\left(x-x_q\right)-1\right]\frac{\chi e^{\sqrt{s+x\lambda^2}\,\frac{\left(x-x_q\right)}{\sqrt{\chi}}}}{S\sqrt{s+\chi\lambda^2}}-$$
$$-\frac{q\sin\lambda\, y_q}{2F}\sigma\left(x-x_q\right)\frac{\sqrt{\chi e^{-\sqrt{s+\chi\lambda^2}\,\frac{\left(x-x_q\right)}{\sqrt{\chi}}}}}{S\sqrt{s+\chi\lambda^2}}\,. \tag{7}$$

Застосування до (7) оберненого перетворення Лапласа дало змогу отримати

$$W=\frac{q\sin\lambda y_g}{LF\lambda}\left[\sigma\left(x-x_g\right)-1\right]\frac{1}{2\lambda\sqrt{\chi}}\left[e^{-\lambda\left(x_g-x\right)}\times\right.$$
$$\times erfc\left(\frac{x_0-x}{2\sqrt{\chi t}}-\lambda\sqrt{\chi t}\right)-e^{-\lambda\left(x_g-x\right)}\times$$
$$\left.\times erfc\left(\frac{x_g-x}{2\sqrt{\chi t}}+\lambda\sqrt{\chi t}\right)\right]-\frac{q\sin\lambda y_g}{4\lambda F}\sigma\left(x-x_0\right)\times \tag{8}$$
$$\times\left[e^{-\lambda(x-x_0)}erfc\left(\frac{x-x_g}{2\sqrt{\chi t}}-\lambda\sqrt{\chi t}\right)-\right.$$
$$\left.-e^{-\lambda\left(x-x_g\right)}erfc\left(\frac{x-x_g}{2\sqrt{\chi t}}+\lambda\sqrt{\chi t}\right)\right].$$

Використовуючи обернене синус-перетворення Фур'є (2), одержимо розв'язок поставленої задачі у вигляді:

$$W(x,y,t)=\frac{q}{2\pi F}\int_0^\infty\frac{\sin\lambda\, y_g\,\sin\lambda\, y}{\lambda}\times$$
$$\times\left\{\left[\sigma\left(x-x_g\right)-1\right]\left[e^{-\lambda\left(x_g-x\right)}erfc\left(\frac{x_g-x}{2\sqrt{\chi t}}-\lambda\sqrt{\chi t}\right)-\right.\right.$$
$$\left.-e^{-\lambda\left(x_g-x\right)}erfc\left(\frac{x_g-x}{2\sqrt{\chi t}}+\sqrt{\chi t}\right)\right]-\sigma\left(x-x_g\right)\times \tag{9}$$
$$\times\left[e^{-\lambda\left(x-x_g\right)}erfc\left(\frac{x-x_g}{2\sqrt{\chi t}}\right)-e^{-\lambda\left(x-x_g\right)}\times\right.$$
$$\left.\left.\times erfc\left(\frac{x-x_g}{2\sqrt{\chi t}}+\lambda\sqrt{\chi t}\right)\right]\right\}d\lambda\,,$$

де: $\sigma\left(x-x_g\right)$ – одинична функція Хевісайда

$$\sigma=\begin{cases}1\,,\ \text{якщо}\ x>x_g;\\ 0\,,\ \text{якщо}\ x\le x_g\,;\end{cases}$$

$erfc(Z)$ – інтеграл імовірності

$$erfc(Z)=\int_0^\infty e^{-z^2}\,dz\,.$$

Рівність (9) дає змогу отримати в кожній точці площини з координатами $\left(x_i\,,y_i\right)$ значення швидкості фільтрації W_i в певний момент часу, зумовлене дією одного точкового джерела інтенсивністю q. В плоскій задачі поверхня проникнення витоків в ґрунт (тобто дно водойми) представляється лінійним джерелом. Тому для його моделювання використано принцип суперпозиції розв'язків. На вибраній глибині дна водойми y_g розміщується n точкових джерел однакової інтенсивності q_i з однаковим кроком по горизонталі Δx. В кожній точці площини з координатами $\left(x_j\,,y_j\right)$ розміщено n векторів швидкості фільтрації W_{ij} від кожного з точкових джерел. Якщо вважати, що вектор швидкості фільтрації W_{ij} напрямлений вздовж прямої лінії, що з'єднує точку координати $\left(x_i\,,y_i\right)$ з j – тим джерелом, то можна визначити кути між кожним з векторів швидкості фільтрації в даній точці. Результуючий вектор швидкості фільтрації може бути знайдений як геометрична сума складових.

На основі запропонованої математичної моделі розроблено методику оцінки процесу формування ареалу забруднень довкілля шкідливими витоками зі сховищ відходів виробництва.

Література

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
2. Щербаков С.Г. Проблема трубопроводного транспорта нефти и газа. – М.: Наука, 1982. – 206 с.