УДК 519.876.5

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ТЕЧІЇ В ТРУБОПРОВОДАХ ЗА НАЯВНОСТІ МАЛИХ ВИТОКІВ ДЛЯ ЇХ ЛОКАЛІЗАЦІЇ ТА ВИЗНАЧЕННЯ УМОВ ВИНИКНЕННЯ ТУРБУЛЕНТНИХ ЕФЕКТІВ

А. П. Олійник, А. А. Мороз, В. В. Бачук

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, м.Івано-Франківськ, вул.Карпатська 15,76019, e-mail:alice.shelyp@gmail.com

Запропоновано математичну модель, яка дозволяє визначати швидкість витоку продукту, що транспортується в ґрунт, який оточує технологічний або магістральний трубопровід. На основі моделювання течії в'язкої рідини з використанням системи рівнянь Нав'є–Стокса було розроблено модель течії з витоками, запропоновано удосконалений ітераційний метод її чисельної реалізації та проведено широкий клас подальших розрахунків. Наведено висновки стосовно стійкості течії, закономірностей появи зони турбулентної течії в трубопроводі.

Ключові слова: ґрунт, математична модель, розгерметизація, стійкість течії.

Предложена математическая модель, позволяющая определить скорость вытекания транспортируемого продукта в почву, окружающую технологический или магистральный трубопровод. На основе моделирования течения вязкой жидкости с использованием системы уравнений Навье–Стокса была разработана модель течения с вытеканием, предложен усовершенствованый итерационный метод её численной реализации и проведён широкий класс дальнейших расчетов. Приведены выводы относительно устойчивости течения, закономерностей возникновения зоны турбулентного течения в трубопроводе.

Ключевые слова: почва, математическая модель, разгерметизация, устойчивость течения

The mathematical model, which allows to determine the transported product outflow into the soil around the main and technological pipeline velocity, has been proposed. Based on the viscous liquid flow simulation using Navier-Stokes equations system, the model of the flow with the outflow has been designed, the modified iterative method of one's numerical realization has been given. The wide class of further calculations has been made. The conclusions concerning the flow stability and the patterns of occurrence of the turbulence flow zone in pipeline.

Key words: soil, mathematical model, depressurization, flow stability.

Вступ

При дослідженні технічного стану складних механічних систем, що тривалий час експлуатуються, зокрема, в задачах їх технічної діагностики часто зустрічаються випадки, коли виникнення аварійних ситуацій обумовлене наявністю малих збурень, що діють на систему. При математичному моделювання такого роду явищ, як правило, виникають задачі, в яких або системи рівнянь, або граничні та початкові умови зазнають певних збурень, характеристики яких є малими в порівнянні з характерними значеннями величин, які досліджуються, оскільки великі збурення початкових умов, як правило, викликають необхідність вибору інших моделей для опису явищ – коментарем до цього можуть слугувати моделі оцінки параметрів течії з малими витоками [1] та моделі течії при розриві трубопроводів [2,3]. Тому задачі технічної діагностики, відповідні їм математичні моделі тісно пов'язані зі стійкістю відповідних фізичних процесів. Існує багато робіт стосовно математичної теорії стійкості, ґрунтовний огляд яких наведено в роботі [5]. З математичної точки зору виділяють поняття:

1. Стійкості відносно малих та скінчених збурень параметрів основного руху, зовнішніх, початкових даних та геометрії області (широкий клас механічних задач).
2. Стійкості процесів деформування відносно збурень матеріальних функцій (задачі теорії пружних систем).
3. Стійкості матеріалу по відношенню до зміни його внутрішньої структури (задачі механіки композитів).

4. Стійкість при чисельному моделюванні процесу (широкий клас задач чисельного моделювання реальних фізичних процесів).

У запропонованій роботі розглядаються підходи до використання параметрів стійкості процесів для вирішення конкретної технічної задачі оцінки технічного стану трубопровідних систем з урахуванням того, що при реалізації вказаних моделей використовуються чисельні методи, при цьому виникають питання про можливість чисельного виявлення критичних параметрів, при яких деякий фізичний процес втрачає стійкість, якщо характеристики цього процесу не є відомими і самі є розв'язком деякої крайової задачі та питання про розділення причин втрати стійкості при чисельному моделювання, якими можуть бути або некоректність дискретизованої задачі, зокрема, нестійкість різницевої схеми, або ж певні явища, що відбуваються в досліджуваному фізичному тілі. Таким, чином, фактично будь-яка задача технічної діагностики систем, що зазнала малих збурень, з математичної точки зору може розглядатись як задача дослідження різних аспектів стійкості відповідних математичних моделей, причому по кожному із вказаних чотирьох аспектів. Задача оцінки напружено-деформованого стану трубопровідних систем при зміні їх просторової конфігурації розглянуто в роботі [4], встановлено умови, при яких тіло залишається в рамках пружних деформації – фактично розглянуто аспекти стійкості, які можуть бути охарактеризовані пунктами 1-3. В наведеній роботі розглядаються підходи до оцінки стійкості течії за наявності малих витоків та використання результатів дослідження стійкості течії для виявлення координат зони витоку при чисельному моделюванні процесів – пункти 1 та 4, оскільки виникають моменти, які можуть бути поясненими або втратою стійкості обчислювального процесу, або переходом течії в турбулентний режим.

1. Математична модель процесу

Розглядається двовимірна течія в'язкої рідини в каналі зі стінкою, в якій присутній витік рідини через поверхню, течія вважається стаціонарною (рис. 1).

Система рівнянь Нав'є-Стокса в такому випадку записується у двовимірній області наступним чином:

$$\begin{cases} U\cdot\dfrac{\partial U}{\partial x}+V\cdot\dfrac{\partial U}{\partial y}=-\dfrac{1}{\rho}\cdot\dfrac{\partial p}{\partial x}+\nu\cdot(\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2}) \\ U\cdot\dfrac{\partial V}{\partial x}+V\cdot\dfrac{\partial V}{\partial y}=-\dfrac{1}{\rho}\cdot\dfrac{\partial p}{\partial y}+\nu\cdot(\dfrac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 V}{\partial y^2}) \\ \dfrac{\partial U}{\partial x}+\dfrac{\partial V}{\partial y}=0 \end{cases} ,(1)$$

де U і V – компоненти вектора швидкості в прямокутній Декартові системі координат, ρ – густина продуктів, що транспортуються, ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості, p – тиск рідин. Граничні умови задаються у вигляді:

$$\begin{cases} U\Big|_{x=0}=-\dfrac{k\cdot y^2}{4\cdot\mu}+\dfrac{k\cdot R_y}{2\cdot\mu} \\ U\Big|_{y=0}=U\Big|_{y=2\cdot R}=0 \\ V\Big|_{x=0}=V\Big|_{y=0}=0 \\ V\Big|_{y=2\cdot R}=\begin{cases} 0 & x<x_1, x<x_2 \\ V_{laek} & x\in[x_1;x_2] \end{cases} \end{cases} , \qquad (2)$$

де $[x_1;x_2]$ – зона витоку, μ – динамічна в'язкість продуктів, що транспортуються, R – радіус каналу. Для компоненти швидкості $U\big|_{x=0}$ вважається, що вона обчислюється як у відомій моделі Пуазейля [6]. V_{laek} – швидкість витоку рідини через область. Граничні умови (2) можуть іншими в залежності від того, як розташовані зони витоку рідини – якщо вони розташовані на різних границях каналу, то для компоненти швидкості *V* ненульовими будуть значення швидкості на певних відрізках як при *y=0*, так і при *y=2R* . Методика розв'язання вказаної задачі є відомою [6,7], особливістю при її розв'язанні є наявність розривних граничних умов (2) та відсутність коректних граничних умов для тиску. Диференціюючи перше з рівнянь системи (1) по змінній x, а друге – по змінній y, та приймаючи до уваги третє рівняння системи (1), одержується рівняння Пуасона для визначення тиску:

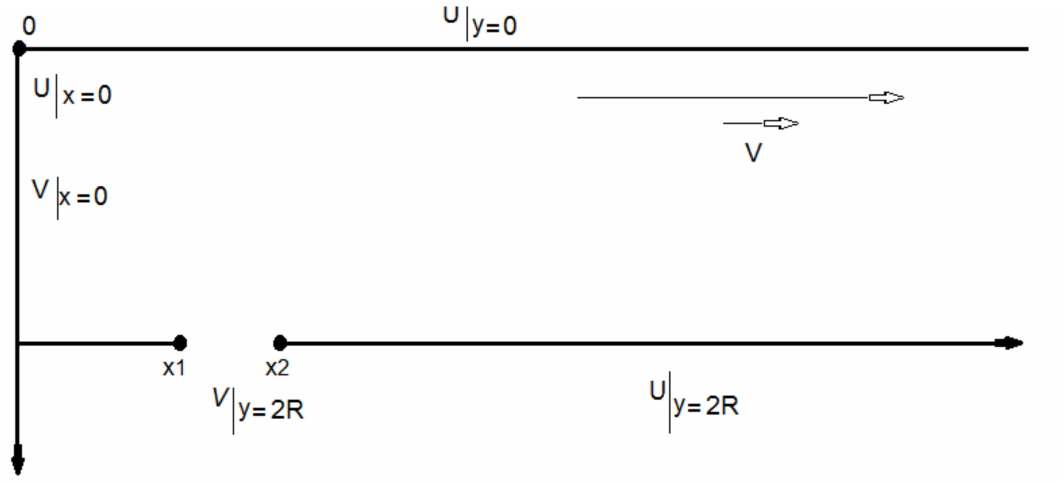

Рисунок 1 – Схема течії у двовимірному каналі з витоками

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}=-2\cdot\rho\left(\frac{\partial V}{\partial x}\cdot\frac{\partial U}{\partial y}-\frac{\partial U}{\partial x}\cdot\frac{\partial V}{\partial y}\right). \quad (3)$$

Подальша схема розв'язку є наступною:

1. Задається деяке початкове наближення тиску $p_0(\mathrm{x},\mathrm{y})$;
2. За даним розподілом $p_0(\mathrm{x},\mathrm{y})$ розв'язується система (1) з граничними умовами (2);
3. Після знаходження компонент швидкості U і V обчислюються праві частини рівняння (3);
4. Рівняння (3) розв'язується з граничними умовами:

$$p\big|_{\partial G}=p_0(\mathrm{x},\mathrm{y}) \quad (4)$$

5. Після одержання нового розподілу тиску вказаний алгоритм повертається в пункт 1.

Вказана процедура повторюється до досягнення збіжності ітераційного процесу. Система (1) з граничними умовами (2) розв'язується з використанням абсолютно збіжних неявних схем методу змінних напрямків, а рівняння (3) – методом послідовної верхньої релаксації. Збіжність та стійкість вказаного ітераційного методу доведено в роботі [8].

Початкове наближення розподілу тиску вибиралось в допущенні проте, що існує лінійний перепад тиску по довжині каналу, яким моделюється труба з витоком:

$$p=p_0-k\cdot x\ . \quad (5)$$

Використання залежності (5) для розрахунку поля швидкостей дозволяє встановити залежності між інтенсивністю витоків та зміною конфігурації течії. Можна зробити наступні висновки:

1. Швидкість витоку суттєво впливає на конфігурацію течії. Аналізуючи поведінку поздовжньої компоненти швидкості в пристіночній зоні, можна відмітити закономірність, яка залежить від швидкості витоку: чим більша швидкість витоку, тим скоріше відбувається порушення монотонності поля швидкостей на стороні витоку (рис. 2). Крім того, виявлено наступну закономірність: порушення монотонності, яке може бути визначене як різниця швидкості у двох точках сітки, що знаходяться найближче до стінки:

$$\Delta V_m=V(\mathrm{N})-V(\mathrm{N}-1), \quad (6)$$

де N+1 – кількість точок розрахункової сітки по поперечній координаті, відбувається за наступною закономірністю – спочатку відбувається перше порушення монотонності , потім монотонність відновлюється і наступна її втрата веде втрати стійкості обчислювальним процесом, що схематично зображено на рис.2.

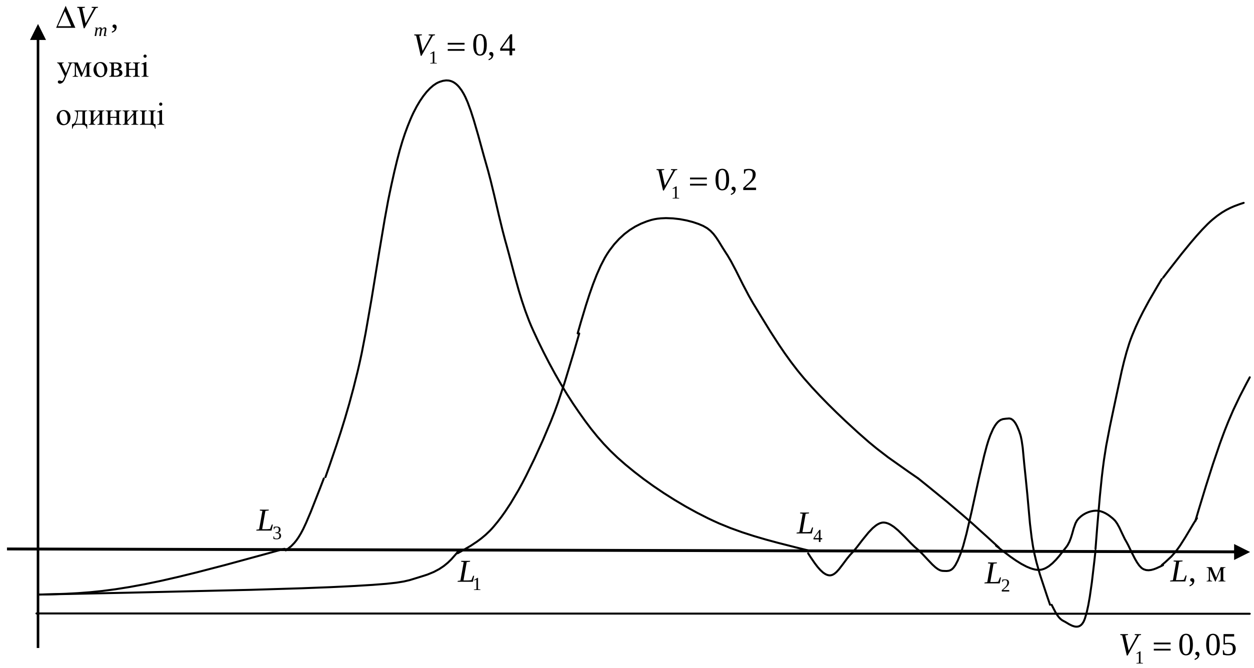

Рисунок 2 – Залежність між ΔV_m та відстанню від дефекту при різних модальних значеннях швидкості витоку, поданої в умовних одиницях

Точки L_3 і L_1 можуть слугувати реакцією течії на мале збурення, вони відповідають мінімальній відстані, на якій дія збурення вже відчутня, а точки L_4 і L_2 – точки втрат стійкості різницевої схеми. В такому випадку точки L_3 і L_1 можуть слугувати діагностичною ознакою, а L_4 і L_2 - ні, причому зміст процесів, що відбуваються після цих точок, може бути наступним – або втрачається стійкість обчислювальної процедури, або ж змінюється фізична картина течії – з ламінарного вона переходить в турбулентний режим, і для подальшого опису течії необхідно використовувати інші моделі. З технічної точки зору така поведінка знаходить пояснення у факті того, що при сповільнені рідини по довжині труби необхідно підкачувати її для забезпечення певного тиску, швидкості течії та відповідно заданих об’ємів постачання. Який саме зміст необхідно виявити пріоритетним в кожному конкретному випадку завідомо невідомо, необхідні подальші дослідження вказаних течій. Важливим результатом, який наводиться на рис. 2 та 3, є те, що при певних значеннях швидкості витоку – на рис 2 це значення складає *V=0.05*- втрати монотонності швидкості взагалі не відбувається, тобто, течія залишається стійкою до такого збурення швидкості

2. Чим більша швидкість витоку, тим швидше потік реагує на неї зміною монотонності швидкості в пристіночній зоні (рис. 3). При певних швидкостях витоку *(V<0.5)* втрати стійкості течією взагалі не відбувається, при значеннях швидкостей, більших за вказані, координата втрати стійкості течією наближається до місця розташування дефекту тим швидше, чим більшою є швидкість витоку рідини.

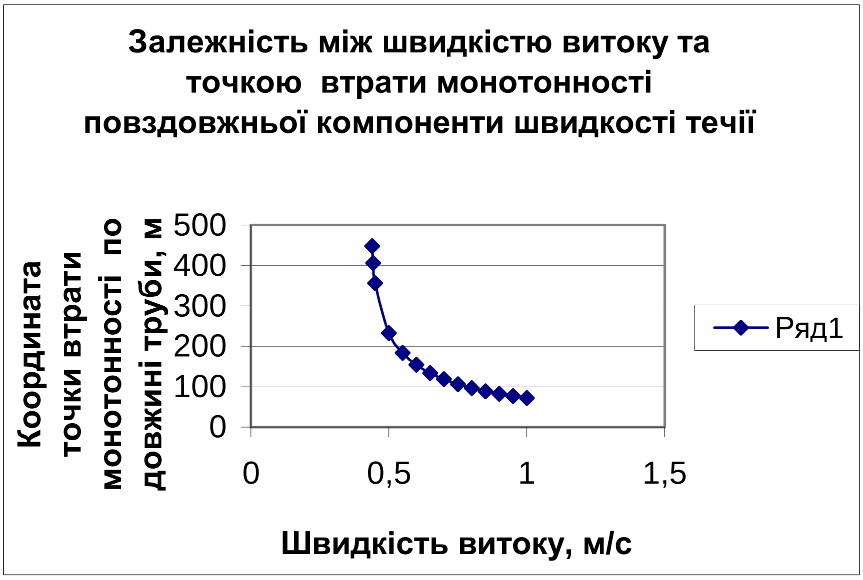

Рисунок 3 – Залежність між швидкістю витоку та точкою втрати монотонності

За результатами чисельного моделювання течії рідини по каналу з витоками її через поверхню встановлено спосіб оцінки координати точки витоку та її залежність від швидкості витоку. Напрямки подальших досліджень можуть бути пов'язаними з вивченням особливостей течії при різних геометричних конфігураціях зон витоку та з розробкою методик експериментальних досліджень полів швидкостей у трубопроводах з витоком з метою порівняння чисельних та експериментальних результатів.

1.Олійник А. П. Моделювання розподілу тиску в трубопроводі за наявності витоків з використанням формули Даламбера / А. П. Олійник, Л. О. Штаєр // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук : КрНУ, 2013. – Випуск 2 (79). – С. 66-71. 2.Архипов Б. В. Применение математических методов для анализа и оценки экологически значимых событий при крупномасштабной аварии подводного газопровода / Б. В. Архипов [и др.] ; [отв. ред. А. П. Абрамов]. - Москва : Вычислительный центр им. А. А. Дородницына Российской акад. наук, 2007. - 74 с. 3.Едигаров А. С. Математическое моделирование аварийного истечения и рассеивания природного газа при разрыве газопровода. / А.С. Едигаров, В.А. Сулейманов // Математическое моделирование. – 1995. - Том 7, №4. - С. 37-52. 4.Олійник А. П. Математичні моделі процесу квазістаціонарного деформування трубопровідних та промислових систем при зміні їх просторової конфігурації [Наукове видання] / А. П.Олійник. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2010. – 320 с. 5.Георгиевский Д. В. Устойчивость процессов деформирования вязкопластических тел / Д. В. Георгиевский. - М.: УРСС, 1998. – 176 с. 6.Шкадов В. Я. Течения вязкой жидкости / В. Я.Шкадов, З. Д. Запрянов – М.: Из.-во Моск. ун-та, 1984. – 200с. 7.Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмін / Д. Андерсон, Дж. Таннехил, Р. Плетчер. – М.:Мир, 1990. – Т.1 - 384с. 8.Олійник А.П. Дослідження впливу параметрів релаксації на збіжність чисельного методу послідовної верхньої релаксації для задачі Діріхле // А.П. Олійник, Л.О. Штаєр / Карпатські математичні публікації, 2012 – Т.4, №2 – с.289-296.

Поступила в редакцію *03.10.2017* р.

Рекомендували до друку: докт.техн.наук, проф. Горбійчук М. І., докт. техн. наук, проф. Юрчишин В. М.