

УДК 004.383.3:512.645.3:[517.51-022.217-025.54]

ЕФЕКТИВНІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ ОРТОГОНАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ НА ОСНОВІ ТРІЙКОВИХ СИМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ

А. В. Ізмайлов

*ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника» 76018,
м.Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 57. aiartefact@gmail.com*

В роботі проаналізовано властивості критеріїв оцінки ефективності застосування ортогональних перетворень у інформаційних системах та сформовано набір критеріїв для оцінки ефективності застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій у системах цифрової обробки інформації. Оцінка ефективності застосування такого перетворення здійснена у порівнянні з перетвореннями Уолша-Адамара та Хаара за сформованим набором критеріїв. На основі проведеного аналізу ефективності сформовано рекомендації щодо застосування розробленого методу перетворення у технічних системах.

Ключові слова: цифрова обробка інформації, трійкові симетричні функції, maximum reducible bits, середньоквадратична похибка відновлення даних, gain of transform coding over pulse-code modulation.

В работе проанализированы свойства критериев оценки эффективности применения ортогональных преобразований в информационных системах и сформирован набор критериев для оценки эффективности применения ортогонального преобразования на основе троичных симметричных функций в системах цифровой обработки информации. Оценка эффективности применения данного преобразования осуществлена по сравнению с преобразованиями Уолша-Адамара и Хаара по сформированному набору критериев. На основе проведенного анализа эффективности сформированы рекомендации по применению разработанного метода преобразования в технических системах.

Ключевые слова: цифровая обработка информации, троичные симметричные функции, maximum reducible bits, среднеквадратичная погрешность восстановления данных, gain of transform coding over pulse-code modulation.

The paper deals with properties analysis of effectiveness criteria for application of orthogonal transforms in information systems. A set of criteria is built based on the performed analysis and it is used for estimation of application effectiveness of orthogonal transform based on symmetric ternary functions in systems of digital information processing. Estimation of application effectiveness of this transform is performed in comparison with Walsh-Hadamard and Haar transforms using the built set of criteria. The results of the performed effectiveness analysis are used to form the recommendations for application of the synthesized transform in technical systems.

Keywords: digital information processing, symmetric ternary functions, maximum reducible bits, mean square error of data restoration, gain of transform coding over pulse-code modulation.

Вступ.

Цифрова обробка інформації (ЦОІ) є базовою системною функцією комп'ютеризованих інформаційних та систем контролю технологічних параметрів у різних галузях економіки, зокрема промислового виробництва, управління та зв'язку [1–5]. Застосування швидких методів ЦОІ дозволяє підвищити ефективність перебігу процесів, які включають ЦОІ у прикладних галузях.

Аналіз трендів у галузі ЦОІ визначає актуальним завдання розробки і впровадження швидких методів ортогональних перетворень інформаційних потоків [1, 2, 4–6], а також

оцінки ефективності їх застосування у системах ЦОІ з метою визначення оптимального перетворення інформації у випадку конкретної прикладної системи [2, 4, 7, 8].

Незважаючи на значну кількість досліджень у напрямку ЦОІ, жодне з них не ставить за мету реалізувати переваги системи трійкових симетричних функцій та породженої нею системи числення [2–4, 9]. У роботі [2] доведена ефективність застосування ортогонального перетворення інформації на основі трійкових симетричних функцій для задач перетворення сильнокорельованих сигналів у слабкокорельовані коефіцієнти. У роботі [4]

розроблено швидке ортогональне перетворення на базі трійкових симетричних функцій і здійснена оцінка ефективності його застосування за критерієм операційної складності. З вище наведеного обґрунтовано необхідність та актуальність завдання аналізу ефективності застосування ортогонального перетворення інформації на основі трійкових симетричних функцій за складом критеріїв, які використовуються у практиці ЦОІ для оцінки ефективності методів перетворення інформаційних потоків для різних класів прикладних задач.

Метою дослідження є аналіз ефективності застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій у прикладних задачах ЦОІ за допомогою визначеного набору критеріїв.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в порівнянні ефективності застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій з перетвореннями Уолша-Адамара та Хаара за критеріями теоретичної границі зменшення середніх затрат бітів на один елемент, мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення даних та за критерієм приросту ефективності кодування на основі перетворення порівняно з імпульсно-кодуючою модуляцією.

Ортогональне перетворення на основі трійкових симетричних функцій.

У матричній формі дискретне перетворення вхідного інформаційного потоку X в базисі, який заданий матрицею M , подається згідно [5]

$$Y = MX. \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -\sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -3/2 & 0 & 3/2 & 0 & 0 & 0 & -3/2 & 0 & 3/2 \\ 3/2 & 0 & -3/2 & 0 & 0 & 0 & -3/2 & 0 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & -3/\sqrt{2} & 0 & 3/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3} & -\sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3} & \sqrt{3}/2 \\ 1/2 & -1 & 1/2 & -1 & 2 & -1 & 1/2 & -1 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1 – Матриця перетворення розміру 9×9 ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій

При цьому, на матрицю M накладається вимога щодо її ортогональності, що дозволяє мінімізувати похибку квантування в області перетворення та похибку квантування в просторовій області, що, у свою чергу, передбачає вищий ступінь подібності вихідних та відновлених даних [7].

У випадку ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій вираз (1) набуде вигляду

$$Y = TX, \quad (2)$$

де $Y = [Y(0), Y(1), \dots, Y(N-1)]^T$ – N -компонентний вектор спектральних коефіцієнтів ортогонального перетворення, $N=3^n$, $n=0,1,\dots$, T – матриця перетворення розміру $N \times N$, $X = [X(0), X(1), \dots, X(N-1)]^T$ – N -компонентний вектор дискретних значень одновимірного сигналу, для якого здійснюється перетворення.

Матриця T у виразі (2) розміру 9×9 має вигляд, представлений на рис. 1. Детальну інформацію про формування матриць T перетворення (2) можна знайти у [2–4].

Критерії ефективності застосування ортогональних перетворень.

Для оцінювання ефективності дискретного ортогонального перетворення в заданому базисі використовується статистична модель вхідного сигналу [7, 8], згідно якої вхідний N -координатний вектор X розглядається як вибірка випадкового процесу.

Елементи вектора X є реалізацією одновимірного марківського процесу першого порядку з математичним сподіванням, рівним нулю та дисперсією, значення якої рівне одиниці. Даний марківський процес задається коваріаційною матрицею $P_x(3)$, (i, j) -й елемент якої рівний коефіцієнту кореляції між сусідніми елементами ρ^{i-j} , $0 \leq \rho \leq 1$ [7, 8].

$$P_x = \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{N-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{N-2} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \dots & \rho^{N-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho^{N-1} & \rho^{N-2} & \rho^{N-3} & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для ортогонального перетворення (1) коваріаційна матриця P_Y вектора коефіцієнтів перетворення Y має вигляд [5, 7, 8]

$$P_Y = M P_X M^T = \{p_Y(i, j)\}. \quad (4)$$

Елементи головної діагоналі матриці $P_Y(4)$ є дисперсіями спектральних компонент $\sigma^2(i) = p_Y(i, i)$.

Широкою областю застосування ортогональних перетворень інформації є кодування на основі перетворення, яке забезпечує зменшення надлишковості даних [5, 7, 8]. У даному методі кодуються коефіцієнти, одержані у результаті перетворення на початковому етапі обробки. Між елементами даних існують кореляційні зв'язки, внаслідок яких енергія спектра концентрується в частині коефіцієнтів. Зменшення надлишковості досягається використанням для зберігання та відновлення даних лише частини коефіцієнтів.

З метою зменшення надлишковості даних після реалізації перетворення (1) над інформаційним потоком, який містить N відліків, здійснюється вибір підмножини K координат вектора коефіцієнтів Y та вилучення інших $(N - K)$ координат. Таке вилучення не призводить до істотної похибки відновлення інформаційного потоку за K координатами вектора Y на основі оберненого перетворення [5, 7, 10]. Мірою надлишковості, яка зменшується у результаті перетворення, є теоретична границя зменшення середніх затрат бітів на один елемент – «maximum reducible bits» (*MRB*) [7, 8].

$$MRB = -\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \log_2 p_Y(i, i). \quad (5)$$

Критерій (5) було запропоновано З. Вонгом у 1986 році [7], згідно якого ефективнішим вважається перетворення із вищим показником *MRB* [7, 8].

Критерієм якості перетворення є ступінь відмінності відновлених після зменшення надлишковості та вхідних даних, який визначається як мінімальна середньоквадратична похибка відновлення даних *MSE* (mean square error) [5, 7, 8, 10].

$$MSE_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (X(i) - X_r(i))^2, \quad (6)$$

де $X(i)$ – вхідні дані, $X_r(i)$ – відновлені дані після зменшення надлишковості.

Відповідно до критерію мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення (який є застосуванням загального статистичного критерію для теорії ортогональних перетворень) при відновленні даних необхідно відбирати коефіцієнти з максимальною дисперсією, а разом з тим, з найбільшим вмістом енергії вхідних даних [5, 7, 8, 10]. Виходячи з даної необхідності, Х. Кітаджімою у 1976 році був запропонований критерій ефективності упаковки енергії у перших M коефіцієнтах перетворення *EPE* (energy packing efficiency) [8].

$$EPE = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} Y(i)^2}{\sum_{i=0}^{N-1} Y(i)^2}. \quad (7)$$

При використанні критерію (7) необхідно враховувати, що дискретні ортогональні перетворення розробляються так, щоб максимум енергії було упаковано у першому коефіцієнті перетворення і щоб частка упакованої енергії спадала в кожному наступному коефіцієнті [10]. У випадку, якщо перетворення не володіє такою властивістю, існує практика сортування коефіцієнтів перетворення за спаданням частки упакованої в них енергії [10]. Такий підхід використовують при розв'язанні задач зменшення надлишковості з метою відкидання деякого числа останніх коефіцієнтів з найменшим вмістом енергії (у випадку деяких перетворень вони взагалі можуть не містити у собі енергії і бути рівні нулю) без істотних втрат при відновленні даних за частиною коефіцієнтів [5, 7, 8, 10].

Недоліком критеріїв (6) та (7) є залежність результатів оцінки за такими критеріями від конкретних тестових вхідних даних, оскільки критерій (6) обчислюється на основі конкретних

значень вхідних та відновлених даних, а критерій (7) – на основі коефіцієнтів перетворення, отриманих для конкретних значень вхідних даних. Відповідно, оцінювати ефективність дискретного ортогонального перетворення за критерієм ступеня відмінності відновлених після зменшення надлишковості та вхідних даних доцільно за менш залежним від вхідних даних критерієм, аналогічно критеріям (6-7).

Відомо, що існує пряма відповідність критерію (7) відношенню суми перших M дисперсій спектральних компонент $\sigma^2(i)=c_Y(i,i)$ до суми всіх N дисперсій [8]. Описане відношення дає міру (у відсотках) мінімальної середньоквадратичної похибки, яка виникає при відновленні даних у випадку відкидання перших M коефіцієнтів перетворення [5]. Однак, враховуючи той факт, що саме перші M коефіцієнтів здебільшого містять найбільшу частку енергії вхідних даних, оцінка мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення при відкиданні M перших коефіцієнтів позбавлена сенсу, оскільки ці коефіцієнти будуть відкидатися в останню чергу або ж не будуть відкидатися взагалі (наприклад, перший коефіцієнт з найбільшим вмістом енергії). Навпаки, доцільно оцінити мінімальну середньоквадратичну похибку відновлення даних саме за першими M коефіцієнтами, щоб мати можливість оцінити здатність перетворення до вирішення задач зменшення надлишковості даних.

Враховуючи наведені міркування та той факт, що мінімальна середньоквадратична похибка не може бути більшою одиниці [10] критерій мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення даних за першими M коефіцієнтами може бути визначений як

$$MSE_2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^M p_Y(i,i)}{\sum_{i=1}^N p_Y(i,i)}. \quad (8)$$

Критерій (8) дозволяє оцінити ступінь відмінності відновлених за першими M коефіцієнтами та вхідних даних і визначається як мінімальна середньоквадратична похибка відновлення даних за першими M коефіцієнтами. Критерій (8) не залежить від конкретних значень відновлених даних (як критерій (6)) та коефіцієнтів перетворення (як критерій (7)), а отже, може застосовуватись на основі даних з кореляційних матриць і, відповідно, очікується, що у порівнянні з

критеріями (6) та (7), він дозволить отримати найбільш об'єктивні, абстраговані від конкретних значень вхідного сигналу, результати.

Показником ефективності кодування на основі перетворення є критерій приросту ефективності кодування у порівнянні з імпульсно-кодовою модуляцією (gain of transform coding over pulse-code modulation), який обчислюється згідно виразу [11, 12]

$$G_{TC} = \frac{\sigma_{PCM}^2}{\sigma_{TC}^2}, \quad (9)$$

де σ_{PCM}^2 – середньоквадратична похибка відновлення даних, які закодовані на основі імпульсно-кодової модуляції, σ_{TC}^2 – середньоквадратична похибка відновлення даних, які закодовані на основі перетворення.

Критерій (9) запропоновано Н. С. Джаянтом та П. Ноллом у 1984 році [11, 12], згідно якого ефективнішим вважається перетворення, для якого показник G_{TC} вищий [11, 12]. Порівняння з імпульсно-кодовою модуляцією обгрунтоване тим, що імпульсно-кодова модуляція вважається найпростішим методом кодування інформації [12].

Критерій (9) можна обчислити, використовуючи дисперсії спектральних компонент довільного (в тому числі ортогонального) перетворення, тобто з використанням елементів матриці (4) $\sigma^2(i)=c_Y(i,i)$. У цьому випадку критерій (9) обчислюється у вигляді відношення середнього арифметичного дисперсій коефіцієнтів перетворення до їх середнього геометричного значення [12]

$$G_{TC} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_Y(i,i)}{\left(\prod_{i=1}^N c_Y(i,i) \right)^{\frac{1}{N}}}. \quad (10)$$

Критерій (10), як форму критерію (9) було запропоновано П. А. Хаддадом та А. Н. Акансу у 1992 році [12]. При цьому необхідно враховувати, що критерій (10) розглядається як максимальний випадок критерію (9), що пов'язано із визначеними етапами перетворення виразу (9) у вираз (10) [12].

Ще одна перевага використання критерію (10) у порівнянні з критерієм (9) обгрунтована тим, що при кодуванні на основі імпульсно-кодової модуляції можна використовувати різні методи квантування, кожен з яких забезпечує відмінну від інших середньоквадратичну похибку відновлення

даних, а це, в свою чергу, призводить до різних значень критерію (9) для одного і того самого перетворення. Відомо, що метод квантування Ллойда-Макса забезпечує мінімізацію середньоквадратичних похибок відновлення даних і, відповідно, їх суми [10, 12]. Відповідно, у випадку використання методу квантування Ллойда-Макса значення чисельника у виразі (9) буде мінімальним, що при незмінному значенні знаменника зменшить значення критерію (9), а отже, вкаже на перевагу перетворення над оптимальним, з точки зору якості відновлення даних, варіантом імпульсно-кодової модуляції.

Критерій (10) передбачає використання методу квантування Ллойда-Макса для реалізації імпульсно-кодової модуляції [12], а тому для кожного перетворення можна отримати значення критерію (10), яке вказуватиме на мінімальну перевагу кодування на основі перетворення над імпульсно-кодовою модуляцією і залежатиме лише від розміру вектора вхідних даних, у порівнянні з критерієм (9), який додатково залежить від вибору методу квантування для реалізації імпульсно-кодової модуляції. Іншими словами, за критерієм (10), на протигагу критерію (9), можна отримати результати, абстраговані від непов'язаних із безпосередньо самим перетворенням чинників.

Оцінка ефективності за критерієм теоретичної границі зменшення середніх затрат бітів на один елемент.

З метою визначення ефективності застосування перетворення (2) у задачах зменшення надлишковості обчислено теоретичну границю зменшення в результаті перетворення середніх затрат бітів на один елемент (5). Результати обчислень показника MRB (5), який забезпечується перетвореннями Уолша-Адамара (MRB_{Wal}), Хаара (MRB_{Har}) та трійковим симетричним ортогональним перетворенням (MRB_{Ter}), в залежності від коефіцієнта кореляції ρ між сусідніми елементами вибірки вхідного інформаційного потоку при $\rho=0,1$; $\rho=0,5$; $\rho=0,9$ для різних розмірів вхідних векторів наведено у таблиці 1.

З таблиці 1 випливає, що перетворення (2) володіє меншою на 2,27% ефективністю у порівнянні з перетворенням Уолша-Адамара і більшою на 9,08% ефективністю у порівнянні з перетворенням Хаара за критерієм теоретичної границі зменшення середніх затрат бітів на один елемент у задачах зменшення надлишковості слабкорельованих сигналів. У випадку сигналів із середнім рівнем кореляції між елементами перевага перетворення (2) складає 1,62% у порівнянні з перетворенням Уолша-

Адамара і 8,04% у порівнянні з перетворенням Хаара. Максимальна перевага перетворення (2) за критерієм (5) досягається у випадку сильнокорельованих сигналів і складає відповідно 3,89% та 6,12%.

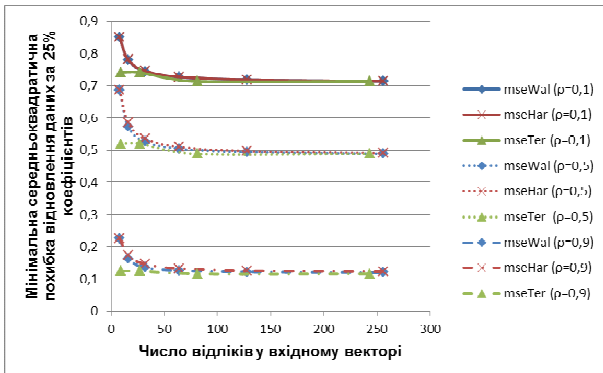
Таблиця 1 – Теоретична границя зменшення середніх затрат бітів на один елемент

N	ρ	0,1	0,5	0,9
8	MRB_{Wal}	0,0048	0,1419	0,9138
	MRB_{Har}	0,0042	0,1353	0,9119
9	MRB_{Ter}	0,0046	0,1459	0,9630
16	MRB_{Wal}	0,0048	0,1441	0,9365
	MRB_{Har}	0,0042	0,1357	0,9312
27	MRB_{Ter}	0,0046	0,1467	0,9823
32	MRB_{Wal}	0,0048	0,1447	0,9438
	MRB_{Har}	0,0042	0,1358	0,9347
64	MRB_{Wal}	0,0048	0,1449	0,9463
	MRB_{Har}	0,0042	0,1358	0,9351
81	MRB_{Ter}	0,0046	0,1469	0,9834
128	MRB_{Wal}	0,0048	0,1449	0,9471
	MRB_{Har}	0,0042	0,1358	0,9352
243	MRB_{Ter}	0,0046	0,1469	0,9835
256	MRB_{Wal}	0,0048	0,1449	0,9473
	MRB_{Har}	0,0042	0,1358	0,9352

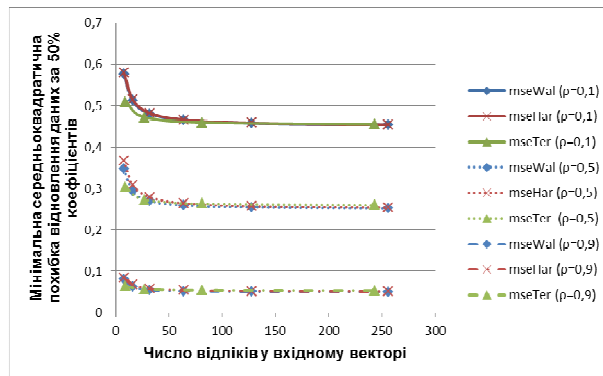
Оцінка ефективності за критерієм мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення даних.

Здійснено дослідження мінімальної середньоквадратичної похибки (8) відновлення даних за частиною коефіцієнтів при використанні перетворень Уолша-Адамара, Хаара та перетворення (2). Обчислені згідно формули (8) значення похибок у залежності від кількості M залишених коефіцієнтів ($M < N$) та в залежності від коефіцієнта кореляції ρ між сусідніми елементами вибірки вхідного інформаційного потоку для значень $\rho=0,1$; $\rho=0,5$ та $\rho=0,9$ для перетворень Уолша-Адамара (MSE_{Wal}), Хаара (MSE_{Har}) та трійкового симетричного ортогонального перетворення (MSE_{Ter}) проілюстровано на рис. 2-4, які містять графіки залежностей похибок відновлення інформаційних потоків за, відповідно, 25%, 50% та 75% коефіцієнтів перетворення від розміру вхідного вектора N для коефіцієнтів кореляції ρ між сусідніми елементами на рівнях $\rho=0,1$; $\rho=0,5$ та $\rho=0,9$. Для оцінки отриманих результатів доцільно визначити відношення обчислених похибок $k_{MSE_{TW}} = MSE_{Ter} / MSE_{Wal}$ та $k_{MSE_{TH}} = MSE_{Ter} / MSE_{Har}$. На рис. 5-7 містяться графіки відношень $k_{MSE_{TW}}$ та $k_{MSE_{TH}}$ в залежності від числа залишених коефіцієнтів перетворення при довжині вхідного вектора $N=243$ для коефіцієнтів кореляції ρ між сусідніми

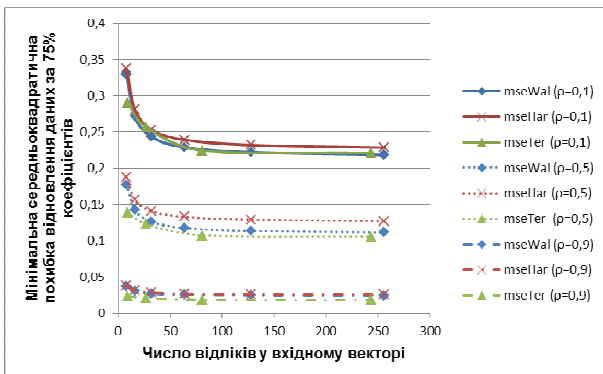
елементами на рівні $\rho=0,1$; $\rho=0,5$ та $\rho=0,9$ відповідно.



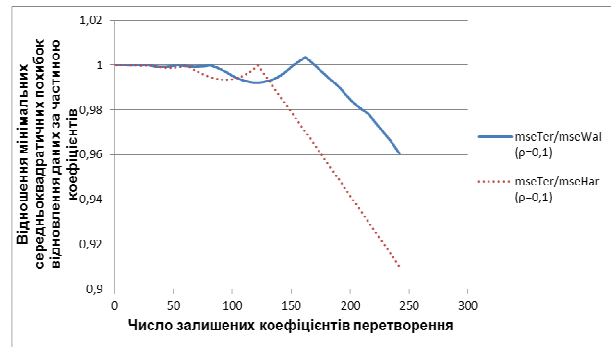
Рисунки 2 – Графік залежності значення мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення за 25% коефіцієнтів перетворення від числа відліків вхідного вектора



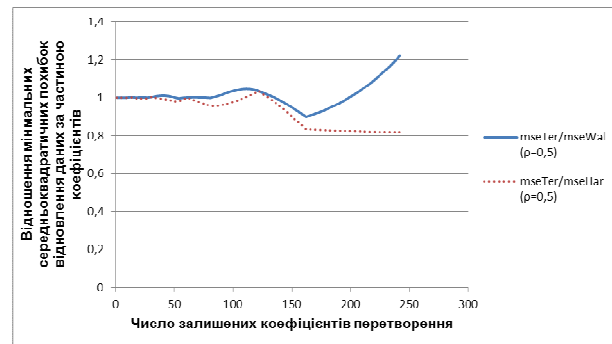
Рисунки 3 – Графік залежності значення мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення за 50% коефіцієнтів перетворення від числа відліків вхідного вектора



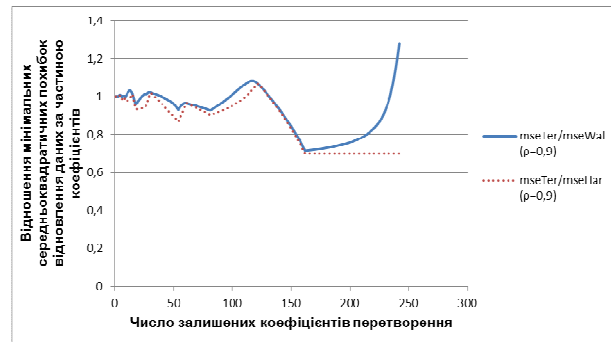
Рисунки 4 – Графік залежності значення мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення за 75% коефіцієнтів перетворення від числа відліків вхідного вектора



Рисунки 5 – Графік залежності значення відношень k_{MSETW} та k_{MSETH} від числа залишених коефіцієнтів перетворення при $\rho=0,1$



Рисунки 6 – Графік залежності значення відношень k_{MSETW} та k_{MSETH} від числа залишених коефіцієнтів перетворення при $\rho=0,5$



Рисунки 7 – Графік залежності значення відношень k_{MSETW} та k_{MSETH} від числа залишених коефіцієнтів перетворення при $\rho=0,9$

На основі аналізу результатів обчислення мінімальної середньоквадратичної похибки відновлення даних за частиною коефіцієнтів перетворення згідно співвідношення (8) та відношень k_{MSETW} та k_{MSETH} , а також відповідних графічних залежностей (рис. 2-7) встановлено, що перетворення (2) за критерієм (8) у випадку слабокорельованих сигналів має перевагу над

перетворенням Уолша-Адамара до 0,76% при фіксованій (33% – 62%) кількості коефіцієнтів ортогонального перетворення для відновлення інформаційних потоків та до 3,95% при фіксованій на рівні 70% – 99% кількості коефіцієнтів, а над перетворенням Хаара до 0,65% при фіксованій (25% – 50%) кількості коефіцієнтів ортогонального перетворення для відновлення інформаційних потоків та до 9,02% при фіксованій на рівні 50% – 99% кількості коефіцієнтів.

У випадку сигналів із середнім рівнем кореляції перевага перетворення (2) за критерієм (8) над перетворенням Уолша-Адамара складає до 10,02% при фіксованій (55% – 81%) кількості коефіцієнтів ортогонального перетворення для відновлення інформаційних потоків, а над перетворенням Хаара до 4,28% при фіксованій (25% – 45%) кількості коефіцієнтів ортогонального перетворення для відновлення інформаційних потоків та до 18,17% при фіксованій на рівні 54% – 99% кількості коефіцієнтів.

У випадку сильнокорельованих сигналів перетворення (2) за критерієм (8) має перевагу над перетворенням Уолша-Адамара до 7,2% при фіксованій (16% – 40%) кількості коефіцієнтів ортогонального перетворення для відновлення інформаційних потоків та до 28,37% при фіксованій на рівні 54% – 96% кількості коефіцієнтів, а над перетворенням Хаара до 6,56% при фіксованій (7% – 12%) кількості коефіцієнтів ортогонального перетворення для відновлення інформаційних потоків, до 13,06% при 14% – 46% та до 30,02% при фіксованій на рівні 54% – 99% кількості коефіцієнтів.

Оцінка ефективності за критерієм приросту ефективності кодування на основі запропонованого методу перетворення порівняно з імпульсно-ковою модуляцією.

З метою визначення ефективності кодування на основі перетворення (2) порівняно з імпульсно-ковою модуляцією (для випадку використання методу квантування Ллойда-Макса) обчислено відношення похибок відновлення даних при імпульсно-кодовій модуляції та кодуванні на основі перетворення (10). Результати обчислень показника G_{TC} (10), який забезпечується перетвореннями Уолша-Адамара (G_{TCWal}), Хаара (G_{TCHar}) та трійковим симетричним ортогональним перетворенням (G_{TCTer}), в залежності від коефіцієнта кореляції ρ між сусідніми елементами вибірки вхідного інформаційного потоку при $\rho=0,1$; $\rho=0,5$ та $\rho=0,9$ для різних розмірів вхідних векторів наведено у таблиці 2.

Таблиця 2 – Приріст ефективності кодування на основі перетворення (2) порівняно з імпульсно-ковою модуляцією

N	ρ	0,1	0,5	0,9
8	G_{TCWal}	1,0066	1,2175	3,5496
	G_{TCHar}	1,0059	1,2063	3,5401
9	G_{TCTer}	1,0064	1,2242	3,7997
16	G_{TCWal}	1,0067	1,2212	3,6627
	G_{TCHar}	1,0059	1,2070	3,6360
27	G_{TCTer}	1,0065	1,2256	3,9032
32	G_{TCWal}	1,0067	1,2222	3,7001
	G_{TCHar}	1,0059	1,2071	3,6538
64	G_{TCWal}	1,0067	1,2224	3,7132
	G_{TCHar}	1,0059	1,2071	3,6559
81	G_{TCTer}	1,0065	1,2258	3,9088
128	G_{TCWal}	1,0067	1,2225	3,7170
	G_{TCHar}	1,0059	1,2071	3,6561
243	G_{TCTer}	1,0065	1,2259	3,9097
256	G_{TCWal}	1,0067	1,2225	3,7180
	G_{TCHar}	1,0059	1,2071	3,6562

З таблиці 2 випливає, що перетворення (2) володіє приблизно однаковою (різниця 0,04%) ефективністю у порівнянні з перетворенням Уолша-Адамара і більшою на 0,26% ефективністю у порівнянні з перетворенням Хаара за критерієм (10) у випадку кодування слабокорельованих сигналів. У випадку кодування сигналів із середнім рівнем кореляції між елементами за критерієм (10) перетворення (2) володіє більшою на 0,41% ефективністю у порівнянні з перетворенням Уолша-Адамара і більшою на 1,59% ефективністю у порівнянні з перетворенням Хаара. З таблиці 2 випливає, що у порівнянні з перетвореннями Уолша-Адамара та Хаара перевага перетворення (2) за критерієм (10) у випадку кодування сильнокорельованих сигналів складає відповідно 3,47% та 5,00%.

Висновки

Дослідження ефективності застосування у системах ЦОІ ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій визначили перевагу застосування запропонованого методу перетворення у порівнянні з перетвореннями Уолша-Адамара та Хаара. Зокрема, у системах, у яких пріоритетним завданням є ущільнення даних, використання перетворення (2) приведе до збільшення ефективності у межах 10% – 30% залежно від ступеня взаємної кореляції вхідних даних [2].

У системах з пріоритетом зменшення надлишковості даних перевага застосування перетворення (2) складає 4% – 6,5% в

залежності від ступеня взаємної кореляції вхідних даних.

У системах, які допускають стиснення даних із втратами, використання перетворення (2) дозволяє збільшити достовірність відновлених даних на 2% – 7% при відкиданні 50% – 75% коефіцієнтів перетворення та на 5% – 30% при відкиданні <50% коефіцієнтів перетворення залежно від ступеня взаємної кореляції вхідних даних.

У системах, у яких необхідно оптимізувати кодування даних при пересиланні каналами зв'язку, застосування перетворення (2) дозволяє збільшити ефективність пакування даних до 2% – 5%.

Необхідно, однак, відзначити, що згідно результатів, отриманих у роботі [4], для реалізації переваг перетворення (2), таке перетворення рекомендоване до використання у системах ЦОІ, у яких швидкодія функціонування не є першочерговим пріоритетом. Якщо ж швидкодія є пріоритетним напрямом оптимізації системи, доцільність застосування перетворення (2) для даної системи потребує додаткового оптимізаційного дослідження, яке повинне вказати на фактичні переваги введення перетворення (2) у дану систему.

Подальші дослідження полягають у розробці та дослідженні альтернативних методів реалізації швидкого перетворення на основі перетворення (2) (відмінних від описаного у [4]) з метою покращення показників застосування перетворення (2) за критерієм операційної складності та, відповідно, підвищення загальної ефективності застосування перетворення (2) у різних технічних системах.

1. Thompson A., *The Cascading Haar Wavelet Algorithm for Computing the Walsh-Hadamard Transform* / A. Thompson // *IEEE Signal Processing Letters*. – July 2017. – Vol. 24, No. 7. – P. 1020-1023. doi: 10.1109/LSP.2017.2705247.

2. Ізмайлов А.В. Застосування ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій для цифрової обробки інформації / А.В. Ізмайлов // *Методи та засоби кодування, захисту й ущільнення інформації : тези доповідей Шостої Міжнародної науково-практичної конференції, м. Вінниця, 24-25 жовтня 2017 року*. – Вінниця: ВНТУ, 2017. – С. 93-96.

3. Izmailov A., Petryshyn L., "Symmetric ternary functions and their application in orthogonal transforms," 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), Kiev, 2017, P. 836-841. doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100364.

4. Ізмайлов А.В., Цифрова обробка інформації в розосереджених системах управління із застосуванням швидкого ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій / А.В. Ізмайлов, Л.Б. Петришин // *Збірник наукових праць Харківського національного університету Повітряних Сил*. – 2018. – № 2. – відправлена у видавництво.

5. Ahmed N., *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing* / N. Ahmed, K.R. Rao // Springer-Verlag, 1975, – P. 263.

6. Yaroslavsky L.P., *Fast Transforms in Image Processing: Compression, Restoration, and Resampling* / L.P. Yaroslavsky // *Advances in Electrical Engineering*. – August 2014. – Vol. 2014. – Article ID 276241. – P. 23. doi: 10.1155/2014/276241.

7. Hawkes P.W., *Advances in Electronics and Electron Physics*, Vol. 88, Academic Press, 1994, p. 365.

8. Rao K.R., *Discrete Cosine Transform: Algorithms, Advantages, Applications* / K.R. Rao, P. Yip, Academic Press, 1990, p. 512.

9. Hayes B., *Computing science. Third base. A reprint from American Scientist, the magazine of Sigma Xi, the Scientific Research Society*, Vol. 89, No. 6. November-December 2001, P. 490-494.

10. Сэломон Д., *Сжатие данных, изображение и звука* / Д. Сэломон; пер. с англ. В.В. Чепыжова. – М.: Техносфера, 2004. – 368 с.

11. Jayant N.S., Noll P., *Digital Coding of Waveforms: Principles and Applications to Speech and Video (Prentice-Hall Signal Processing Series)*. Prentice-Hall, 1984, p. 688.

12. Akansu A.N., Haddad R.A., *Multiresolution Signal Decomposition: Transforms, Subbands, and Wavelets*. New York, NY, USA: Academic, 1992, p. 376.

Поступила в редакцію 11.05.2018 р.
 Рекомендували до друку: докт.техн.наук,
 проф. Олійник А. П., докт. техн. наук, проф.
 Горбійчук М. І.