ТОВ « Мелітек - Україна » є ексклюзивним дистриб'ютором в Україні провідних зарубіжних виробників лабораторного і аналітичного обладнання :

- **Struers A / S** , Данія (пробопідготовка для мікроскопічних досліджень) ;
- **Olympus** , Японія (мікроскопи та цифрові системи);
- **EMCO - TEST** , Австрія (твердоміри)
- **Bruker** , Німеччина (аналізатори хімічного , мінерального і структурного складу) ;
- **Walter + Bai AG** , Швейцарія (випробувальне обладнання , копри , твердоміри) ;
- **Nanovea ,** США (дослідження в нанодіапазоні) .

Основною місією ТОВ « Мелітек - Україна » є комплексне вирішення проблем підприємства: від аналізу та надання рекомендацій щодо модернізації лабораторії до постачання устаткування «під ключ», запуску, навчання користувачів і гарантійного обслуговування.

ТОВ «Мелітек-Україна»
03067, м.Київ, бул. Івана Лепсе, 4, корп.1, офіс 308
Тел.(044)454-05-90, факс: (044) 454-05-95
e-mail: infoua@melytec.ru, Web: www.melytec.ru

УДК 62-503.57:622.24

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ’ЄКТІВ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

М. І. Горбійчук, Т. В. Гуменюк
Івано-Франківський національн ий технічний університет нафти і газу, вул. Карпатська, 15, м. Івано-Франківськ, 76019, Україна, ksm@nung.edu.ua

Для побудови емпіричних моделей, як правило, застосовують метод найменших квадратів, який дає змогу описати у вигляді математичного співвідношення залежність між деяким набором фізичних величин. Ця залежність може бути отримана як результат теоретичних досліджень або на основі експерименту. Якщо математична модель отримана із теоретичних міркувань, то вона, як правило, лише з точністю до деяких параметрів відображає в аналітичній формі залежності між певним набором факторів. Якщо в основі математичної моделі лежать експериментальні дослідження, то структура такої моделі часто постулюється. В обох випадках при побудові математичної моделі повинні використовуватись відомості про досліджуваний об’єкт, на основі яких можна було б зробити висновок про точність опису об’єкта моделлю.

В загальній постановці задача опису емпіричної залежності за допомогою параметричної регресії допускає, що задана функція визначена з точністю до деяких параметрів, які підбираються таким чином, щоб певний критерій наближення між експериментальними і відповідними розрахунковими даними набув мінімального значення.

У такій класичній постановці задачі ідентифікації допускають, що структура моделі відома, яку дуже часто вибирають лінійною по відношенню до параметрів моделі.

Метою роботи є розроблення методу ідентифікації технологічних об’єктів за умови, що експериментальні дані, які використовуються для побудови емпіричних моделей, є нечіткими величинами.

Розглядається об’єкт, який має m входів x_i, $i=\overline{1,m}$ і один вихід y. Залежність $y=f(\overline{x})$, де $\overline{x}=(x_1,x_2,\dots,x_m)^T$, будемо шукати у вигляді регресійної залежності

$$y=\sum_{j=0}^{n} c_j \prod_{i=1}^{m} x_i^{\phi_{ji}}\,, \tag{1}$$

де c_j - коефіцієнти полінома; ϕ_{ji} - степені аргументів, які повинні задовольняти обмеженню: $\sum_{i=1}^{m}\phi_{ji}\le r,\ \ \forall j$. Число членів n полінома (1) визначають за такою формулою [1]:

$$n=\frac{(m+r)!}{m!r!}\,. \tag{2}$$

У тому випадку, коли змінні x_i, $i=\overline{1,m}$ вимірюються без похибок, а на значення y накладається адитивна перешкода, яка має нормальний закон розподілу, і параметри такого закону є незмінними для всіх точок спостережень. Тоді для визначення параметрів моделі (1) можна використати метод найменших квадратів або узагальнений метод найменших квадратів для випадку, коли дисперсії адитивної перешкоди відомі, але різні у точках спостережень.

На практиці інформація про статистичні характеристики адитивної перешкоди є доступною лише в окремих випадках. Більш того, вхідні величини з тих чи інших причин вимірюється неточно і їх значення можна вказати з деякою непевністю. Задача ідентифікація значно ускладнюється у тих випадках, коли вимірювальний сигнал проходить через природній канал з невідомими статистичними характеристиками. Така ситуація зустрічається, наприклад, при бурінні свердловин, коли осьове навантаження на долото і частота його обертання вимірюються наземними приладами.

У таких випадках вхідні величини x_i, $i=\overline{1,m}$ природно інтерпретувати як нечіткі величини з функціями належності

$$\mu(x_i)=\exp\left(-\frac{\left(x_i-x_i^{(0)}\right)^2}{2\alpha_{xi}^2}\right), \tag{3}$$

де $x_i^{(0)}$, α_i, $i=\overline{1,m}$ - відповідно модальне значення і параметр нечіткості функції належності.

Знайдемо функцію належності вихідної величини

$$\mu(y)=\mu\left(\sum_{j=1}^{n}c_j\prod_{i=1}^{m}x_i^{\phi_{ji}}\right)=\exp\left(-\frac{\left(y-a_y\right)^2}{2\alpha_y^2}\right). \tag{4}$$

Параметри a_y і α_y функції належності (3) знайдемо, використовуючи правила виконання арифметичних операцій над нечіткими числами $(L-R)$ - типу у гаусовому базисі [1, 2].

Виходячи із структури моделі (1), для визначення параметрів a_y і α_y функції належності (4), необхідні такі операції над нечіткими числами як додавання, множення нечітких чисел і множення нечіткого числа на чітке. Такі операції визначені для нечітких чисел $(L-R)$- типу. Це дало змогу визначити функцію належності вихідної величини $\mu(y)$ у вигляді, який заданий формулою (4), де

$$a_y = \sum_{j=0}^{n} c_j \prod_{k=1}^{m} \left(x_i^{(0)}\right)^{\phi jk}, \quad \alpha_y = \sum_{j=0}^{n} c_j \left(\sum_{i=1}^{m} \phi_{ji} \left(x_i^{(0)}\right)^{\phi_{ji}-1} \alpha_{xi} \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq i}}^{m} \left(x_i^{(0)}\right)^{\phi_{jk}} \right). \quad (5)$$

Для функції належності (4) визначимо γ- зріз. Тоді $\exp\left(-\frac{\left(y-a_y\right)^2}{2\alpha_y^2}\right)=\gamma$.

Із останнього рівняння визначимо

$$y = a_y + \alpha_y \sqrt{\ln\frac{1}{\gamma^2}}. \quad (6)$$

Підставляючи значення a_y і α_y із (5) у форму (6), отримуємо

$$y = \sum_{j=0}^{n} c_j \left(\prod_{i=1}^{m} \left(x_i^{(0)}\right)^{\phi_{jk}} + A_\gamma \left(\sum_{i=1}^{m} \phi_{ji} \left(x_i^{(0)}\right)^{\phi_{ji}-1} \alpha_{xi} \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq i}}^{m} \left(x_i^{(0)}\right)^{\phi_{jk}} \right)\right), \quad (7)$$

де $A_\gamma = \sqrt{\ln\frac{1}{\gamma^2}}$, γ - зріз функції належності.

Отриманий результат свідчить про те, що врахування нечіткості вхідних даних приводить до появи певного «штрафу», величина якого визначається параметрами функцій належності (3).

Тепер можна сформулювати задачу нечіткої ідентифікації у такий спосіб: визначити параметри c_j, $j=\overline{0,n-1}$ моделі (7) таким чином, щоб мінімізувати суму квадратів відхилень розрахункових значень, які визначаються співвідношенням (7), від значень, що спостерігаються на виході об’єкта

$$J(\bar{c}) = \sum_{t=1}^{N} \left(Y_t - y_t\right)^2,$$

де y_t - обчислені значення вихідної величини для кожної точки спостережень.

Мінімізація функціоналу (8) за вектор-змінною $\overline{c}$ приводить до такого результату [3]: $\overline{c} = M^{-1} F^T \overline{Y}$, де $M = F^T F$ - матриця Фішера.

Допустимо, що залежність між входом і виходом деякого об'єкта описується співвідношенням (1). При цьому $m = 2$ і $r = 2$. Кількість членів такої регресійної залежності обчислимо за формулою (2) - $n = 6$.

Уведемо таке позначення:
$$f\left(\overline{x}, \phi_{ji}\right) = \sum_{i=1}^{m} \phi_{ji} \left(x_i^{(0)}\right)^{\phi_{ji}-1} \alpha_{xi} \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq i}}^{m} \left(x_k^{(0)}\right)^{\phi_{jk}}.$$

Утворимо матрицю степенів регресійної моделі (1)
$$\Phi^T = \begin{bmatrix} \phi_{01} & \phi_{11} & \phi_{21} & \phi_{31} & \phi_{41} & \phi_{51} \\ \phi_{02} & \phi_{12} & \phi_{22} & \phi_{32} & \phi_{42} & \phi_{52} \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Обчислимо $f\left(\overline{x}, \phi_{0i}\right) = \phi_{01} x_1^{\phi_{01}-1} \alpha_1 x_2^{\phi_{02}} + \phi_{02} x_2^{\phi_{02}-1} \alpha_2 x_1^{\phi_{01}}$. Враховуючи значення ϕ_{01} і ϕ_{02}, отримаємо $f\left(\overline{x}, \phi_{0i}\right) = 0$.

Аналогічно знаходимо, що
$$f\left(\overline{x}, \phi_{1i}\right) = \phi_{11} x_1^{\phi_{11}-1} \alpha_{x1} x_2^{\phi_{12}} + \phi_{12} x_2^{\phi_{12}-1} \alpha_{x2} x_1^{\phi_{11}} = \alpha_{x1},$$
$$f\left(\overline{x}, \phi_{2i}\right) = \phi_{21} x_1^{\phi_{21}-1} \alpha_{x1} x_2^{\phi_{22}} + \phi_{22} x_2^{\phi_{22}-1} \alpha_{x2} x_1^{\phi_{21}} = \alpha_{x2},$$
$$f\left(\overline{x}, \phi_{3i}\right) = \phi_{31} x_1^{\phi_{31}-1} \alpha_{x1} x_2^{\phi_{32}} + \phi_{32} x_2^{\phi_{32}-1} \alpha_{x2} x_1^{\phi_{31}} =$$
$$= \alpha_{x1} x_2 + \alpha_{x2} x_1,$$
$$f\left(\overline{x}, \phi_{4i}\right) = \phi_{41} x_1^{\phi_{41}-1} \alpha_{x1} x_2^{\phi_{42}} + \phi_{42} x_2^{\phi_{42}-1} \alpha_{x2} x_1^{\phi_{41}} =$$
$$= 2\alpha_{x1} x_1,$$
$$f\left(\overline{x}, \phi_{5i}\right) = \phi_{51} x_1^{\phi_{51}-1} \alpha_{x1} x_2^{\phi_{52}} + \phi_{52} x_2^{\phi_{52}-1} \alpha_{x2} x_1^{\phi_{51}} =$$
$$= 2\alpha_{x2} x_2.$$

Отже, з врахуванням нечіткості вхідних змінних, вихід об'єкта ($m=2$, $r=2$) буде описуватись такою емпіричною залежністю:

$$y = c_0 + c_1\left(x_1 + A_\gamma \alpha_{x1}\right) + c_2\left(x_2 + A_\gamma \alpha_{x2}\right)$$
$$+c_3\left(x_1 x_2 + A_\gamma\left(x_1\alpha_{x2} + x_2\alpha_{x1}\right)\right) +$$
$$+c_4\left(x_1^2 + 2A_\gamma \alpha_{x1} x_1\right) + c_5\left(x_2^2 + 2A_\gamma \alpha_{x2} x_2\right).$$

У тому випадку, коли $\gamma = 1$ тоді $A_\gamma = 0$ і ми приходимо до чіткої задачі ідентифікації, в якій модальні значення вхідної величини ототожнені з їх значеннями, що піддаються безпосередньому спостереженню.

Розроблений метод побудови емпіричної моделі поліноміального вигляду, який допускає, що вхідні фактори нечіткі величини з відомою функцією належності гаусового типу. Показано, що отримана емпірична модель також є поліномом, де вхідні фактори мають додаткову складову, яка є своєрідною «платою» за нечіткість вхідної інформації. Для знаходження параметрів нечіткої емпіричної моделі використаний метод найменших квадратів.

1. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных ситем: монография / А. Г. Ивахненко – К.: Наукова думка, 1981. – 296 с.

2. Ивахненко А. Г. Справочник по типовым программам моделирования. / А. Г. Ивахненко, Ю. В. Коппа, В. С. Степашко и др.; под ред. А. Г. Ивахненко – К.: Техніка, 1980. – 180 с.

3. Горбійчук М. І. Метод синтезу емпіричних моделей на засадах генетичних алгоритмів / М. І. Горбійчук, М. І. Когутяк, О. Б. Василенко, І. В. Щупак // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2009. – № 4 (33). – С. 72-79.