## Література


[1] *Mazur S., Orlicz W.*Grundlegende Eigenschaften der polynomischen Operationen. Erste Mitteilung.// Stud. Math. – 1934. – **5**, №1 – S.50-68.

[2] *Bochnak J., Siciak J.* Polynomials and multilinear mapping in topological vector spaces// Stud. Math. – 1971. – **39**– P.59-76.

[3] *Косован В.М., Маслюченко В.К.* Нарізно поліноміальні функції//Наук. вісн. Чернівецького ун-ту. В.**374**. Математика. – Чернівці: Рута, 2008. – С.66-74.

[4] *Haar A.* Die Minkowskische Geometrie und die Annaherung an stetige Funktionen// Math. Annalen - 1918. - **78**. - S. 294–311.

[5] *Ахиезер Н.И.* Лекции по теории аппроксимации. – М.:Наука, 1965. – 408 с.


# НЕЛІНІЙНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ТЕРМОЧУТЛИВОГО ШАРУ З ВКЛЮЧЕННЯМ, ЩО НАГРІВАЄТЬСЯ ТЕПЛОВИМ ПОТОКОМ


Гавриш Василь

Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна

E-mail:gavryshvasyl@gmail.com


У процесі експлуатації окремих термочутливих (теплофізичні параметри залежать від температури) елементів та вузлів мікроелектронних пристроїв, робота яких відбувається в широкому інтервалі температур, за дії високих теплових навантажень, виникає низка складних інженерних проблем, для вирішення яких необхідно мати певну інформацію про їхній тепловий стан та температурні режими. Оскільки експериментальні дослідження є складними через високі температури і герметизуючі властивості систем тепловідведення, то актуально є отримати таку інформацію розрахунковим шляхом, що, своєю чергою, вимагає розв'язування складних нелінійних крайових задач теплопровідності, отриманих на основі математичних моделей, які б максимально відображали найістотніші аспекти теплофізичних процесів, що здійснюються в розглядуваних конструкціях. Тому розглянуто термочутливий ізотропний відносно теплофізичних параметрів шар, який містить чужорідне наскрізне циліндричне включення з радіусом $R$, віднесений до циліндричної системи координат $(0, r, \varphi, z)$ із початком в центрі включення. В області включення $\Omega_0 = \{(r, \varphi, -\ell) : r \leqslant R, 0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi\}$ межової поверхні $L_- = \{(r, \varphi, -\ell) : 0 \leqslant r < \infty,\ 0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi\}$ шару система нагрівається тепловим потоком, поверхнева густина якого дорівнює $q_0 = const$, а інша частина цієї поверхні шару поза включенням і поверхня $L_+ = \{(r, \varphi, \ell) : 0 \leqslant r < \infty,\ 0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi\}$ є теплоізольованими. На межовій поверхні включення $K_R = \{(r, \varphi, z) : 0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi,\ |z| \leqslant \ell\}$ існує ідеальний тепловий контакт $t_0 = t_1$, $\lambda_0(t)\frac{\partial t}{\partial r} = \lambda_1(t)\frac{\partial t}{\partial r}$ для $r = R$ (0 – для включення, 1– для шару ).

У наведеній структурі потрібно визначити осесиметричний розподіл температур $t(r,z)$ за просторовими координатами, який отримують розв'язанням нелінійного рівняння теплопровідності

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\lambda(r,t)\frac{\partial t}{\partial r}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\lambda(r,t)\frac{\partial t}{\partial z}\right] = 0 \qquad (1)$$

з крайовими умовами

$$t\,|_{r\to\infty} = 0,\ \frac{\partial t}{\partial r}\,|_{r\to\infty} = 0,\ \frac{\partial t}{\partial z}\,|_{z=\ell} = 0,\ \lambda_0(t)\frac{\partial t}{\partial z}\,|_{z=-\ell} = -q_0 S_-(R-r), \qquad (2)$$

де $\lambda(r,t) = \lambda_1(t) + [\lambda_0(t) - \lambda_1(t)]\,S_-(R-r)$– коефіцієнт теплопровідності неоднорідного термочутливого шару, $\lambda_0(t)$, $\lambda_1(t)$– коефіцієнти теплопровідності матеріалів включення та шару, відповідно,

$$S_\pm = \begin{cases} 1, & \zeta > 0, \\ 0,5 \mp 0,5, & \zeta = 0, \\ 0, & \zeta < 0 \end{cases} \text{ – асиметричні одиничні функції.}$$

Введено лінеаризаційну функцію

$$\vartheta = \int_0^{t(r,z)} \lambda_1(\zeta)d\zeta + S_-(R-r)\int_{t(R,z)}^{t(r,z)} [\lambda_0(\zeta) - \lambda_1(\zeta)]\,d\zeta, \qquad (3)$$

після диференціювання якої за змінними $r$ та $z$ і з урахуванням (1), отримано рівняння для визначення лінеаризаційну функції

$$\Delta\vartheta + \frac{\partial}{\partial z}\left\{[\lambda_0(t) - \lambda_1(t)]\,\frac{\partial t}{\partial z}\right\}|_{r=R}\ S_-(R-r) = 0. \qquad (4)$$

Тут $\Delta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial}{\partial r}) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$– оператор Лапласа в циліндричній системі координат.

Крайові умови (2) з використанням співвідношення (3) будуть такими

$$\begin{gathered} \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\,|_{z=\ell} = 0,\ \vartheta\,|_{r\to\infty} = 0,\ \frac{\partial\vartheta}{\partial r}\,|_{r\to\infty} = 0, \\ \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\,|_{z=-\ell} = -\left\{q_0 + \left[(\lambda_0(t) - \lambda_1(t))\,\frac{\partial t}{\partial z}\,|_{r=R,z=-\ell}\right]\right\} S_-(R-r). \end{gathered} \qquad (5)$$

Лінеаризуюча функція (3) дала змогу звести нелінійну крайову задачу (1),(2) до частково лінеаризованого рівняння (4) з розривними коефіцієнтами та крайовими умовами (5).

На основі цього отримано наближений аналітичний розв'язок нелінійної крайової задачі (1), (2) за лінійної температурної залежності коефіцієнта теплопровідності конструкційних матеріалів.

# МЕТОДИКА ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ ПІД ЧАС КАЛІБРУВАННЯ ШТАНГЕНІНСТРУМЕНТУ

Григорчук Любомир, Григорчук Галина, Пастущин Любомир

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

grygorchukl@gmail.com

Конкурентоспроможність продукції залежить від довіри до результатів вимірювання вимірювальної техніки під час випробування продукції. Тому якість продукції напряму залежить від результатів калібрування засобу вимірювальної техніки в тому числі і штангенінструменту. В даний час національні стандарти які є актуалізованими та території України надають лише загальні методи калібрування та оцінки невизначеності вимірювання під час калібрування засобу вимірювальної техніки. Відсутність основоположних методик калібрування конкретних типів засобів вимірювальної техніки змушує метрологів розробляти власні методи калібрування засобів вимірювальної техніки. Але така ситуація, коли відсутня єдина концепція вибору методу (методики) калібрування, оцінювання складових бюджету, побудови модельного рівняння призводить до того, що порушується єдність вимірювання. Дана проблема є достатньо актуальною з огляду на те, що штангенінструмент (штангенциркуль, штангенрейсмус, штангенглибиномір) є доволі розповсюдженим засобом вимірювальної техніки.

Основною складовою кожної методики калібрування є побудова модельного рівняння вимірювання:

$$E_x = l_{ix} - l_s + \delta l_{ix} + \delta l_{\text{парал.}} + \delta l_{\text{площ.}} + \delta l_{\text{еталон}}, \qquad (1)$$

де $l_{ix}$ — покази штангенінструменту; $l_s$ — довжина міри кінцевої плоско-паралельної; $\delta l_{ix}$ — поправка на роздільну здатність шкали штангенінструменту; $\delta l_{\text{парал.}}$ — поправка на відхилення від паралельності вимірювальних губок штангенциркуля; $\delta l_{\text{площ.}}$ — поправка на відхилення від площинності вимірювальних губок штангенциркуля; $\delta l_{\text{еталон}}$ — поправка на невизначеність довжини міри кінцевої плоско паралельності.