[2] *Dubei M., Tymchatyn E. D., Zagorodnyuk A.* // Free Banach Spaces and Extension of Lipschitz Maps, Topology, Elsevier, **48** (2) (2009), 203-213.

[3] *Farmer J. D., Johnson W. B.* // Lipschitz p-summing operators, Proc. Amer. Math. Soc., **137** (9) (2009), 2989–2995.

[4] *Pestov V.* // Free Banach spaces and representation of topological groups, Func. Anal. Appl., **20** (1986), 70-72.

[5] *Weaver N.* // Lipschitz algebras, Singapore, New Jersey, London, New York, World Scientific, 1999. — 223 p.

ПРО СТАЦІОНАРНІ КОЛИВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ З МОНОГАРМОНІЧНИМ ЗБУДЖЕННЯМ

[1]Михайленко Василь, [2]Михайленко С., [3]Денисенко Володимир

[1]Житомирський державний університет імені Івана Франка, [2,3]Київський національний торговельно-економічний університет

vasylmikhailenko@gmail.com

Нехай деяка нелінійна система піддається моногармонічному збудженню

$$f(\tau) = f'\cos\nu\tau - f''\sin\nu\tau \tag{1}$$

з частотою ν і амплітудою $|f| = \sqrt{f'^2 + f''^2}$. Величини, що описують стаціонарну реакцію системи на збудження (1), припускаємо у вигляді рядів Фур'є. Нехай

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{\varepsilon}_n e^{in\nu\tau} \tag{2}$$

– одна з таких величин. Тут $\widetilde{\varepsilon}_n = \varepsilon'_n + i\varepsilon''_n$, $i = \sqrt{-1}$, $n \geqslant 1$; $\widetilde{\varepsilon}_{-n} = \overline{\widetilde{\varepsilon}_n}$; $\widetilde{\varepsilon}_0 = \varepsilon_0$. Риска зверху означає комплексно-спряжену величину.

Для комплексних коефіцієнтів Фур'є з (2) обґрунтовується зображення

$$\widetilde{\varepsilon}_n = \widetilde{E}_n(|f|^2)\widetilde{f}^n, \qquad \widetilde{f} = f' + if'', \quad n = 0, 1, 2, \ldots, \tag{3}$$

де $\widetilde{E}_0$ – довільна дійсна, а $\widetilde{E}_1, \widetilde{E}_2, \ldots$ – довільні комплексно значні функції квадрата амплітуди навантаження. Це дозволяє звести всяку нескінченну систему рівнянь гармонічного балансу відносно коефіцієнтів Фур'є $\widetilde{\varepsilon}_n$ до нескінченної системи рівнянь відносно функцій $\widetilde{E}_n$. Остання система допускає побудову розв'язків у вигляді рядів за парними степенями амплітуди навантаження

$$\widetilde{E}_n = \widetilde{E}_n^{(0)} + \sum_{j=1}^{\infty} \widetilde{\alpha}_n^{(j)}|f|^{2j}, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots. \tag{4}$$

Неоднозначність, якщо вона трапляється, проявляється в нелінійності рівнянь для $\widetilde{E}_0^{(0)}$. За вибору того чи іншого розв'язку цих рівнянь решта коефіцієнти з (4) визначаються однозначно. Розглядались нелінійні системи типу дисипативного осцилятора з квадратичною та кубічною нелінійностями і в'язко пружного стержня з квадратичною та кубічною характеристиками пружності. Наприклад, для нелінійного осцилятора, що описується рівнянням

$$\frac{d^2\varepsilon}{d\tau^2} + \delta_0 \frac{d\varepsilon}{d\tau} + \varepsilon - (f' \cos\nu\tau - f'' \sin\nu\tau) = -d_0\varepsilon^2, \quad \tau > 0\,,$$

де δ_0, ν, f', f'', $d_0 = const$, причому $\delta_0 > 0$, $\nu > 0$, $d_0 \neq 0$, з урахуванням позначень

$$\widetilde{\theta}_n = 1 - (n\nu)^2 + i\delta_0 n\nu, \widetilde{\varepsilon}_\Lambda = \frac{\widetilde{f}}{\widetilde{\theta}_1}, \widetilde{\xi} = d_0\widetilde{\varepsilon}_\Lambda, \xi = |\widetilde{\xi}|$$

дістаємо (у разі $\widetilde{E}_0^{(0)} = 0$)

$$\frac{\varepsilon_0}{|\widetilde{\varepsilon}_\Lambda|} = -\mathrm{sign}(d_0) \cdot \xi[1 + \eta_{01}\xi^2 + \eta_{02}\xi^4 + \ldots]\,,$$

$$\frac{\widetilde{\varepsilon}_n}{\widetilde{\varepsilon}_\Lambda} = \widetilde{P}_n \widetilde{\xi}^{n-1}[1 + \widetilde{\eta}_{n1}\xi^2 + \widetilde{\eta}_{n2}\xi^4 + \ldots]\,, n \geqslant 1\,. \tag{5}$$

Відмітимо, що $\widetilde{\varepsilon}_\Lambda$ – комплексна амплітуда стаціонарного розв'язку лінійного рівняння ($d_0 = 0$). Коефіцієнти $\widetilde{P}_n$, η_{0k}, $\widetilde{\eta}_{nk}$ визначаються однозначно відповідними рекурентними формулами. Для $\widetilde{P}_n$, наприклад,

$$\widetilde{P}_n = -\frac{1}{2\widetilde{\theta}_n} \sum_{k=1}^{n-1} \widetilde{P}_k \widetilde{P}_{n-k}, \quad n \geqslant 2, \quad \widetilde{P}_1 = 1\,.$$

За припущення $\xi^2 << 1$ дістаємо відомі співвідношення

$$\frac{\varepsilon_0}{|\widetilde{\varepsilon}_\Lambda|} = -\mathrm{sign}(d_0) \cdot \xi\,, \quad \frac{\widetilde{\varepsilon}_1}{\widetilde{\varepsilon}_\Lambda} = 1, \quad \frac{\widetilde{\varepsilon}_2}{\widetilde{\varepsilon}_\Lambda} = -\frac{1}{2\widetilde{\theta}_2}\widetilde{\xi}\,.$$

Враховувати третю і вищі гармоніки у такому разі немає сенсу. Співвідношення, подібні до (5), важливі для аналізу так званого моногармонічного наближення нелінійних стаціонарних коливань.

ТРАНСФОРМАЦІЯ СТРАТЕГІЙ ТВОРЧОГО МАТЕМАТИЧНОГО МИСЛЕННЯ

Мойсеєнко Лідія

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

lmoyseyenko@yandex.ru