АСИМПТОТИЧНЕ СПІВВІДНОШЕННЯ ДЛЯ ІНТЕГРАЛІВ ТИПУ ЛАПЛАСА - СТІЛТ'ЄСА

[1]Овчар Ігор, [2]Скасків Олег

[1]Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
[2]Львівський національний університет імені Івана Франка

[1]iovchar@hotmail.com, [2]olskask@gmail.com

Для $a \in (-\infty, +\infty]$ через $\mathcal{I}_a(\nu)$ позначаємо клас функцій $F\colon (-\infty, a)$ $\mathbb{R}_+$ вигляду

$$F(x) = \int_{\mathbb{R}_+} f(u)e^{xu}\nu(du), \tag{1}$$

де $f(u)$ додатна $\nu-$вимірна функція на $\mathbb{R}$, ν зліченно-адитивна міра на σ-алгебрі $\mathcal{B}(\mathbb{R}_+)$ борелевих множин на $\mathbb{R}_+$ (борелева міра) така, що $\nu(\{x\colon 0 \leqslant x \leqslant b\}) < +\infty$ для будь-якого $b > 0$.

Через $\nu(E) = \int_E \nu(dx)$ позначаємо $\nu-$міру борелевої множини $E \subset \mathbb{R}$, $\nu(a, b] := \nu((a, b])$. Для $x < a$ і $F \in \mathcal{I}_a(\nu)$ позначимо $\mu_*(x) = \sup\{f(u)e^{xu}\colon u \in \operatorname{supp}\nu\}$, $\mu^*(x) = \sup\{f(u)e^{xu}\colon u \in \mathbb{R}\}$, де $\operatorname{supp}\nu$ — носій міри ν, тобто, така замкнена множина $E =: \operatorname{supp}\nu$, що $\nu(\mathbb{R}\setminus E) = 0$ і $\nu(\{u \in \mathbb{R}\colon |u - u_0| < r\}) > 0$ для будь-яких $u_0 \in E$ та $r > 0$.

Для вимірної множини $E \subset \mathbb{R}_-$ її логарифмічною мірою називаємо величину $m_{\ln}(E) := \int\limits_{E\cap[-1,0)} \frac{dx}{|x|}$.

Наступна теорема містить повний аналог нерівності типу Вімана, встановленої Т. Кеварі для аналітичних в одиничному крузі функцій.

Теорема 1. *Нехай $F \in \mathcal{I}_0(\nu)$ і $(\exists c_1 > 0)(\exists c_2 > 0)(\forall a > 0)(\forall b \in (0, a))$:*

$$\nu(a - b, a + b] \leqslant c_1 b + c_2. \tag{2}$$

Тоді для кожного $\varepsilon > 0$ існує така множина $E \subset (-\infty; 0)$ скінченної логарифмічної міри, тобто $m_{\ln}(E) < +\infty$, що для всіх $x \in [-1, 0)\setminus E$ виконується нерівність

$$F(x) \leqslant \frac{\mu_*(x)}{|x|^{1+\varepsilon}} \Big(\ln\Big(\frac{\mu_*(x)}{|x|}\Big)\Big)^{1/2+\varepsilon} \tag{3}$$

Відзначимо, що міра Лебега $\nu(dx) = dx$ задовольняє умови теореми 1, тому для кожної функції $F \in \mathcal{I}_0(dx)$ нерівність (3) виконується для всіх $x < 0$ зовні деякої множини скінченної логарифмічної міри.

На те, що показники степенів $1+\varepsilon$ і $1/2+\varepsilon$ в нерівності (3) одночасно не можна, взагалі кажучи, замінити на числа менші, ніж 1 і 1/2, вказує таке твердження.

Теорема 2. *Для кожної міри ν такої, що*

$$(\forall x \in \mathbb{R}_-)\colon \int_{\mathbb{R}_+} \exp\{ux\}\nu(du) < +\infty$$

$$(\exists c_1 > 0)(\exists c_2 > 0)(\forall a > 0)(\forall b \in (0,a))\colon$$

$$\nu(a-b, a+b] \geqslant c_1 b + c_2,$$

існує функція $F \in \mathcal{I}_0(\nu)$, для якої

$$\varliminf_{x \to -0} F(x) \left(\frac{\mu_*(x)}{|x|} \left(\ln \left(\frac{\mu_*(x)}{|x|} \right) \right)^{1/2} \right)^{-1} > 0.$$

Теореми 1 і 2 опубліковані в [1]. У статті [2] встановлено подібні твердження у випадку $a = +\infty$.

Література

[1] Овчар І.Є. *Один аналог нерівності Вімана для інтегралів Лапласа, залежних від малого параметра* / І.Є. Овчар, О.Б. Скасків // Карпатські мат. публ. – 2013. – V.5, №2. – P.305–309

[2] Ovchar I.Ye. *Wiman's inequality for Laplace integrals* / A.O. Kuryliak, I.Ye. Ovchar, O.B. Skaskiv // Int. Journal of Math Analysis. – 2014. – V.8, №8. – P.381–385.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ДЕФОРМУВАННЯ ТА НАПРУЖЕНОГО СТАНУ РЕЗЕРВУАРІВ СФЕРИЧНОГО ТИПУ

Олійник Андрій, Незамай Борис

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

mmi@nung.edu.ua

При дослідженні технічного стану сталевих резервуарів сферичного типу враховуються такі фактори, як тривалість експлуатації, її режими, геокліматичні умови, та інші факториі силового впливу на конструкції такого типу. Основною інформацією, яка використовується при оцінці зміни напружено-деформованого стану, є дані про переміщення точок поверхні резервуару, визначені одним з експериментальних методів [1], [2], [3]. Для оцінки напружено-деформованого стану резервуарів за даними про переміщення певної множини точок доцільно використовувати підхід, розроблений та теоретично обґрунтований в роботах [4], [5].