

Івано-Франківський національний технічний університет  
нафти і газу

На правах рукопису

ТУТКО ТЕТЯНА ФЕЛІКСІВНА

УДК 622.691.4.01:536.1

АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОГАЗОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У  
ГАЗОПРОВОДАХ І ЇХ ВЗАЄМОДІЯ З ДОВКІЛЛЯМ

Спеціальність 05.15.13 – Нафтогазопроводи, бази та сховища

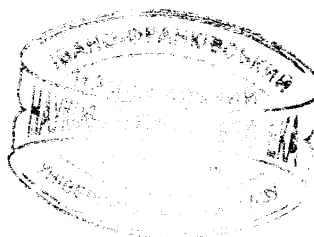
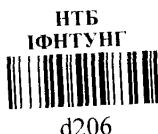
ДИСЕРТАЦІЯ

на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Науковий керівник

докт.техн.наук, професор

Грудз Володимир Ярославович



Івано-Франківськ - 2002

к. 206

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	4
РОЗДІЛ 1	
ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ	
ДОСЛІДЖЕНЬ .....	10
1.1 Загальні засади взаємозв'язку температурного режиму газопроводу з його експлуатаційними і конструктивними параметрами .....	10
1.2. Взаємодія газопроводу з навколишнім середовищем .....	22
1.3. Основні задачі досліджень .....	33
1.4. Висновки.....	37
РОЗДІЛ 2	
АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕПЛОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ	
ГАЗОПРОВОДУ І ГРУНТУ .....	38
2.1. Математичні моделі і їх аналіз .....	38
2.2. Стаціонарне температурне поле в ґрунті навколо двох паралельних газопроводів .....	46
2.3. Природне температурне поле верхніх шарів ґрунту .....	53
2.4. Реалізація математичної моделі з лінійними джерелами тепла .....	64
2.5. Результати дослідження і їх аналіз .....	77
2.6. Висновки.....	81
РОЗДІЛ 3	
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ	
ГАЗОТРАНСПОРТНОЇ СИСТЕМИ .....	82
3.1. Вибір математичної моделі і методу її реалізації .....	82
3.2. Нестационарне температурне поле в ґрунті навколо двох паралельних газопроводів .....	85
3.3. Визначення потоку теплообміну між газопроводом і ґрунтом .....	94

3.4. Дослідження температурного поля газотранспортної системи і потоку теплообміну між газопроводом і ґрунтом за результатами реалізації математичної моделі .....	101
3.5. Висновки.....	111

## РОЗДІЛ 4

### ДОСЛІДЖЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕРМОГАЗОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ГАЗОПРОВОДАХ .....

113

4.1. Математичне моделювання нестационарних неізотермічних процесів в газопроводах .....	113
4.2. Нестационарна задача роботи газопроводу в пусковий період .....	123
4.3. Аналіз результатів реалізації нестационарної термогазодинамічної задачі .....	132
4.4. Порівняння результатів стабілізації температури, тиску і масової швидкості реального газу при зупинці газопроводу.....	136
4.5. Висновки.....	143

### ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ПІДСУМКОВІ ВИСНОВКИ .....

145

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....

149

### ДОДАТКИ .....

157

## ВСТУП

Наша держава Україна вкрита великою кількістю газопроводів різних діаметрів. При експлуатації газопроводів виникає значна кількість проблем, що пов'язані зі зменшенням матеріальних затрат на їх функціонування, з забезпеченням їх надійної і безаварійної роботи у будь-яку пору року, з мінімізацією негативного впливу на довкілля і інш.

Вирішення цих і інших проблем можливе тільки за умови, що поряд з другими факторами враховуватимуться при цьому результати наукових досліджень термогазодинамічних процесів, які протікають в газопроводах при транспортуванні газу.

Значний вклад у розвиток досліджень термогазодинамічних процесів у газопроводах внесли Р.Н.Бікчентай, С.А.Бобровський, Е.А.Бондарев, О.Ф.Васильєв, А.Ф.Воєводін, А.І.Гарляускас, А.А.Грачов, В.Я.Грудз, М.О.Жидкова, М.О.Каніболотський, Б.Л.Кривошеїн, Д.Ф.Тимків, І.Ю.Ходанович, С.Г.Щербаков, Є.І.Яковлєв.

Виконані дослідження стосуються як стаціонарних, так і нестаціонарних процесів у газопроводах. При цьому у переважній кількості робіт використовувалися аналітичні методи, застосування яких вимагало суттєвого спрощення математичних моделей, а це в свою чергу призводило до певних неточностей в результатах досліджень. Крім того, в багатьох виконаних дослідженнях не враховувалися теплові втрати газопроводів, а в тих наукових працях, де вони враховувалися, природна температура ґрунту приймалася сталою, що не відповідає дійсності, оскільки температура ґрунту на протязі року безперервно міняється. Останній факт є особливо важливим при дослідженні стаціонарних процесів в газопроводах, які точніше повинні би називатися квазістаціонарними.

Все це вказує на необхідність проведення нових досліджень, в яких враховувались би всі основні фактори, що впливають на термогазодинамічні

процеси в газопроводах, включаючи теплові втрати газопроводів, змінність в часі природної температури ґрунту, наявність декількох ниток в газопроводі.

**Актуальність теми.** Для забезпечення економічної, надійної і безаварійної експлуатації магістральних газопроводів при мінімальному негативному їх впливі на довкілля необхідно застосовувати досконалі технологічні режими. Розробка таких режимів можлива при врахуванні більш точних даних про термогазодинамічні процеси, що відбуваються в трубопроводах при транспортуванні газу. Вказані дані можна отримати, розглядаючи і реалізуючи нові математичні моделі руху газу в трубах, які враховують всі основні фактори, що на нього впливають, на відміну від старих моделей, що характеризувалися певними спрощеннями. Такі спрощення раніше були вимушеними, оскільки без них математичні моделі не могли бути реалізованими.

Нові математичні моделі враховують вплив на термогазодинамічні процеси в газопроводах як всіх доданків газових рівнянь, так і температурного поля в ґрунті, знайденого при прийнятті до уваги теплової дії газопроводу і природної температури ґрунту як функції глибини його точок і часу. Вказані моделі дозволяють отримати нові, значно точніші результати при дослідженні термогазодинамічних процесів у трубопроводах, а тому їх застосування є актуальним.

Реалізація таких моделей, розроблених у дисертаційній роботі, стала можливою завдяки застосуванню сучасних числових методів і існуючої комп'ютерної техніки. Отримані при реалізації результати мають як практичну цінність, так і сприятимуть розвитку термогазодинаміки газопроводів.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота носить прикладний характер і входить в комплекс розробок АТ Укртрансгаз, спрямованих на підвищення ефективної і економічної експлуатації газотранспортного комплексу України і окреслених Національною програмою "Нафта і газ України до 2010 року" .

**Мета і задачі дослідження.** Удосконалення методів математичного моделювання термогазодинамічних процесів в газопроводах.

Для досягнення поставленої мети були сформульовані такі задачі:

1. Математичне моделювання і дослідження температурного поля в складних газотранспортних системах, в яких газопроводи розглядаються як лінійні джерела тепла.
2. Визначення і дослідження температурного поля в складних газотранспортних системах, в яких нагрівання ґрунту на границях трубопроводів-ґрунт моделюється граничними умовами 3-го роду.
3. Математичне моделювання нестационарного теплового потоку для складних газотранспортних систем.
4. Математичне моделювання і дослідження нестационарних неізотермічних процесів у газопроводах.
5. Оцінка точності та адекватності запропонованих моделей при різному характері руху газу в трубопроводі.

*Об'єкт дослідження* - система магістральних газопроводів.

*Предмет дослідження* - нестационарні і квазістационарні процеси в газопроводах.

*Методи дослідження.* При математичному моделюванні і розв'язанні поставлених задач використовувалися основи теорій : узагальнених функцій, інтегральних перетворень, структурного методу в поєднанні з варіаційним методом, методу характеристик. Для отримання числових результатів досліджень широко застосовувалася сучасна комп'ютерна техніка.

### **Наукова новизна одержаних результатів.**

1. Вперше побудовані математичні моделі температурного поля складних систем магістральних газопроводів, в яких паралельні нитки розглядаються і як лінійні джерела тепла, і як такі, що нагрівають ґрунт за рахунок теплопередачі від газу через стінку труби (граничні умови 3-го роду на межі “газопровід-ґрунт”).
2. Математична модель нестационарного теплового потоку для однопіткового газопроводу використана при побудові математичних моделей нестационарного теплового потоку для складних газотранспортних систем і розроблені методи їх реалізації.

3. Проведені дослідження нестационарного теплового потоку від нитки газопроводу, які дозволили оцінити його зміну в часі.

4. Вперше побудована і реалізована математична модель нестационарних неізотермічних термогазодинамічних процесів в газопроводі під час його пуску, коли рух газу в трубопроводі представлено системою диференціальних рівнянь у характеристичній формі.

5. Удосконалено математичну модель нестационарних неізотермічних термогазодинамічних процесів у газопроводі під час його зупинки при застосуванні рівнянь руху газу у характеристичній формі, що дозволило отримати якісно іншу фізичну картину стабілізації тиску і масової швидкості при цьому процесі.

**Практичне значення одержаних результатів.** Розв'язані в дисертації задачі, отримані результати і використані методики досліджень дозволяють ставити і розв'язувати різноманітні задачі, що пов'язані з дослідженням термогазодинамічних процесів в газопроводах при аварійних ситуаціях, відключенні компресорних агрегатів, влюченні і виключенні буферних споживачів, тощо. Крім того, можна досліджувати термогазодинамічні процеси в трубопроводах, що протікають на протязі дещо більших проміжків часу: наприклад, термогазодинамічні процеси, що викликані добовою нерівномірністю споживання газу. В останньому випадку необхідно приймати до уваги зміни температури ґрунту навколо газопроводу.

З цією метою в роботі запропоновані два різних способи визначення потоку теплообміну між газопроводом і ґрунтом, в яких величина потоку визначається як з врахуванням зміни температури газу в газопроводі, так і зміни температури ґрунту навколо газопроводу. Ці способи рекомендується застосовувати при вивченні всіх плавних динамічних процесів у газопроводах.

Для визначення теплового впливу між нитками газопроводу (дві і більше ниток) і області прогрівання ґрунту рекомендується скористатися розв'язком задачі, в якій тепла дія ниток газопроводу замінена лінійними джерелами тепла.

Виконані дослідження дозволили створити "Методику розрахунку розподілення потоків газу в складних газотранспортних системах і підрахунку його запасу в трубах", яка є керівним документом ДК "Укртрансгаз" НАК "Нафтогаз України".

**Особистий внесок здобувача.** Автором дисертації виконана така робота:

1. Одержано аналітичний розв'язок задачі по визначенню природного температурного поля в ґрунті по вдосконаленій математичній моделі і після визначення параметрів закону зміни температури повітря для району м. Івано-Франківська досліджено температурне поле в ґрунті [66].

2. Визначено нестационарні температурні поля в ґрунті навколо двониткового газопроводу в результаті реалізації двох математичних моделей (перша модель – нитки газопроводу розглядаються як лінійні джерела тепла; друга модель – нагрівання ґрунту відбувається за рахунок теплопередачі через стінку труби з ізоляцією) з врахуванням природного температурного поля і проведено їх дослідження. Крім того, одержано розв'язок стаціонарної задачі теплопровідності в ґрунті навколо двониткового газопроводу структурним методом для випадку неврахування залежності природної температури ґрунту від часу [62,70,76].

3. Тепловий потік від кожної з ниток двониткового газопроводу знайдено в аналітичному вигляді і за допомогою температурного поля в ґрунті в місці контакту з газопроводом, проведено його дослідження [78].

4. Для вивчення термогазодинамічних процесів при нестационарному неізотермічному русі газу в газопроводі використано систему диференціальних рівнянь в характеристичній формі з врахуванням профілю траси. Побудовано математичну модель пуску газопроводу, після реалізації якої досліджено отримані результати [83,84].

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати дисертаційної роботи доповідалися:

- на школі-семінарі "Методи і засоби технічної діагностики" (Мізунь, 2001);



- на координаційній нараді з питань експлуатації магістральних газопроводів УМГ Прикарпаттрансгазу (Івано-Франківськ, 2001);
- на науковому семінарі кафедри спорудження та ремонту газонафтопроводів і газонафтосховищ ІФНТУНГ (Івано-Франківськ, 2002);
- на науковому семінарі кафедри транспорту та зберігання нафти і газу ІФНТУНГ (Івано-Франківськ, 2002);
- на розширеному семінарі за спеціальністю 05.15.13 - Нафтогазопроводи, бази та сховища (Івано-Франківськ, 2002).

**Публікації.** По темі дисертації опубліковано 7 друкованих робіт і при цьому 5 у фахових виданнях України.

**Обсяг роботи.** Дисертація складається із вступу, 4-х розділів, підсумкових висновків, переліку використаних джерел, що містить 87 найменувань, та 6-ти додатків. Основний зміст викладено на 156 сторінках машинописного тексту.

# РОЗДІЛ 1

## ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ І ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕНЬ

### 1.1. Загальні засади взаємозв'язку температурного режиму газопроводу з його експлуатаційними показниками і конструктивними параметрами

З другої половини ХХ століття в багатьох країнах світу ведеться інтенсивна розробка газових родовищ і транспортування газу до місць його споживання за допомогою магістральних газопроводів. А в останні десятиліття споруджуються магістральні газопроводи великих діаметрів(1020,1220,1420мм) на великі відстані (1000,2000км і більше).

Вказані обставини поставили перед спеціалістами цілий ряд проблем, які викликані температурою газу, а саме:

- 1) збільшення енергозатрат на транспортування газу;
- 2) погіршення стійкості газопроводів, укладених у ґрунті;
- 3) порушення натурального стану природного середовища;
- 4) закупорка газопроводів газовими гідратами, що утворюються при значному охолодженні газу;
- 5) неповне використання пропускної здатності газопроводів великих діаметрів, зумовленої підвищенням температури газу, яка не встигає зменшитись у результаті погіршення умов теплопередачі з навколишнім середовищем і ряд інших.

Вирішення вказаних і других практичних проблем вимагало і вимагає вивчення закономірностей зміни температури газу, що транспортується, залежно від інших експлуатаційних показників газопроводу(тиску, масової швидкості, коефіцієнта гідравлічного опору  $\lambda$ , коефіцієнта теплопередачі  $k$ ).

Вперше задача про визначення зміни температури в газопроводі, укладеному в ґрунт, при транспортуванні по ньому нафти була розв'язана російським інженером і винахідником В.Г.Шуховим. З появою газопроводів цей розв'язок було розповсюджено і на них. Формула В.Г.Шухова стосовно до газопроводів має такий вигляд:

$$T = T_0 + (T_n - T_0)e^{-ax}, \quad a = k\pi D (Mc_p), \quad (1.1)$$

тут  $T_n, T, T_0$  - температури відповідно на початку ділянки газопроводу, в будь-якому його перерізі  $x$  і температура ґрунту;

$k$  - коефіцієнт теплопередачі;

$D$  - внутрішній діаметр газопроводу;

$M$  - масова витрата газу;

$c_p$  - ізобарна теплоємність газу.

В (1.1)  $T_0, k, c_p$  і  $M$  - сталі величини.

І.А.Чарний у своїй монографії [1] показує, що формула В.Г.Шухова є цілком точною для ідеального газу, який рухається в трубі з дозвуковою швидкістю. Тепло, що виділяється в результаті гідравлічних опорів, компенсується охолодженням газу від його розширення по мірі руху в трубопроводі від місць з більшим тиском до місць з меншим тиском. В [1] розглянуто і охолодження реального газу, який задовольняє рівнянню Ван дер Ваальса, за рахунок ефекту Джоуля-Томсона (коефіцієнт теплопередачі  $k = 0$  ).

У перших наукових публікаціях по визначенню температурного режиму магістральних газопроводів [2,3,5,6] не використовувалися загальні рівняння газової динаміки. Температурний режим газопроводу наближено було знайдено в праці [2]. Крім тепловіддачі від газу в ґрунт у цій статті враховано додатний ефект Джоуля-Томсона. У статті [3] С.А.Бобровський і В.І.Чернікін, виходячи з першого закону термодинаміки, врахували при визначенні температури в газопроводі крім теплообміну з навколишнім середовищем і ефекту дроселювання

вплив профілю траси (різницю відміток) і зміну швидкісного напору газу. Було показано, що при малих швидкостях газу (менших 15м/с) впливом збільшення швидкості газу на температурний режим газопроводу можна знехтувати, а також підтверджено експериментальні результати Ч.Шорра, який показав, що в кінці ділянки газопроводу температура газу є нижчою від температури ґрунту в природному стані. Суттєвим недоліком роботи [3] було прийняття лінійного закону зміни по довжині газопроводу тиску і швидкості руху газу.

У значно пізнішій праці [4] при врахуванні зниження температури під час усталеного руху газу в трубопроводі за рахунок ефекту Джоуля-Томсона прийнято довільний закон зміни тиску  $p$  по довжині газопроводу і отримана функція температури  $T(x)$ . Розглянуто часткові випадки.

Більш строгий підхід при визначенні температури, тиску і швидкості газу по довжині газопроводу зроблено Е.А.Оруджалієвим [5,6]. Отримані ним рівняння руху газу і зміни його температури на головній частині ділянки газопроводу ( на цій частині має місце теплопередача в ґрунт, а на іншій, як стверджує автор, ізотермічний рух газу) пропонувалося розв'язувати методом послідовних наближень.

У працях [7-11] температура газу в трубопроводі і інші його параметри вже визначалися на основі загальних рівнянь газової динаміки. Трохи раніше, виходячи із рівнянь газової динаміки І.А.Чарний [1] розглядав задачу неізотермічного стаціонарного руху газу в трубах. Ним було показано, що така задача зводиться до інтегрування двох нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку, яке можна виконати числовими методами.

Б.В.Шалімовим [7] досліджено стаціонарний рух термодинамічно неідеального газу в трубопроводі з врахуванням теплообміну з навколишнім середовищем. Методом малого параметра отримано розв'язок, придатний для практичних розрахунків. Вихідними для дослідження були прийняті рівняння закону збереження маси, кількості руху і балансу енергії, а також рівняння стану реального газу – рівняння Бертло. Крім того, було знехтувано зміною

швидкісного напору і зміною геодезичних відміток по довжині газопроводу. Температуру ґрунту і коефіцієнт теплопередачі  $k$  прийнято сталими.

За результатами обчислень зроблено такі висновки:

- 1) температурна крива, що відповідає реальному газу, проходить значно нижче кривої, що відповідає формулі В.Г.Шухова при ідентичних умовах;
- 2) зниження температури газу, викликане його неідеальністю, суттєво залежить від масової витрати  $M$  і коефіцієнта теплопередачі  $k$  : при інших однакових умовах воно зменшується при зменшенні  $M$  і збільшується при зменшенні  $k$  до значення, що відповідає ефекту Джоуля-Томсона при  $k = 0$  ;
- 3) за рахунок неідеальності температура газу може стати нижчою від температури навколишнього середовища, що узгоджується з натурними спостереженнями.

Така ж задача як і в [7] розглядалася в працях [8-11] з тією різницею, що додатково або температура ґрунту, або коефіцієнт теплопередачі, або обидва параметри одночасно вважалися змінними величинами. В [8] досліджується стаціонарний неадіабатичний рух реального газу при змінному по довжині газопроводу коефіцієнті теплопередачі. Як підкреслюють автори коефіцієнт  $k$  для магістральних газопроводів фактично визначається теплопровідними властивостями ґрунту. У всьому іншому постановка і метод розв'язування задачі аналогічні як і в [7]. Отримані результати підтвердили, що зниження температури по довжині газопроводу суттєво залежить від величини коефіцієнта теплопередачі. Більшому коефіцієнту  $k$  відповідає значніше зниження температури газу. Але різниця в зниженні температури реального газу в порівнянні з ідеальним зменшується при збільшенні коефіцієнта  $k$ .

З.Т.Галіуллін і Б.Л.Кривошеїн [9] розглянули неадіабатичний рух реального газу при змінних по довжині газопроводу температурі ґрунту і коефіцієнті теплопередачі. Методика досліджень аналогічна як і в попередніх працях. Б.Л.Кривошеїн у статті [10] поставив задачу аналогічну як і в [9]. Різниця полягає в тому, що в [9] розглянуто горизонтальний газопровід ( $\Delta z = 0$ ), а в [10], крім того,

і негоризонтальний газопровід ( $\Delta z \neq 0$ ). На основі виконаного дослідження і проведених обчислень автор робить такі висновки:

- 1) при  $\Delta z > 0$  ефекти дроселювання і зміни положення сумуються;
- 2) при  $\Delta z < 0$  крива  $T(p)$  ( $p$  - тиск газу) має мінімум: при малих перепадах тиску нагрівання газу за рахунок зменшення потенціальної енергії переважає над ефектом Джоуля-Томсона. Із збільшенням  $\Delta p$  зниження температури із-за неідеальності відбувається швидше, ніж підвищення температури, зумовлене зміною положення газопроводу;
- 3) із збільшенням  $\Delta z$  в алгебраїчному розумінні зниження температури зростає.

У праці [11] повторюються основні результати, отримані в [7].

М.І.Білоконь [12], розглядаючи стаціонарний неізотермічний рух реального газу в трубопроводі, не використовував загальні рівняння газової динаміки. Із рівняння потенціальної роботи за допомогою термодинамічної рівності

$$\frac{dV}{V} = a_v \frac{dT}{T} - \frac{1}{n_T} \frac{dp}{p} \quad (1.2)$$

отримав вихідне рівняння падіння тиску газу при його русі в трубопроводі. В (1.2)

$V$  - питомий об'єм газу;  $a_v$  і  $n_T$  - безрозмірні термодинамічні характеристики газу-

коефіцієнт об'ємного розширення  $\left( a_v = \frac{T}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right)$  і показник ізотерми

$\left( n_T = - \frac{V}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial V} \right)_T \right)$ . Крім того, із першого закону термодинаміки М.І.Білоконь

одержав вихідне диференціальне рівняння зовнішнього і внутрішнього теплообміну реального газу при його неізотермічному русі в трубопроводі, а з цих двох рівнянь – рівняння зміни температури реального газу, зведене до вигляду лінійного диференціального рівняння.

Для виконання обчислень за отриманими формулами необхідно мати значення термодинамічних величин, що входять у ці формули. Вказані величини

можна знайти за допомогою обмеженого числа дослідних результатів або використовуючи численні результати експериментальних досліджень, проведених для метану Едмістером.

В [12] показано, що на ділянці газопроводу існує критичний переріз ( $x = L_0$ ), в якому температура газу дорівнює температурі навколишнього ґрунту. За цим перерізом не газ нагріває ґрунт, а навпаки. Оскільки нагрівання газу з енергетичної точки зору не вигідне, то потрібно дотримуватися такого правила: до критичного перерізу ( $x < L_0$ ) ізоляція і глибина закладання магістрального газопроводу повинні бути мінімальними, а за критичним перерізом ( $x > L_0$ ) ізоляція і глибина закладання трубопроводу повинні збільшуватися по мірі віддалення від критичного перерізу і наближення до прийомної компресорної станції.

Дослідження М.І.Білоконем виконано без використання емпіричного рівняння стану газу, а замість нього використано коефіцієнти  $a_v$  і  $n_T$ .

У працях [13-16] розглянуто неізотермічний нестационарний рух реального газу в трубопроводі. Оскільки рух газу в трубопроводі в дійсних умовах неізотермічний, то при розв'язуванні задач вихідними є загальні рівняння газової динаміки. Отримання аналітичних розв'язків для цих рівнянь неможливе, тому в цих роботах застосовується числовий метод (метод сіток), який реалізується за допомогою ЕОМ.

Б.Л.Кривошеїн, В.П.Радченко, М.Г.Хубларян у [13] застосували метод сіток для розв'язування системи квазілінійних рівнянь, які описують рух реального газу при зупинці газопроводу. Виходячи із загальних рівнянь газової динаміки і рівняння стану реального газу у формі Бертло, а також нехтуючи зміною геометричної висоти і швидкості газу по координаті  $x$  і часу, отримали рівняння для похідних вагової витрати  $G$  і тиску  $p$  по координаті  $x$  і рівняння похідної температури  $T$  газу по часу. Після перетворень цих рівнянь і запису початкових і граничних умов задачі похідні системи рівнянь у вузлах прямокутної сітки

замінялися різницевиими відношеннями. Для числової реалізації поставленої задачі використовувалася явна різницева схема.

За результатами обчислень побудовані графіки стабілізації тиску, температури і витрати газу при зупинці заопроводу. Якщо стабілізація тиску і витрати настає досить швидко, то стабілізація температури через значно більший проміжок часу. Температура на лівій границі дільниці газопроводу постійно падає, а на правій вона проходить через максимум.

Аналогічний метод розв'язку газових рівнянь пропонується і в праці [14]. Із газових рівнянь отримана система квазілінійних диференціальних рівнянь параболічного типу. Для числового розв'язку вказаних рівнянь використовуються скінченно-різницеві схеми. Як і в попередній праці змінами швидкісного напору і геометричної висоти по координаті  $x$  газопроводу і часу нехтують. Температура навколишнього ґрунту в інтервалі дослідження прийнята сталою. В результаті відповідної апроксимації похідних, що входять у диференціальні рівняння, різницевиими відношеннями, автори праці [14] прийшли до явної чотирьохточкової схеми методу сіток для системи диференціальних рівнянь.

Розглянуто приклад пускового режиму газопроводу. До моменту пуску дільниці газопроводу тиск і температура газу на дільниці були сталими. Тиск на виході з неї залишився таким же, а температура більшою. Витрата газу в кінці дільниці має певне постійне значення. За результатами обчислень побудовано графіки зміни температури, вагової витрати газу по довжині газопроводу для різних моментів часу пускового періоду. Температура газу в різних точках газопроводу з часом збільшується і прямує до стаціонарного стану. В точках, які близькі до кінця дільниці, звідки відбирається газ, температура газу з часом опускається нижче температури ґрунту за рахунок ефекту Джоуля-Томсона. Починаючи з певного моменту часу, коли фронт більш нагрітого газу досягає кінця труби, падіння температури від ефекту Джоуля-Томсона ослабляється за рахунок притоку тепла газового потоку, а при перевищенні теплопритоку температура газу з часом зростає. Однак на кінці дільниці повністю ефект

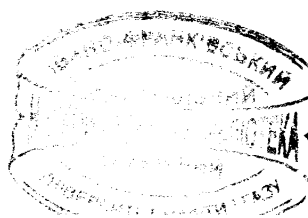


Джоуля-Томсона не компенсується і температура газу не досягає температури ґрунту.

В.П.Радченко і Б.Л.Кривошеїн у [15] використали числовий метод розв'язку системи рівнянь нестационарного неізотермічного руху реального газу в трубах, при якому застосовуються так звані асиметричні явні різницеві схеми методу сіток, що характеризуються слабким обмеженням стійкості. Система рівнянь використана та ж, що і в [14]. Автори праці підкреслюють, що явна класична чотирьохточкова скінченно-різницева схема методу сіток має суттєвий недолік. Якщо величина  $G$  стає малою або дорівнює нулю в одній із точок області інтегрування, то це призводить до необхідності вибирати малий крок  $\tau$  по часу, а це вимагає великої затрати машинного часу для розв'язку задачі. У випадку, коли вагова витрата  $G$  дорівнює нулю на певному проміжку дільниці газопроводу, то обчислювальний процес стає нестійким. Для покращення стійкості скінченно-різницевих рівнянь, що апроксимують вихідну систему, пропонується будувати різницеві схеми, використовуючи асиметричні різницеві рівняння. У цій праці показано на прикладі задачі із [14], що асиметричні різницеві рівняння дають можливість збільшити крок  $\tau$  по часу приблизно в 30 разів без суттєвого зменшення точності обчислень.

Аналогічний підхід до розв'язку нестационарних неізотермічних задач руху реального газу в трубопроводі, як і в [13-15], запропоновано в [16]. Крім того, відмічається, що до рівнянь газової динаміки необхідно приєднати і рівняння теплопровідності, яке описує розподілення температури в ґрунті, а також умови "зшивання" на границі труба-ґрунт. Але від такої постановки задачі автори праці відмовляються у зв'язку з її надзвичайною складністю. У цій же статті аргументовано показано правомірність застосування рівняння стану газу Бертло. Викладена методика розв'язку накладає обмеження на вибір кроків  $\tau$  і  $h$  такого вигляду:  $\alpha = \tau h^2$  (при  $\alpha = 1$  схема залишається стійкою;  $\tau, h$  - безрозмірні кроки по часу і координаті  $x$  газопроводу). Якщо ж підставити вирази для  $\tau$  і  $h$ , то отримаємо

№ 206



$$\alpha = \frac{\Delta t \cdot c \cdot L}{(\Delta x)^2}, \quad (1.3)$$

де  $\Delta t$ ,  $\Delta x$  - кроки по часу і координаті  $x$  відповідно в с і м;

$c$  - швидкість звуку в газі;

$L$  - довжина ділянки газопроводу.

В [16] наведено результати розв'язку двох задач. Одна з них розглядалася в [14]. Друга задача полягає в тому, що на ділянці газопроводу спостерігався стаціонарний режим роботи. В початковий момент часу витрата газу на кінці ділянки раптово збільшилася у два рази, а тиск газу на початку ділянки залишився незмінним. Отримані результати числового розв'язку підтвердили відомий із практики факт обмерзання кінця труби в місці виходу газу.

Суттєвим недоліком праць [13-16] є те, що за їх допомогою практично неможливо розв'язувати нестационарні задачі руху газу в трубах, коли цей рух повільно змінюється в часі. Прикладом таких задач є задачі, пов'язані з добовою нерівномірністю споживання газу.

Автори монографії [17] поставили перед собою мету: створити більш-менш універсальний метод розрахунку систем добування і транспортування газу, який з однієї сторони давав би можливість враховувати всі важливі фізичні величини, що впливають на рух газу в трубах, а з другої сторони був би придатним для розв'язування задач нестационарного руху газу незалежно від того чи його параметри в часі змінюються швидко чи повільно. При розробці такого методу в основу покладено неявні різницеві схеми, які дозволяють проводити розрахунки як при великих, так і малих кроках по часу і довільному відношенні кроків різницевої сітки. У випадку плавної зміни руху газу для складання різницевих рівнянь використовуються рівняння газової динаміки в характеристичній формі, а при розгляданні режимів руху з різкою зміною його параметрів застосовуються рівняння газової динаміки у формі законів збереження. Системи різницевих рівнянь, які отримуються, розв'язуються методом прямої і оберненої матричних прогонок.

У [17,18] представлено результати числового розв'язку деяких задач при використанні розробленого методу.

В.А.Сулейманов [19] для розв'язання загальних рівнянь руху газу в трубопроводі застосував метод, який полягає в тому, що ці рівняння зводяться до характеристичного вигляду. Шуканими функціями в цих рівняннях є абсолютна температура газу  $T(x,t)$ , його тиск  $p(x,t)$  і масова швидкість  $m(x,t)$  ( $t$ - час руху). Числові методи розв'язку таких рівнянь у математиці є досить відомими [20,21,22]. Далі в [19] за допомогою рівнянь характеристик з характеристичних рівнянь отримано диференціальні залежності на кожній з трьох характеристик, які записано в різницевій формі. У результаті розв'язку різницевих рівнянь одержано формули для визначення  $T, p$  і  $m$  на  $i$ -ому часовому шарі через  $T, p$  і  $m$  на  $i-1$ -ому часовому шарі. Формули для визначення  $T, p$  і  $m$  на границях ділянки знаходяться за допомогою граничних умов.

Як і в монографії [23], на яку посилається В.А.Сулейманов, у [19] для виконання обчислень прийнято фіксовану сітку, побудовану з кроками  $\Delta t$  по часу і  $\Delta x$  по координаті газопроводу, на відміну від сітки, яка застосовується в [20]. Алгоритм обчислень відносно простий. Всі три параметри газу на кожному часовому шарі знаходяться через ті ж самі параметри попереднього шару. При проведенні обчислень можна врахувати всі потрібні члени газових рівнянь.

Єдиним суттєвим недоліком даного методу є жорсткий зв'язок між кроками  $\Delta t$  і  $\Delta x$ , який має вигляд

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{(c + v)_{\max}}, \quad (1.4)$$

де  $v$ - швидкість руху газового потоку.

Зрозуміло, що при невеликому  $\Delta x$  величина  $\Delta t$  не може бути великою.

В заключення у [19] наведено результати числового розв'язку двох задач про перекриття газопроводу, який до цього працював у стаціонарному режимі. В одній задачі газопровід перекривається в кінці ділянки, а в другій на початку. Ті

ж задачі були розглянуті раніше у праці [17]. Це підтверджує практичну цінність розглянутої методики.

При низьких температурах газу (метану) і тисках, при яких відбувається його транспортування по трубопроводах, значення коефіцієнта Джоуля-Томсона  $D_i$  у декілька разів більші значень, що відповідають додатним температурам. Дросельний ефект у такому випадку, який досліджено в праці [24] і ґрунтовно проаналізовано в [25], має великий вплив на параметри газу. Вихідними при дослідженні були взяті рівняння кількості руху і енергії у формі запропонованій М.І.Білоконем [12].

Після перетворень і ряду спрощень отримано формули для масової витрати, температури і квадрата тиску газу по довжині ділянки газопроводу. У кожен з цих формул входить  $\Delta T_m'$  - середня для ділянки величина температурного градієнта зовнішньоадіабатичного процесу руху газу. Ця величина прямопропорційна коефіцієнту  $D_i$ , квадрату масової витрати, середній температурі і обернено пропорційна середньому тиску на ділянці.

За результатами дослідження зроблено такі висновки:

- а) зі збільшенням середнього для ділянки коефіцієнта теплопередачі  $k_{cp}$  вплив дросельного ефекту на кінцеву температуру газу (температуру в кінці ділянки) зменшується, а зі зменшенням  $k_{cp}$  вплив дросельного ефекту на кінцеву температуру навпаки збільшується;
- б) не врахування коефіцієнта Джоуля-Томсона при розрахунках приводить до отримання заниженого значення кінцевого тиску і відповідно до деякого завищення ступеня стиску компресорної станції (КС), що в свою чергу призводить до збільшення кількості тепла, яке необхідно відводити в установках охолодження після КС.

В.І Кочергін і Р.Н.Бікчентай у [26] розглянули магістральний газопровід, що має  $n$  ділянок, і, використовуючи формулу для температури  $T$  газу, отриману в [24], встановили умови, за яких відсутній ріст граничних значень температур на КС. При степені стиску на КС  $\varepsilon = 1,3-1,5$  швидкий ріст температури газу на вході

кожної наступної КС спостерігається, починаючи зі значень  $al \leq 0,3 - 0,35$  ( $a$ -параметр формули Шухова (формула (1.1));  $l$ - довжина ділянки газопроводу). При значенні  $al > 0,5$  вказане підвищення не спостерігається. У випадку штучного охолодження газу відмічені тенденції ослабляються. Якщо  $al > 1 - 1,5$ , то штучне охолодження газу стає недоцільним. Значення параметра  $al$  обернено пропорційне робочому тиску газопроводу і його діаметру у степені 2,6 (приблизно).

В [27] викладена методика визначення витрати паливного газу на КС для газопроводів з газотурбінним приводом. При цьому показано, що витрата паливного газу залежить не тільки від ступені стиску у відцентрових нагнітачах, але і від температури газу на вході в нагнітач. Вказана температура – це температура газу в кінці ділянки газопроводу перед КС. Із збільшенням цієї температури зростає витрата паливного газу на КС.

Проведений огляд літературних джерел переконливо показує на досить складний зв'язок між температурою газу в трубопроводі і різноманітними як експлуатаційними показниками, так і конструктивними параметрами газопроводів. Правильність вибору того чи іншого режиму експлуатації газопроводу для даного моменту часу з метою уникнення тих проблем, про які йшла мова на початку підрозділу, залежить від повноти врахування зв'язків, що існують між температурою газу з одного боку і експлуатаційними і конструктивними параметрами газопроводу з другого боку.

Температура газу в трубопроводі залежить в значній мірі від величини тепловіддачі в навколишній ґрунт, як це впливає з розглянутих вище праць. А тепловіддача у свою чергу залежить від температури ґрунту. У наступному підрозділі дається огляд літературних джерел, в яких розглядаються задачі, пов'язані з визначенням температурного поля в ґрунті, що викликане тепловою дією газопроводу.

## 1.2. Взаємодія газопроводу з навколишнім середовищем

Стационарне температурне поле в ґрунті, що викликане лінійним джерелом тепла постійної потужності  $q$  при граничній умові першого роду на поверхні, описується відомою формулою Форхгеймера

$$T(x, y) = T_0 + \frac{q}{2\pi\lambda} \ln \sqrt{\frac{(x-a)^2 + (y+b)^2}{(x-a)^2 + (y-b)^2}}, \quad (1.5)$$

де  $T_0$  - температура поверхні ґрунту і повітря;

$\lambda$  - коефіцієнт теплопровідності ґрунту;

$a, b$  - координати лінійного джерела (центра труби);

$x, y$  - координати точок в ґрунті (вісь  $X$  розміщена по поверхні ґрунту, а вісь  $Y$  напрямлена в глибину ґрунту).

Якщо радіус труби достатньо малий у порівнянні з глибиною її закладання, то з (1.5) температура її стінки визначається так:

$$T_1 = T_0 + \frac{q}{2\pi\lambda} \ln \frac{2b}{R_1}, \quad (1.6)$$

де  $R_1$  - зовнішній радіус труби.

При відомих температурах  $T_1$  і  $T_0$  методом суперпозиції із (1.5) отримується формула Форхгеймера для теплового потоку з одиниці довжини труби [28]

$$q = \frac{2\pi\lambda(T_1 - T_0)}{\ln \left[ \frac{2b}{D_1} + \sqrt{\left(\frac{2b}{D_1}\right)^2 - 1} \right]}, \quad (1.7)$$

тут  $D_1$  - зовнішній діаметр труби.

Розрахунки за (1.7) дають незадовільні результати для труб великого діаметра при невеликому  $b$  [29]. Це пояснюється тим, що ця формула не враховує термічний опір на межі “грунт-повітря”.

Л.М.Альтшулер розв’язав декілька задач по визначенню температурних полів у ґрунті, що викликані тепловою дією закладених труб [30-32]. В [30] визначається нестационарне температурне поле в масиві (ґрунті), яке створюється закладеною в ньому трубою, що має сталу теплову потужність. На межі “масив-повітря” має місце теплообмін за законом Ньютона з коефіцієнтом тепловіддачі  $\alpha$ . Температура повітря є функцією часу. Автор прийняв такі припущення: природні потоки тепла в масиві відсутні; труба розглядається як лінійне джерело тепла; до включення джерела масив мав температуру навколишнього повітря; масив розглядається напівнескінченим. Задача розв’язана методом функцій Гріна.

Оскільки граничні умови 1-го роду у природі практично не реалізуються, а точний розв’язок задачі для граничних умовах 3-го роду (тепловіддача з поверхні ґрунту за законом Ньютона) ще не був відомий, то у зв’язку з цим зв’язався метод “додаткового шару” [33], який дав можливість використовувати дещо змінені формули (1.5),(1.6) для випадку граничних умов 3-го роду. Формули для температурного поля в ґрунті і для стінки труби при граничних умовах 3-го роду, отримані за допомогою методу “додаткового шару” мають такий вигляд:

$$T(x, y) = T_0 + \frac{q}{2\pi\lambda} \ln \sqrt{\frac{(x-a)^2 + (y+b+2\delta)^2}{(x-a)^2 + (y-b)^2}}, \quad (1.8)$$

$$T_1 = T_0 + \frac{q}{2\pi\lambda} \ln \frac{2(b+\delta)}{R_1}, \quad (1.9)$$

де  $\delta = \lambda/\alpha$ .

Як підкреслено в праці [31], формули (1.8) і (1.9) дають досить точні результати при  $\delta \ll b$ , а при  $\delta > b$  похибка стає недопустимою. В [31] дається оцінка точності формул (1.8), (1.9) і, користуючись точною формулою для

стаціонарного температурного поля, створюваного трубою в ґрунті при граничній умові 3-го роду, що отримана в [30], знайдено поправки до формул (1.8) і (1.9). Крім того, у цій же праці Л.М.Альтшулер, користуючись методом “додакового шару”, отримав наближені формули нестационарного температурного поля при граничних умовах 3-го роду, використовуючи формули для нестационарного температурного поля при граничних умовах 1-го роду.

Стаття [32] присвячена визначенню температурного поля в напівбезмежному масиві, викликаного поверхневим циліндричним джерелом тепла постійної потужності, а також температурного поля від джерела тепла по тій же поверхні, що має постійну температуру. Спочатку задачі розв’язуються при граничній умові 1-го роду на поверхні ґрунту. Розв’язок цих же задач при граничній умові 3-го роду пропонується шукати за допомогою методу “додакового шару”.

П.І.Тугунов і В.С.Яблонський [34,35] розглядали нагрівання ґрунту лінійними і циліндричними джерелами тепла. У праці [34] визначається кількість тепла, яка акумулюється в ґрунті при роботі нафтопроводу, якщо по ньому перекачується нафтопродукт. Кількість акумульованого тепла в ґрунт визначається як різниця між виділеним теплом (трубопровід розглядається як лінійне джерело тепла постійної потужності) і теплом відданим з поверхні ґрунту в навколишнє середовище.

Використовуючи формулу для температурного поля в ґрунті, яке викликане лінійним джерелом тепла, автори отримали аналітичний вираз для кількості тепла, що акумулюється в ґрунті за час роботи трубопроводу. Результати розрахунку і експерименту задовільно співпадають.

У статті [35] досліджується нагрівання ґрунту як лінійним, так і циліндричним джерелами тепла. Формула для температурного поля, викликаного лінійним джерелом тепла, взята із [36] і містить доданки, що характеризують природне температурне поле в ґрунті. Для отримання формули температурного поля в ґрунті від циліндричного джерела тепла використані формула із [36], що описує температурне поле в безмежному масиві, викликане постійно діючим



циліндричним джерелом, і метод суперпозиції. Виконано обчислення температур у певних точках ґрунту за допомогою формул температурного поля від лінійного і циліндричного джерел тепла при відношенні  $b/R_1 = 5$ . Розрахунки показали, що через певний проміжок часу різниця в результатах практично незначна, тобто можна користуватися більш простою формулою для лінійного джерела тепла. Результати обчислень і експерименту співпадають.

У цій же праці визначається зовнішній коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha_2$ , як його називають автори (у літературі [29] для цього коефіцієнта прийнята назва “узагальнений коефіцієнт теплопередачі ” або простіше “коефіцієнт теплопередачі ” і його позначають буквою  $k$ ).

Крім визначення температурних полів у ґрунті навколо трубопроводів за різними аналітичними формулами проводилися і експериментальні вимірювання температур як безпосередньо на магістральних газопроводах, так і на спеціальних установках [37-39]. У праці [37] М.Д.Джафаров і К.С.Зарембо, спираючись на багаторічний досвід температурних вимірювань як на КС, так і вздовж траси магістрального газопроводу, відмічають надзвичайну важливість цих вимірювань, які дозволили вирішити цілий ряд проблем, що пов'язані з покращенням експлуатаційних режимів роботи газопроводів, забезпеченням їх механічної міцності, визначенням зон можливого випадання кристалогідратів, складання прогнозних карт температур вздовж газопроводів на наступні місяці і т.п.

Стаття [38] К.С.Зарембо і Н.М.Павлової також присвячена висвітленню результатів вимірювання температур у місці контакту труб з ґрунтом. Вимірювання проводилися протягом трьох років. При цьому знімалися покази температури вздовж діляниць газопроводів і по їх вертикальному перерізу. Проведені дослідження дозволили зробити ряд важливих висновків. Основні з них такі:

- 1) температурна крива, яка характеризує зміну температури стінки труби підземного газопроводу по його довжині на певній відстані від початку газопроводу пересікає температурну криву ґрунту в природному стані, що

знаходиться на глибині осі газопроводу. Місце перетину кривих залежить від кліматичних умов і режиму роботи газопроводу;

- 2) загальний профіль температурних кривих по довжині магістрального газопроводу, які мають синусоїдальний характер на протязі року, згладжується по мірі наближення до початку газопроводу. Вплив магістрального газопроводу як теплового елемента в системі “труба-грунт” зменшується по мірі віддалення від початку газопроводу.

В [39] викладено результати експериментальних досліджень теплопередачі від трубопроводів в ґрунт при нестационарному тепловому режимі, які проведено на фізичній моделі при різних теплопровідностях ґрунту, діаметрах і глибинах закладання труб. Результатом праці є коефіцієнт теплопередачі  $k$ , знайдений залежно від часу нагрівання і при різних глибинах закладання трубопроводу і різних його діаметрах. Отримані експериментальні результати порівнювалися з відомими теоретичними результатами Форхгеймера, Аронса-Кутателадзе, Тугунова-Яблонського.

Б.Л.Кривошеїн, А.А.Кошелєв і О.А.Балишев [40] для дослідження взаємодії підземного газопроводу з ґрунтом виділили в ньому прямокутну область навколо трубопроводу, яка прогривається ним. Нижня межа цієї області співпадає з нейтральним шаром, а на верхній межі задана тепловіддача за законом Ньютона при змінній в часі температурі повітря. Температура ґрунту в місці контакту з газопроводом прийнята рівною температурі газу. Задача визначення температури в ґрунті розв’язувалась числовим методом (метод сіток при явній різницевій схемі). Обчислення виконано для газопроводів діаметром 1000 і 1200 мм для умов Середньої Азії. За результатами обчислень визначався коефіцієнт теплопередачі залежно від часу, глибини закладання газопроводу, коефіцієнта тепловіддачі від ґрунту в повітря.

Б.Л.Кривошеїн і В.Н.Новаковський [41] запропонували метод, особливість якого полягає в тому, що усталений гідравлічний і тепловий режим газопроводу розглядаються разом, тобто у вигляді спряженої задачі. Теплова задача сформульована в циліндричній системі координат і її розв’язок знайдено в області

близькій до газопроводу і поверхні ґрунту. Використовуючи рівняння теплового балансу для ідеального газу і отриманий вираз для температурного поля в ґрунті, одержано формулу для температури газу в трубопроводі, яка за своєю структурою нагадує формулу В.Г.Шухова. Нехтуючи зміною швидкості газу по ділянці газопроводу і вважаючи, що газопровід горизонтальний, знайдено функцію  $p(x)$  і величину вагової витрати  $G$  газу.

В працях [42-45] досліджується як стаціонарне, так і нестаціонарне температурні поля в ґрунті і теплові втрати підземних трубопроводів. Об'єднує ці роботи метод розв'язування крайових задач. Всі вони розв'язані методом конформного відображення.

Стаття [42] присвячена визначенню стаціонарного температурного поля в ґрунті, викликаного його нагріванням від трубопроводу і визначенню температури газу в ньому. Природне температурне поле ґрунту прийнято у вигляді лінійної функції ординати  $y$ , напрямленої в глибину ґрунту. Задача розв'язується як при граничних умовах 1-го, так і 3-го родів за допомогою методу конформного відображення. У випадку граничних умов 3-го роду виникло ускладнення. Коефіцієнти у цих умовах є функцією одного із параметрів конформного відображення. Для полегшення отримання розв'язку задачі їх замінено середніми значеннями, знайденими інтегральним методом. Після цього записано рівняння теплового балансу для елементарної довжини газопроводу, як і в [41], тільки в біполярних координатах. У результаті одержана функція температури газу в трубопроводі від координати  $z$  його поперечного перерізу.

У [43] розв'язані ті ж задачі, що і в [42]. Крім того, стаціонарне температурне поле порівнювалося з результатами числового розв'язку (використовувався метод сіток). Знайдено зміну теплового потоку від труби в ґрунт по периметру трубопроводу. Отримані результати добре співпадають з результатами числового розв'язку.

Нестаціонарне температурне поле в ґрунті, зумовлене трубопроводом, і його теплові втрати розглянуті в праці [44]. Задачу записано при граничних умовах 3-го роду. Як і у попередніх роботах за допомогою конформного

відображення отримана теплова задача для прямокутної області в біполярних координатах. Змінні коефіцієнти в диференціальному рівнянні і граничних умовах лінеаризовано. Одержана при цьому задача розв'язувалася як методом Кошлякова-Грінберга, так і варіаційним методом Бубнова-Гальоркіна. Виконано обчислення температур у ґрунті і теплового потоку від трубопроводу за отриманими аналітичними формулами і ці результати порівнювалися з результатами числового методу. Розходження результатів знаходиться в межах 10%.

А.В.Фурман і Р.П.Дячук [45] те ж, як і в працях [42-44], досліджували температурне поле в ґрунті і величину теплового потоку від газопроводу в ґрунт. Розглядалася стаціонарна теплова задача при граничних умовах 3-го роду і розв'язувалася тим же методом, а саме застосуванням конформного відображення. Але на відміну від попередніх робіт автори дослідження не використовували заміни змінних коефіцієнтів (коефіцієнтів Ламе) при граничних умовах їх середніми значеннями, а показали, що у цьому випадку задача зводиться до розв'язку нескінченної системи лінійних рівнянь з нескінченним числом невідомих. В роботі показано як можна знайти розв'язок такої системи з потрібною степінню точності.

В нульовому і першому наближенні знайдено тепловий потік від газопроводу в ґрунт і обчислено його значення при певних заданих умовах. Кожне наближення дає результати з нестачею і надлишком. Отримані результати порівнювалися з відомими наближеними розв'язками.

А.С.Бенусович у праці [46] визначив нестационарне температурне поле в напівбезмежному масиві (ґрунті) з закладеним у ньому трубопроводом, по якому рухається теплоносій, при граничній умові третього роду на поверхні масиву і температурі повітря, що змінюється за синусоїдальним законом.

Температура на межі труба-ґрунт прийнята сталою і рівною температурі теплоносія. При цьому знехтувано термічним опором від теплоносія до стінки труби і термічним опором труби у порівнянні з термічними опорами ґрунту і тепловіддачі від ґрунту в повітря.

Теплова дія трубопроводу замінена лінійним джерелом тепла, яке співпадає з геометричним центром трубопроводу. Знайдено розв'язок теплової задачі від лінійного джерела тепла, потужність якого є функцією часу. Далі була поставлена задача визначення такої функції потужності лінійного джерела тепла, при якій температура в точках контакту труби з ґрунтом дорівнює заданій температурі теплоносія. Це привело до необхідності розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра першого роду з різницеvim ядром. Після розв'язання цього рівняння отримано аналітичні вирази теплового потоку з 1 м трубопроводу і температурного поля в ґрунті. Проведено детальний аналіз отриманих результатів.

У працях [47-49] розглядаються питання транспортування як охолодженого, так і неохолодженого газу з точки зору захисту навколишнього середовища від негативного впливу трубопроводу.

Одним із методів захисту навколишнього середовища від негативного впливу газопроводу є теплова ізоляція трубопроводу. Методика розрахунків параметрів теплоізованих трубопроводів (товщини ізоляції і об'ємів бетонного покриття трубопроводу) з врахуванням їх обледеніння при прокладанні на болотах, через водні перешкоди викладена у статті [47]. У всіх випадках повинно забезпечуватись максимальне пониження теплового впливу на навколишнє середовище. У цій праці показано, що безпечною для загальної екологічної обстановки є температура на зовнішній поверхні підземного трубопроводу не нижче  $-2^{\circ}\text{C}$ . У праці наведено формули для розрахунку товщини теплової ізоляції, параметрів намерзання льоду навколо підводного низькотемпературного газопроводу, товщини ізоляції при повній відсутності намерзання льоду навколо газопроводу.

Раціональна товщина теплоізоляції  $\delta_{iz}$  трубопроводу, по якому рухається охолоджений газ, визначається в [48]. Для знаходження  $\delta_{iz}$  записано функціонал, що включає зведені затрати на теплоізоляцію по всій довжині ділянки газопроводу, на стиск газу в газоперекачувальних агрегатах КС і на систему охолодження. Задача зведена до змішаної задачі варіаційного числення. В

результаті її розв'язання отримано оптимальну товщину теплоізоляції газопроводу.

В обширній статті Б.Л.Кривошеїна [49] підведено підсумок раніше виконаним дослідженням, що стосуються взаємодії низькотемпературних підземних газопроводів з природним середовищем. В роботі підкреслено, що охолодження в одних випадках необхідно, щоб забезпечити стійкість газопроводів на ділянках мерзлих ґрунтів (охолодження до  $-2 - -4^{\circ}\text{C}$ ), а також надійність роботи газопроводів у районах зі значним обводненням і слабким защемленням ґрунтів (охолодження до  $5-8^{\circ}\text{C}$ ), а в других випадках для отримання значного збільшення продуктивності газопроводів. При глибокому охолодженні газу (до  $-70^{\circ}\text{C}$ ) продуктивність газопроводу зростає в 2 рази.

У всіх випадках транспортування газу з від'ємними температурами, як підкреслює автор, виникає проблема захисту природного середовища від негативного впливу трубопроводу. Одним із найрозповсюдженіших способів захисту навколишнього середовища у цьому випадку є теплоізоляція трубопроводів.

У роботі запропоновано критерії допустимого порушення природного середовища стосовно до трубопроводного транспорту газу при  $T < 0^{\circ}\text{C}$ , а також показано використання цих критеріїв при оптимізації теплових режимів теплоізолюваних трубопроводів.

Обробляючи результати багатьох досліджень, дослідів на фізичних моделях і багатоваріантних розрахунків на ЕОМ, автори праці [50] отримали емпіричну формулу для коефіцієнта теплопередачі підземного газопроводу, розміщеного в непромерзаючих ґрунтах, а також поправку до цієї формули, що дає можливість враховувати вплив сезонних коливань температури на величину цього коефіцієнта. В праці викладена методика використання отриманих залежностей.

Б.Л.Кривошеїн у статті [51] подає формулу для стаціонарного теплового потоку (теплових втрат) від підземного трубопроводу з шарами ізоляції на ньому при граничних умовах 3-го роду на стінці труби і поверхні ґрунту. Числовим методом знайдено тепловий потік і отримані результати порівнюються з

результатами обчислень за поданою формулою і формулами, що пропонувалися раніше. Виявилось, що представлена формула дає кращу точність порівняно з іншими у широкому діапазоні глибин розміщення газопроводів.

Особливістю праці [52] є те, що в ній теплова задача системи газопровід-грунт-повітря ставиться з врахуванням промерзання і протавання ґрунту. У цьому випадку теплофізичні характеристики ґрунту є функціями його координат. Крім того, з'являється ще одна гранична умова, яка враховує дві фази води в ґрунті вздовж нульової ізотерми. Така задача є нелінійною і тому розв'язувалася числовим методом за допомогою ЕОМ.

В результаті аналізу отриманих результатів автори роботи роблять такі висновки:

- 1) при виборі температури газу необхідно враховувати хід нульової ізотерми. При цьому обов'язковим є забезпечення протавання ґрунту над трубою, що необхідно для міграції зливових і паводкових вод, і недопущення прогресуючого протавання ґрунту під трубою при наявності багаторічної мерзлоти;
- 2) динаміка коливання теплового потоку в системі газопровід-грунт-повітря за рахунок сезонної зміни температури повітря досягає значної величини, що потрібно враховувати як при проектуванні, так і експлуатації системи газопостачання.

М.М.Дубина і Б.Л.Красовицький [53] розглянули теплообмін трубопроводів з ґрунтом з врахуванням його природного температурного поля. На відміну від більшості попередніх робіт природне температурне поле ними представлено не тільки як функція ординати ґрунту  $y$ , напрямленої в його глибину, але і як періодична функція часу, яка залежить від температури повітря. Функція температури повітря є косинусоїдальною функцією часу. При записі функції природного температурного поля в [53] зроблено посилання на монографію Г.Карслоу і Д.Єгера [54].

Температурне поле в ґрунті записано у вигляді суми  $T_e + T_p$  ( $T_e$ - природне температурне поле в ґрунті, а  $T_p$ - поле, викликане дією трубопроводу). Задача

знаходження  $T_r$  зведена до розв'язку крайової задачі з залежною від часу граничною умовою. За допомогою теореми Дюамеля [55] розв'язок задачі з залежною від часу граничною умовою записано через розв'язок задачі з незалежною від часу граничною умовою. Для знаходження розв'язку останньої задачі використано ідею “додакового шару” (граничні умови 3-го роду замінено умовами 1-го роду), методу наближеного розв'язку осесиметричної задачі теплопровідності і метод суперпозиції. Знайдено тепловий потік від трубопроводу в ґрунт з врахуванням його природного температурного поля.

Проведений огляд літератури, в якій розглянуто теплообмін трубопроводів з ґрунтом, показує, з одного боку, що задача визначення температурного поля в масиві не є простою задачею, якщо навіть вважати, що в ґрунті відсутні перенос вологи і фазові переходи води в лід, а його теплофізичні характеристики є сталими величинами. Це пояснюється неklasичністю області, в якій визначається температурне поле (півплощина з круговим отвором під газопровід). Тому ряд авторів старалися уникнути цієї складності, застосовуючи або конформне відображення, в результаті якого одержували прямокутну область [42-45], але при цьому виникали труднощі іншого виду, або використовували числовий метод розв'язку [40]. У немалій кількості праць для знаходження температури в ґрунті навколо газопроводу використовувалися лінійні або циліндричні джерела тепла [30-32,34-35,46]. У цьому випадку складність полягала в неможливості забезпечення виконання граничної умови 3-го роду на межі трубопровід-ґрунт і задачі розв'язувалися при граничній умові 1-го роду на вказаній межі.

З другого боку, огляд літератури переконує, що дослідження, виконані багатьма авторами, є важливими, оскільки можуть служити базою для розв'язання багатьох технічних проблем (прокладання і експлуатація газо- і нафтопроводів, паро- і водопроводів, підземних електричних кабелів, нагрівання ґрунту і т.п.).

У даному випадку нас інтересують проблеми, що стосуються газопроводів. З розглянутої літератури витікає, що значна кількість дослідників зверталися до визначення коефіцієнта теплопередачі  $k$  газопроводу. Це цілком зрозуміло, адже знання цієї величини дає можливість виразити тепловтрати газопроводу через цей



коефіцієнт і температуру газу, що необхідно при розв'язку газових рівнянь з метою визначення термодинамічних величин, які характеризують рух газу в трубопроводі. Якщо для стаціонарних режимів роботи газопроводу величину  $k$  можна знайти з певною степінню точності, то для нестаціонарних режимів її знайти досить трудно, оскільки, строго кажучи, для кожного моменту часу вона буде іншою (змінюється як температура газу, так і величина теплового потоку від газу в ґрунт).

Останню трудність можна обминути, розглядаючи гідравлічний розрахунок газопроводу сумісно з тепловою задачею ґрунту навколо нього. В результаті розв'язку такої задачі можна знайти як температурне поле в ґрунті, так і термодинамічні параметри газу, що визначають його рух в трубопроводі. Такий підхід реалізовано в праці [41] на прикладі стаціонарного неізотермічного руху газу в трубопроводі.

На температурне поле в ґрунті суттєво впливає поряд з тепловою дією газопроводу і його природне температурне поле. З життєвого досвіду відомо, що природна температура в ґрунті змінюється залежно від глибини і є періодичною функцією часу. У більшості праць враховувалась тільки залежність природної температури від глибини точок у ґрунті. Виключенням є праця [53], в якій природна температура розглядається як функція глибини точок у ґрунті і часу.

### **1.3. Основні задачі досліджень**

Аналізуючи огляд літератури, що викладений у підрозділах 1.1 і 1.2, про виконані наукові праці по визначенню термодинамічних параметрів руху газу в трубопроводах і температурних полів у ґрунті навколо газопроводів можна зробити такі висновки:

- 1) більша частина виконаних досліджень стосується усталених (стаціонарних) неізотермічних режимів роботи газопроводів;

- 2) температурні поля в ґрунті розглядалися як стаціонарні, так і нестаціонарні. При цьому природне температурне поле в ґрунті, у тих працях, де воно враховувалося, в більшості випадків приймалося у вигляді функції від глибини точок у ґрунті;
- 3) розглядалися тільки однопровідні газопроводи;
- 4) майже у всіх роботах задача визначення температурного поля в ґрунті навколо газопроводу і задача знаходження термодинамічних параметрів газу в трубопроводі розглядаються окремо.

Як слушно відмічають автори монографії [17], що “домашинний” етап розвитку газотермодинаміки, який характеризувався розгляданням спрощених моделей руху газу в трубопроводах і отриманням розв’язку в замкнутому вигляді, минув. Сучасний період бурхливого розвитку комп’ютерної техніки дозволяє перейти до вивчення нестаціонарного неізотермічного руху газу в трубопроводах і трубопровідних системах з врахуванням тепло- і масообміну з навколишнім середовищем, а також реальних термодинамічних властивостей газу. Стало можливим при розробці математичних моделей різноманітних процесів, що відбуваються в газопроводах, врахувати всі суттєві фактори, що впливають на той чи інший процес.

Рух газу в трубопроводах у багатьох випадках є нестаціонарним. Причинами нестаціонарного руху є нерівномірне споживання газу, пуск газопроводу, включення і виключення буферних споживачів, включення і виключення компресорних агрегатів, перекриття запірних пристроїв, поява аварійного витоку газу з трубопроводу, розрив труб газопроводів і т.п.

Серед причин, що викликають нестаціонарний рух газу в трубопроводах, є причини, які зумовлюють швидкозмінні процеси в трубах (розрив труб газопроводу, виключення компресорного агрегату і т.ін.) і є причини, які породжують повільнозмінні процеси в трубах (нерівномірне споживання газу на протязі доби, тижня і т.ін.). Зрозуміло, що необхідно вивчати обидва види нестаціонарних процесів у газопроводах.

Із викладеного вище витікає, що нестационарний неізотермічний рух газу в трубопроводах з врахуванням всіх можливих факторів, що на нього впливають, вивчено ще в недостатній мірі. Робота двох паралельних газопроводів не досліджувалась. Температура повітря у більшості наукових праць приймалася сталою величиною, а якщо і приймалася функцією часу, то вигляд цієї функції не вказувався, за виключенням наукових праць [46,53]. Природне температурне поле як функція часу і глибини точок у ґрунті приймалася тільки в монографії [53].

В даній дисертаційній роботі вирішуються такі основні задачі:

- 1) визначення і дослідження температурного поля в складних газотранспортних системах, в яких газопроводи розглядаються як лінійні джерела тепла;
- 2) визначення і дослідження температурного поля в складних газотранспортних системах, в яких нагрівання ґрунту на границях трубопроводи-ґрунт моделюється граничними умовами 3-го роду;
- 3) математичне моделювання і дослідження нестационарного теплового потоку для складних газотранспортних систем;
- 4) дослідження нестационарних термогазодинамічних процесів у газопроводах;
- 5) оцінка точності та адекватності прийнятих моделей при різному характері руху газу.

Методи, використані при розв'язуванні вищеназваних основних задач, можна застосувати для вирішення ряду прикладних задач (рис.1.1). До таких задач відносяться задачі, що пов'язані з експлуатацією газопроводів (різноманітні технологічні задачі) і задачі, що зв'язані з впливом газопроводів на довкілля (екологічні задачі).

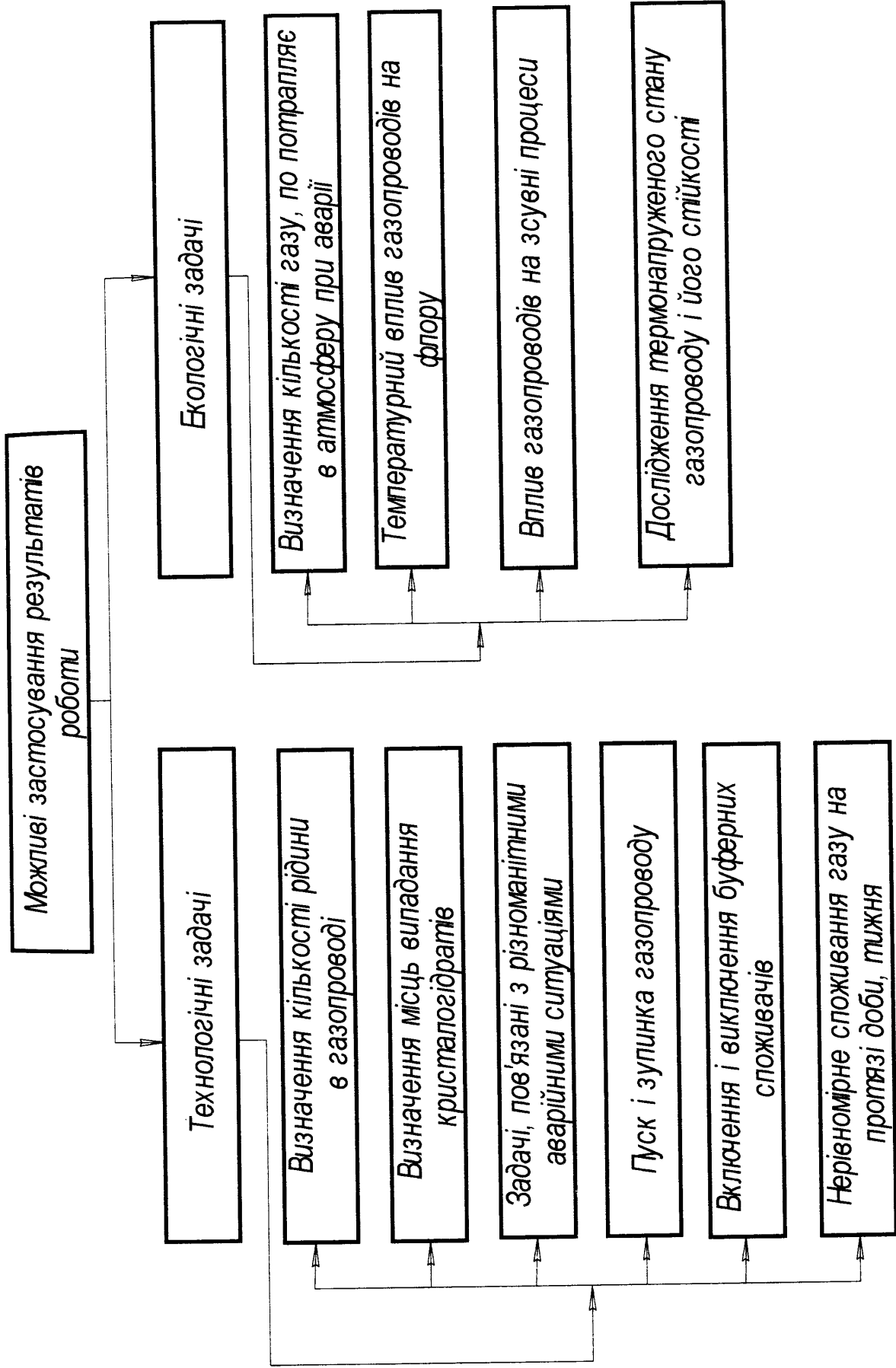


Рис. 1.1. Прикладні задачі, які можна розв'язати методами, використаними в даній роботі

#### **1.4. Висновки**

1. Виконано огляд літературних джерел, в яких розглянуто закономірності зміни температури і інших величин, що характеризують рух газу в газопроводі, а також взаємодію газопроводу з навколишнім середовищем, ґрунтом.

2. В результаті аналізу виконаних наукових праць по визначенню термогазодинамічних параметрів руху газу в трубопроводах і температурних полів у ґрунті навколо газопроводів встановлено основні їх недоліки і сформульовано основні задачі досліджень даної дисертаційної роботи.

## РОЗДІЛ 2

# АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕПЛОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ ГАЗОПРОВОДУ І ГРУНТУ

### 2.1. Математичні моделі і їх аналіз

При транспортуванні газу за допомогою трубопроводів відбувається нагрівання ґрунту, що оточує газопровід. Перш ніж перейти до складання математичних моделей процесу нагрівання ґрунту введемо ряд обмежень на самі фізичні процеси, що відбуваються при його нагріванні.

Ґрунт є дисперсним і не цілком однорідним середовищем з неоднаковою вологістю по його глибині. Для вологих ґрунтів необхідно при теплообміні розглядати взаємопов'язано процеси переносу тепла і вологи [56]. В зонах розповсюдження мерзлих ґрунтів мають місце фазові переходи води в лід і навпаки. Врахування всіх цих факторів привело б до значного ускладнення математичної моделі, яку практично надзвичайно важко було б реалізувати. І навіть саме складання математичної моделі у цьому випадку можливе тільки на стохастичному рівні.

У зв'язку з цим обмежимо своє розглядання тільки відносно сухими непромерзаючими і слабологими сезоннопромерзаючими ґрунтами. Такі ґрунти розглядаються як квазіоднорідне тверде тіло, до якого можна застосувати модель "еквівалентної теплопровідності" [57]. У цих ґрунтах перенос тепла за рахунок ґрунтової вологи незначний і ним можна знехтувати. Оскільки температура газу в трубопроводі менша  $100^{\circ}\text{C}$ , то фазові переходи води в пару в ґрунті не враховуються. Теплофізичні властивості ґрунту в діапазоні можливих температур газу в трубопроводі практично не залежать від температури і їх приймаємо сталими. І накінець, тепловий потік у ґрунті вздовж осі газопроводу надзвичайно малий у порівнянні з тепловим потоком у поперечному напрямі (на 4-5 порядків), а тому теплову задачу в ґрунті слід розглядати як плоску задачу.

На рис.2.1 зображена схема одностовового газопроводу. Область  $\Omega$ , яка нагрівається газом, включає в себе ґрунт 1, ізоляцію труби 2 і трубу 3. Тобто область нагрівання – це кусково-однорідна область. Тепло передається від газу стінці труби і далі за рахунок теплопровідності відбувається нагрівання труби з ізоляцією і ґрунту, а з поверхні ґрунту має місце тепловіддача в повітря.

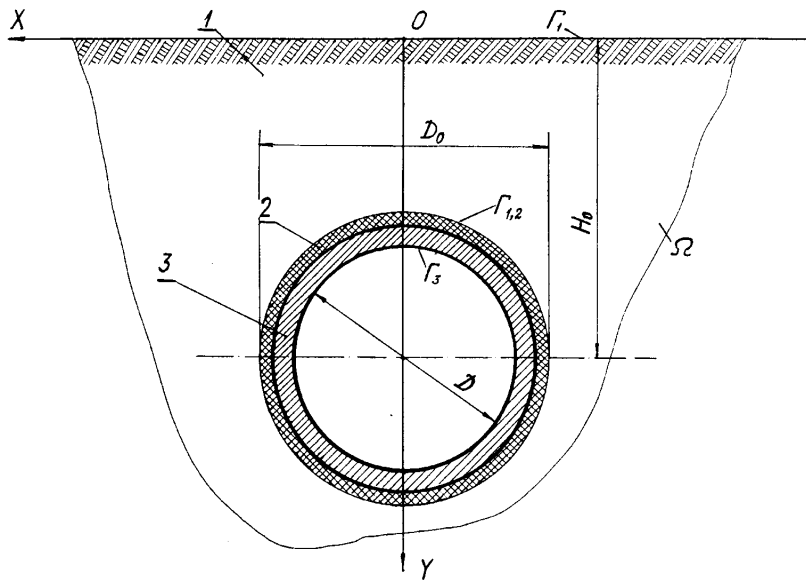


Рис. 2.1. Схема розміщення одностовового газопроводу:

1 – ґрунт; 2 – ізоляція труби; 3 – труба

Оскільки область нагрівання є кусково-однорідною, то її теплофізичні характеристики залежать від координат  $x$  і  $y$ . Враховуючи все сказане, процес нагрівання ґрунту з трубою і ізоляцією можна описати такою математичною моделлю (модель 1):

$$\frac{\partial T}{\partial x} \left[ \lambda_i(x, y) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial T}{\partial y} \left[ \lambda_i(x, y) \frac{\partial T}{\partial y} \right] = c(x, y) \rho(x, y) \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (2.1)$$

$$\lambda_i^{(3)} \frac{\partial T}{\partial v_3} \Big|_{r_3} = \alpha_3 (T - T_r) \Big|_{r_3}, \quad \lambda_i^{(1)} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha_{\Pi} (T - T_{\Pi}) \Big|_{y=0}, \quad (2.2)$$

$$T \Big|_{r=0} = T_l(y), \quad (2.3)$$

де  $x, y$  - координати точок;

$T$  - температурне поле в області  $\Omega$ ;

$\lambda_i, c, \rho$  - теплофізичні характеристики твердих тіл в області  $\Omega$  (функції відповідно коефіцієнта теплопровідності, питомої теплоємності і густини);

$\tau$  - час;

$\lambda_i^{(3)}, \lambda_i^{(1)}$  - коефіцієнти теплопровідності відповідно матеріалу труби і ґрунту;

$\nu_3$  - внутрішня нормаль, проведена через границю  $\Gamma_3$ ;

$\alpha_3, \alpha_{\Pi}$  - коефіцієнти тепловіддачі від газу в трубу і від ґрунту в повітря (узагальнений);

$T_{\Gamma}, T_{\Pi}$  - температура газу і температура повітря;

$T_1(y)$  - природне температурне поле в ґрунті в момент  $\tau = 0$ .

Оскільки область  $\Omega$  є кусково-однорідною і непростою (півплощина з отвором), теплофізичні характеристики якої є функціями координат точок області, а температури газу і повітря є функціями від часу, то точна аналітична реалізація цієї моделі неможлива. Задача (2.1)-(2.3) може бути розв'язана або числовими методами, або, наприклад, структурним методом (методом R-функцій) [58,59]. Вказані методи є непростими і вимагають значної затрати часу на їх реалізацію. Тому математичну модель (2.1)-(2.3) доцільно використовувати для перевірки точності більш простих моделей процесу нагрівання ґрунту від газопроводу.

Математичну модель (2.1)-(2.3) можна значно спростити, якщо відкинути трубу з ізоляцією і на границі ізоляції з ґрунтом поставити таку граничну умову (рис.2.2):

$$\lambda_i \frac{\partial T}{\partial \nu_i} \Big|_{\Gamma_{1,2}} = k_{\Gamma P} (T - T_{\Gamma}) \Big|_{\Gamma_{1,2}}, \quad (2.4)$$

при цьому, як відомо [17,29]

$$k_{\Gamma P} = \left( \frac{1}{\alpha_3} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{\delta}{\lambda_i^{(3)}} \right)^{-1}, \quad (2.5)$$



де  $k_{гр}$  - коефіцієнт теплопередачі від газу в ґрунт;

$\nu_1$  - внутрішня нормаль, проведена через границю  $\Gamma_{1,2}$ ;

$\delta_i, \lambda_i$  - товщина  $i$ -го шару ізоляції і його коефіцієнт теплопровідності;

$n$  - кількість шарів ізоляції;

$\delta$  - товщина стінки трубопроводу.

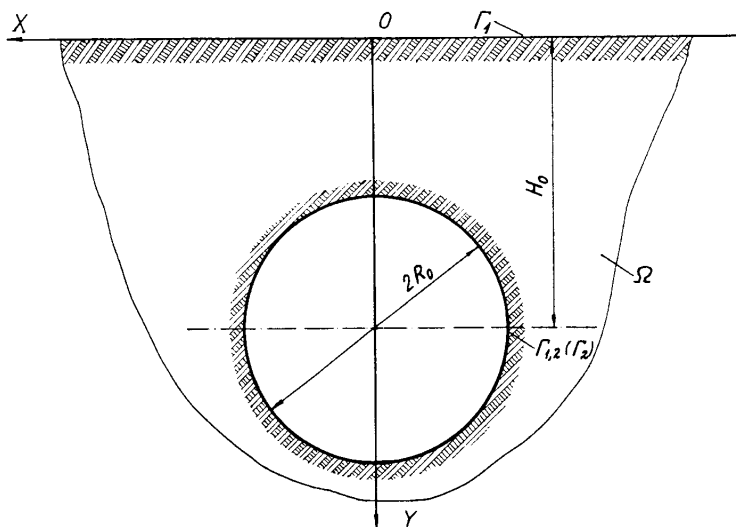


Рис. 2.2. Область теплової дії однопіткового газопроводу (модель 2)

Всі інші рівняння спрощеної моделі будуть

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (2.6)$$

$$\lambda_i \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \alpha_{п} (T - T_{п}) \Big|_{y=0}, \quad T_{t=0} = T_1(y), \quad (2.7)$$

де  $\lambda_i, a$  - коефіцієнти теплопровідності і температуропровідності ґрунту (тут і далі застосовується вказане позначення замість  $\lambda_i^{(1)}, a_1$ ).

Рівняння (2.4)-(2.7) є простішою математичною моделлю процесу нагрівання ґрунту навколо однопіткового газопроводу (модель 2).

Виграш у простоті моделі є одночасно певним програшем у точності температурного поля, яке описує модель 2. Це пояснюється тим, що коефіцієнт

$k_{гр}$ , знайдений за формулою (2.5), є точним для стаціонарного теплового режиму. у випадку нестационарного режиму коефіцієнт  $k_{гр}$  відрізнятиметься від свого стаціонарного значення. Ця різниця не повинна бути суттєвою, оскільки товщина стінки труби і ізоляції є незначними у порівнянні з шаром ґрунту над верхньою твірною труби.

Дану модель можна реалізувати не тільки числовим чи структурним методом, але і методом, що пов'язаний з використанням конформного відображення, можна застосувати наближений аналітичний метод, описаний у [53] і деякі інші.

Якщо теплову дію газопроводу замінити лінійним джерелом тепла змінної потужності, то отримаємо ще простішу математичну модель (модель 3) процесу нагрівання ґрунту навколо газопроводу у такому вигляді (рис.2.3):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau} - \frac{q(\tau)}{\lambda_1} \delta(x) \delta(y - H_0), \quad y \geq 0, \quad (2.8)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha_{п} (T - T_{п}) \Big|_{y=0}, \quad T_{|\tau=0} = T_1(y), \quad (2.9)$$

де  $\delta(x), \delta(y - H_0)$ - дельта-функції Дірака [60];

$q(\tau)$ - потужність одиниці довжини лінійного джерела, Вт/м.

Розв'язок задачі (2.8),(2.9) можна використати для знаходження такого  $q(\tau)$ , при якому температура на зовнішній стінці труби в окремих точках (на рис. 2.3 ця стінка зображена пунктирною лінією) буде певною сталою величиною, тобто наближено буде виконана гранична умова 1-го роду. Для наближеного виконання граничної умови третього роду на стінці труби потрібно до того ж використати ще і метод “додакового шару”.

До переваги цієї моделі відноситься те, що задача (2.8),(2.9) має точний аналітичний розв'язок . Але крім переваги є й недолік, який заключається в тому, що, користуючись отриманим розв'язком, неможливо точно задовольнити граничним умовам на зовнішній стінці труби. Тобто ця модель може забезпечити

лише наближений розв'язок теплової задачі нагрівання ґрунту в аналітичній формі.

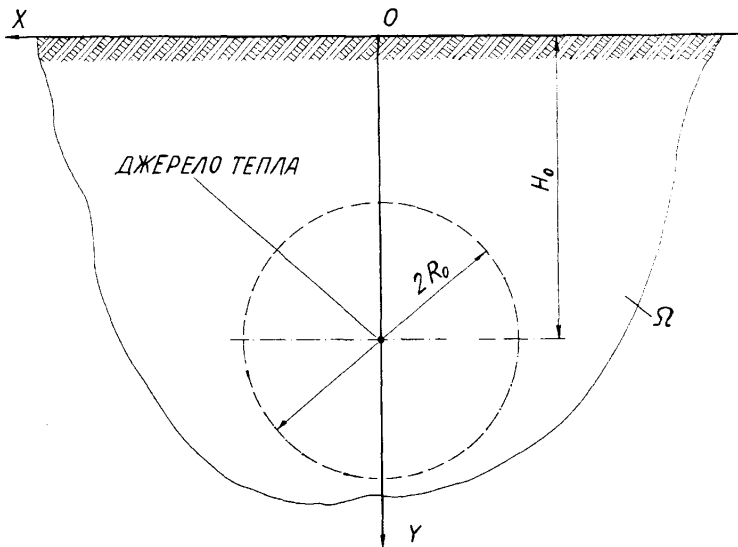


Рис. 2.3. Ґрунт з лінійним джерелом тепла (модель 3)

Крім того, вказану модель можна використати для визначення області прогрівання ґрунту, а також для визначення часу переходу окремих точок в ґрунті в умовно стаціонарний режим, при якому нестаціонарна температура відрізняється від стаціонарної на певну невелику величину.

Досі проводився аналіз математичних моделей процесу нагрівання ґрунту одностовковим газопроводом. Розглянемо математичні моделі двох паралельних газопроводів однакового діаметра (двостовковий газопровід). При цьому зупинимося тільки на двох моделях, що відповідають моделям 2 і 3 одностовкового газопроводу.

Якщо для двостовкового газопроводу, як і випадку моделі 2, вилучити із математичного опису теплової задачі трубопроводи з ізоляцією і на границях ґрунт-трубопровід записати граничні умови такі ж, як і для моделі 2, то отримаємо одну із можливих математичних моделей процесу нагрівання ґрунту навколо двох паралельних газопроводів (модель 4, рис.2.4)

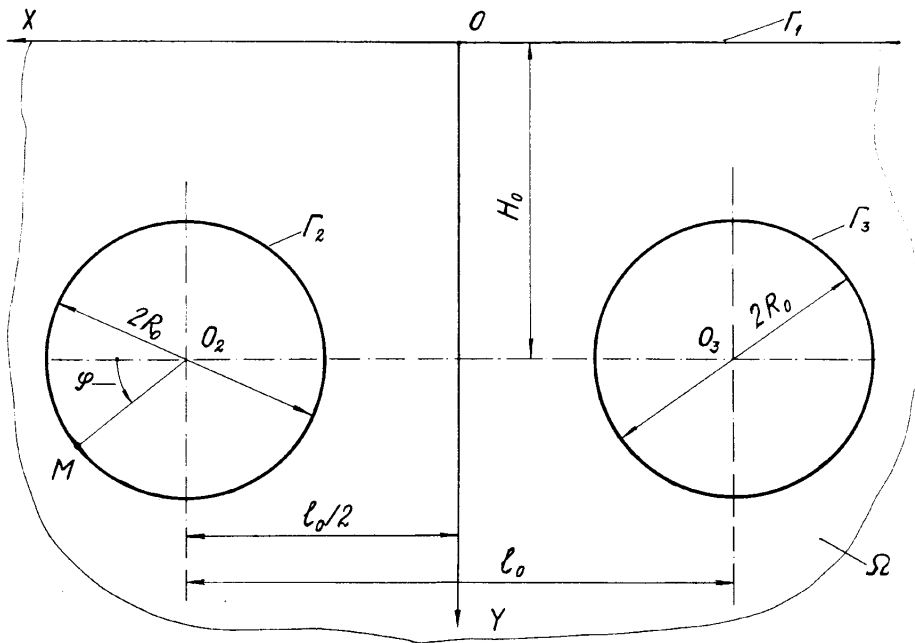


Рис. 2.4. Область нагрівання ґрунту навколо двониткового газопроводу (модель 4)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (2.10)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T}{\partial v_i} \Big|_{\Gamma_i} = k_{GP} (T - T_G) \Big|_{\Gamma_i}, \quad i = 2, 3, \quad (2.11)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha_{II} (T - T_{II}) \Big|_{y=0}, \quad T|_{\tau=0} = T_I(y), \quad (2.12)$$

де  $v_i$  - внутрішні нормалі, проведені через границі  $\Gamma_i$  ( $i = 2, 3$ ).

Як підкреслювалося вище, модель 2 є більш простою математичною моделлю процесу нагрівання ґрунту навколо одностовового газопроводу у порівнянні з моделлю 1. Аналогічно і модель 4 (рівняння (2.10)-(2.12)) є більш простою математичною моделлю процесу нагрівання ґрунту навколо двох паралельних газопроводів, оскільки теплова дія трубопроводів з ізоляцією на ґрунт замінена граничними умовами (2.11). В результаті такої заміни кусково-однорідна область нагрівання стала однорідною. Те, що говорилося про модель 2, справедливе і для моделі 4. Різниця полягає тільки в можливості реалізації даної моделі.

Модель 4 може бути реалізована тими ж методами, що і модель 2 за виключенням конформного відображення. Температурне поле в області  $\Omega$  є симетричним відносно осі  $OY$ . Це означає, що необхідно знаходити температуру тільки в точках області, що являє собою четверть площини з круговим отвором радіуса  $R_0$ . З цієї області можна виділити прямокутну область з круговим отвором, в якій відчувається теплова дія газопроводу. Але оскільки остання область є двозв'язною, яка не може бути взаємно-однозначно і неперервно відображеною на однозв'язну [61], то це вказує на неможливість отримання області, в якій теплову задачу можна розв'язати аналітично.

Заміняючи теплову дію двох паралельних газопроводів лінійними джерелами тепла, потужність яких однакова, залежить від часу і які співпадають з геометричними осями трубопроводів, одержуємо найпростішу математичну модель нагрівання ґрунту системою двох паралельних однакових газопроводів (модель 5, рис.2.5)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau} - \frac{q(\tau)}{\lambda_t} [\delta(x-l_0/2) + \delta(x+l_0/2)] \delta(y-H_0), \quad y \geq 0, \quad (2.13)$$

$$\lambda_t \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha_{\Pi} (T - T_{\Pi}) \Big|_{y=0}, \quad T \Big|_{\tau=0} = T_1(y). \quad (2.14)$$

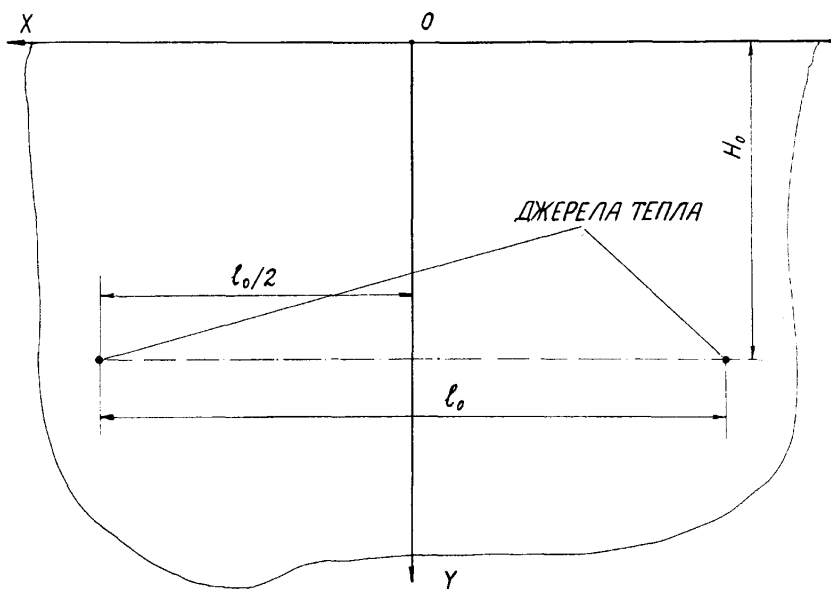


Рис. 2.5. Ґрунт з двома лінійними джерелами тепла (модель 5)

Модель 5 має ті ж переваги і недоліки, що і модель 3, а також ту ж область можливого застосування. Тобто за допомогою цієї моделі можна знайти температурне поле в ґрунті в аналітичному вигляді при наближеному виконанні граничних умов 1-го або 3-го роду по поверхнях контакту труб з ґрунтом. Крім того, дана модель дає можливість наближеного визначення області прогрівання ґрунту двома паралельними газопроводами, часу переходу певної області, що оточує газопровід, в умовно стаціонарний (квазістаціонарний) режим.

Оскільки в дальнішому будемо розглядати два паралельних однакових газопроводи, то при цьому будуть використані математичні моделі 4 і 5.

## **2.2. Стаціонарне температурне поле в ґрунті навколо двох паралельних газопроводів**

Тепловий режим роботи потужних газопроводів у значній мірі залежить від температурного поля, яке створюється в ґрунті навколо газопроводу. У свою чергу температура газу, що поступає з газопроводу на компресорну станцію, суттєво впливає на енергозатрати на перекачування газу.

Вивченню стаціонарних температурних полів навколо газопроводу і теплових втрат у навколишнє середовище присвячено цілий ряд наукових праць, які розглядалися в 1.2. В них знаходиться стаціонарне температурне поле навколо однопроводового газопроводу. В даному випадку визначається стаціонарне температурне поле навколо двох паралельних газопроводів однакового діаметра [62]. Для розв'язання теплової задачі використовується структурний метод [58,59].

Оскільки температура в ґрунті складається із суми природної температури ґрунту і температури, викликані тепловою дією газопроводу, а природна температура в ґрунті є функцією глибини точок і часу, то зрозуміло, що температура в ґрунті навколо газопроводу буде функцією від часу. Про

стаціонарну температуру в ґрунті можна говорити тільки тоді, якщо знехтувати залежністю природної температури від часу. Один із методів досягнення вказаної вимоги полягає в тому, що знаходяться середні значення природних температур точок у ґрунті на протязі року. Зрозуміло, що відмова від врахування залежності природної температури в ґрунті від часу вносить певні похибки при визначенні температурного поля навколо газопроводу.

Для визначення стаціонарного температурного поля користуємося математичною моделлю, що описана рівняннями (2.10)-(2.12) (модель 4, рис.2.4). Але оскільки тут розглядається стаціонарне температурне поле, то з (2.10)-(2.12) отримуємо

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, \quad (2.15)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \nu_i} \right|_{\Gamma_i} = \frac{\alpha_{\Pi}}{\lambda_i} (T - T_{\Pi}) \Big|_{\Gamma_i}, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial \nu_i} \right|_{\Gamma_i} = -\frac{k_{\Gamma P}}{\lambda_i} (T_{\Gamma} - T) \Big|_{\Gamma_i},$$

$$i = 2, 3. \quad (2.16)$$

У (2.16)  $\left. \frac{\partial T}{\partial \nu_i} \right|_{\Gamma_i} = \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$ ,  $\nu_i$  - внутрішня нормаль, проведена через границю  $\Gamma_i$  області  $\Omega$ .

Температуру  $T$  ґрунту записуємо у вигляді суми

$$T = T_1 + T_2, \quad (2.17)$$

де  $T_1$  - температурне поле ґрунту у природних умовах;

$T_2$  - температурне поле ґрунту, що викликане тепловою дією газопроводу.

Температурне поле  $T_1$  представимо у такому вигляді [45]:

$$T_1 = T_p + \delta \cdot y, \quad (2.18)$$

де  $T_p$  - певна розрахункова температура;

$\delta$  - геотермальний фактор.

Якщо покласти, що на денній поверхні Землі має місце конвективний теплообмін за законом Ньютона

$$\lambda_t \left. \frac{\partial T_t}{\partial y} \right|_{y=0} = \alpha_{\Pi} (T_t - T_{\Pi}) \Big|_{y=0}, \quad (2.19)$$

то при цьому отримаємо

$$\lambda_t \delta = \alpha_{\Pi} (T_p - T_{\Pi}).$$

З останнього рівняння матимемо

$$T_p = T_{\Pi} + \frac{\lambda_t \delta}{\alpha_{\Pi}}. \quad (2.20)$$

Величину  $\delta$  можна знайти за допомогою простого експерименту.

Очевидно, що температурне поле  $T_2(x, y)$  симетричне відносно осі  $OY$ , тобто  $T_2(x, y) = T_2(-x, y)$ . Крім того, при віддаленні від точки  $O$  як вздовж осі  $OY$ , так і вздовж осі  $OX$  температура  $T_2$  зменшується і на певних відстанях від точки  $O$  температурний вплив газопроводу буде відсутній, тобто  $T_2 \cong 0$ ,  $\frac{\partial T_2}{\partial x} \cong 0$ ,  $\frac{\partial T_2}{\partial y} \cong 0$ . Ці відстані позначимо по горизонталі і вертикалі відповідно  $l$  і  $H$ . Це означає, що досить розглянути температурне поле для прямокутної області  $\Omega$  з круговим отвором (рис.2.6). Справа область обмежена віссю  $OY$  (границя  $\Gamma_3$ ), зліва – лінією  $x=l$  (границя  $\Gamma_4$ ), зверху – віссю  $OX$  (границя  $\Gamma_1$ ), знизу – лінією  $y=H$  (границя  $\Gamma_5$ ). Усередині прямокутника область  $\Omega$  обмежена отвором, рівняння границі  $\Gamma_2$  якого є  $(x-l_0/2)^2 + (y-H_0)^2 - R_0^2 = 0$ .

Підставляючи (2.17) в (2.15) і (2.16), враховуючи (2.18) і все вище сказане, а також те, що оператор



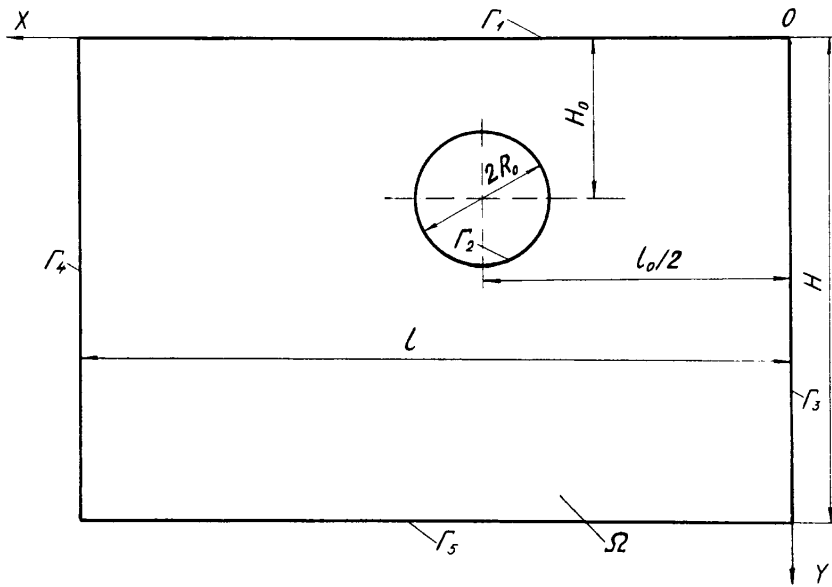


Рис.2.6. Область визначення  $T_2(x, y)$  у випадку двох паралельних однакових газопроводів

$$\frac{\partial}{\partial \nu_i} \Big|_{\Gamma_i} \equiv \left( \frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \right) \Big|_{\Gamma_i},$$

$\omega_i = 0$  - нормалізоване до першого порядку рівняння границі  $\Gamma_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) області  $\Omega$  [58,59], отримаємо для температурного поля  $T_2(x, y)$  такі рівняння:

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} = 0, \quad (2.21)$$

$$\left( \frac{\partial T_2}{\partial y} - \frac{\alpha_{II}}{\lambda_i} T_2 \right) \Big|_{y=0} = 0, \quad (2.22)$$

$$\left( \frac{\partial T_2}{\partial \nu_2} - \frac{k_{FP}}{\lambda_i} T_2 \right) \Big|_{\Gamma_2} = \varphi_{20}(y), \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial y} \Big|_{y=H} = 0, \quad (2.24)$$

де

$$\varphi_{20}(y) = - \left[ \frac{k_{\Gamma P}}{\lambda_i} (T_{\Gamma} - T_p - \delta \cdot y) + \delta \frac{\partial \omega_2}{\partial y} \right]_{\Gamma_2}.$$

Крайові умови (2.22)-(2.24) можна подати у вигляді однієї умови

$$\left( \frac{\partial T_2}{\partial \nu} + b_0 T_2 \right)_{\Gamma} = \varphi_0, \quad (2.25)$$

де  $\nu$  - внутрішня нормаль на будь-якій ділянці границі  $\Gamma$  області  $\Omega$  ( $\nu = \nu_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ ;  $\nu_i$  - внутрішня нормаль на  $i$ -тій ділянці границі  $\Gamma$ );

$b_0$  - величина, яка на різних ділянках границі має різні значення ( $b_0 = b_{0i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ ;  $b_{0i}$  - значення  $b_0$  на  $i$ -тій ділянці границі  $\Gamma$ ;  $b_{01} = -\alpha_{\Pi} / \lambda_i$ ,  $b_{02} = -k_{\Gamma P} / \lambda_i$ ,  $b_{03} = b_{04} = b_{05} = 0$ );

$\varphi_0$  - величина, яка теж на різних ділянках границі має різні значення ( $\varphi_0 = \varphi_{0i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$ ;  $\varphi_{01} = \varphi_{03} = \varphi_{04} = \varphi_{05} = 0$ ,  $\varphi_{02} = \varphi_{20}(y)$ ).

Користуючись працями [58,59], структуру розв'язку задачі (2.21),(2.25) представимо так:

$$T_2 = \Phi_0 + \omega(\varphi - D_1 \Phi_0 - b \Phi_0), \quad (2.26)$$

де  $\Phi_0$  - довільна функція;

$\omega$  - нормалізована до першого порядку функція ( в області  $\Omega$   $\omega > 0$ , а на границі  $\Gamma$   $\omega = 0$  і, крім того,  $\frac{\partial \omega}{\partial \nu} \Big|_{\Gamma} = 1$ );

$\varphi, b$  - продовження функцій  $\varphi_0$  і  $b_0$  усередину області  $\Omega$ ;

$D_1$  - диференціальний оператор ( $D_1 = \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y}$ ). Легко можна

переконатися, що аналітичний вираз (2.26) задовольняє граничній умові (2.25) при будь-якій функції  $\Phi_0$ .

Функції  $\omega(x, y)$ ,  $\varphi(x, y)$ ,  $b(x, y)$  мають вигляд

$$\omega(x, y) = f_5 + f_3 - \sqrt{f_5^2 + f_3^2}, \quad (2.27)$$

де  $f_5 = f_1 + f_2 - f_4$ ,  $f_1(y) = \frac{y(H-y)}{H}$ ,  $f_2(x) = \frac{x(l-x)}{l}$ ,

$$f_3 = \frac{1}{2R_0} \left[ \left( x - \frac{l_0}{2} \right)^2 + (y - H_0)^2 - R_0^2 \right], \quad f_4(x, y) = \sqrt{f_1^2 + f_2^2};$$

$$\varphi(x, y) = \frac{\varphi_{02}\omega_2^0}{\sum_{i=1}^5 \omega_i^0}, \quad b(x, y) = \frac{b_{01}\omega_1^0 + b_{02}\omega_2^0}{\sum_{i=1}^5 \omega_i^0}, \quad (2.28)$$

де  $\omega_1^0 = f_{4(5)} + f_3 - \sqrt{f_{4(5)}^2 + f_3^2}$ ,  $f_{4(5)} = f_{1(5)} + f_2 - \sqrt{f_{1(5)}^2 + f_2^2}$ ,  
 $f_{1(5)} = H - y$ ;  $\omega_2^0 = f_1 + f_2 - \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ ;

$$\omega_3^0 = f_{4(4)} + f_3 - \sqrt{f_{4(4)}^2 + f_3^2}, \quad f_{4(4)} = f_1 + f_{2(4)} - \sqrt{f_1^2 + f_{2(4)}^2},$$

$$f_{2(4)} = l - x;$$

$$\omega_4^0 = f_{4(3)} + f_3 - \sqrt{f_{4(3)}^2 + f_3^2}, \quad f_{4(3)} = f_1 + f_{2(3)} - \sqrt{f_1^2 + f_{2(3)}^2},$$

$$f_{2(3)} = x;$$

$$\omega_5^0 = f_{4(1)} + f_3 - \sqrt{f_{4(1)}^2 + f_3^2}, \quad f_{4(1)} = f_{1(1)} + f_2 - \sqrt{f_{1(1)}^2 + f_2^2},$$

$$f_{1(1)} = y.$$

Для обчислення функції  $\varphi_{20}(y)$  необхідно знати  $\omega_2$ . У даному випадку

$$\omega_2 = f_3. \text{ Знаходячи похідну } \frac{\partial \omega_2}{\partial y} \text{ і підставляючи її у вираз для функції } \varphi_{20}(y),$$

отримаємо

$$\varphi_{20}(y) = C_1^* + C_2^* y, \quad (2.29)$$

$$\text{де } C_1^* = -\frac{(T_\Gamma - T_P)k_{\Gamma P}}{\lambda_i} + \frac{\delta H_0}{R_0}, \quad C_2^* = \left( \frac{k_{\Gamma P}}{\lambda_i} - \frac{1}{R_0} \right) \delta.$$

Подамо функцію  $\Phi_0$  у вигляді

$$\Phi_0 = \sum_{i=1}^n C_i \xi_i, \quad (2.30)$$

де  $\{\xi_i\}$  - деяка повна в  $\Omega U \Gamma$  послідовність функцій. За вказану послідовність функцій візьмемо добуток поліномів Чебишева  $\xi_{ij} = T_i\left(\frac{2y}{H} - 1\right)T_j\left(\frac{2x}{l} - 1\right)$ . У цьому випадку замість  $C_i \xi_i$  у (2.30) запишемо  $C_{ij} \xi_{ij}$ . Враховуючи сказане, (2.26) набуває вигляду

$$T_2 = \omega \varphi + \sum_{i+j=0}^n C_{ij} [\xi_{ij}(1 - \omega b) - \omega D_1 \xi_{ij}]. \quad (2.31)$$

Далі задачу розглядаємо як варіаційну і для її кінцевого розв'язку необхідно знайти мінімум функціонала [63,64]

$$I = \iint_{\Omega} \left[ \left( \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T_2}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy - \int_{\Gamma} [b_0(s)T_2^2 - 2\varphi_0(s)T_2] ds. \quad (2.32)$$

Користуючись методом Рітца [63,64], для визначення невідомих коефіцієнтів  $C_{ij}$  отримуємо таку систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\sum_{i+j}^n C_{ij} A_{ijks} = B_{ks}, \quad k + s = n, \quad (2.33)$$

$$\text{де } B_{ks} = - \iint_{\Omega} \left[ \frac{\partial(\omega \varphi)}{\partial x} \frac{\partial \chi_{ks}}{\partial x} + \frac{\partial(\omega \varphi)}{\partial y} \frac{\partial \chi_{ks}}{\partial y} \right] dx dy - \int_{\Gamma} \varphi_0(s) \chi_{ks} ds,$$

$$A_{ijk_s} = \iint_{\Omega} \left( \frac{\partial \chi_{ij}}{\partial x} \frac{\partial \chi_{ks}}{\partial x} + \frac{\partial \chi_{ij}}{\partial y} \frac{\partial \chi_{ks}}{\partial y} \right) dx dy - \int_{\Gamma} b_0(s) \chi_{ij} \chi_{ks} ds ,$$

$$\chi_{ij} = \xi_{ij} (1 - \omega b) - \omega D_1 \xi_{ij} . \quad (2.34)$$

Після знаходження коефіцієнтів  $C_{ij}$  підставляємо їх величини в (2.31) і отримуємо наближену аналітичну формулу для температури  $T_2(x, y)$ . Нарешті за формулою (2.17) знаходимо стаціонарну температуру в ґрунті навколо двох паралельних однакових газопроводів.

Недоліком даного методу є відносна складність знаходження величин  $B_{ks}$  і  $A_{ijk_s}$ , необхідних для розв'язку лінійних алгебраїчних рівнянь (2.33). Крім того, природна температура в даному дослідженні взята досить спрощено. Закономірність зміни природної температури в ґрунті залежно від глибини і часу розглядається у наступному підрозділі.

### 2.3. Природне температурне поле верхніх шарів ґрунту

При русі реального газу в газопроводі його температура знижується за рахунок теплообміну з навколишнім середовищем і термодинамічної неідеальності газу [29]. Теплообмін у свою чергу залежить від температурного поля, яке створюється навколо газопроводу. А на останнє суттєво впливає природне температурне поле ґрунту. Це означає, що для підвищення точності визначення параметрів газу, що транспортується, необхідно враховувати природне температурне поле навколо газопроводу.

Визначимо природне температурне поле у верхніх шарах ґрунту.

Температура даної точки на земній поверхні залежить головним чином від сонячної радіації, теплообміну між атмосферою і поверхнею Землі і від випромінювання, яке віддається Землею в навколишній простір [65].

Природна температура ґрунту  $T_1$  може бути знайдена в результаті розв'язку такої крайової задачі [66]:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2}, \quad y \geq 0, \quad (2.35)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha_{\Pi} (T_1 - T_{\Pi}) \Big|_{y=0}, \quad T_1 \Big|_{y \rightarrow \infty} = T_1^0(y), \quad T_1 \Big|_{\tau=0} = T_1^0(y), \quad (2.36)$$

де  $T_1^0$  - температурне поле в ґрунті, викликане тепловим потоком з надр Землі і певною сталою температурою на поверхні Землі;

$y$  - ордината, напрямлена до центра Землі.

Задача (2.35),(2.36) розглядалася в монографії [54], але при  $T_1 \Big|_{\tau=0} = 0$ . При вказаній умові розглядався випадок, коли температура повітря  $T_{\Pi}(\tau) = \sin(\omega\tau + \varepsilon)$ . Розв'язок такої задачі складається із двох доданків. Перший доданок виражає усталений періодичний розв'язок задачі (квазіусталений температурний режим), а другий доданок із зростанням часу прямує до нуля.

Функцію температури повітря можна описати за допомогою формули [53]

$$T_{\Pi} = T_{cp} + A \cos(\omega\tau - \varepsilon), \quad (2.37)$$

де  $T_{cp}$ ,  $A$  - кліматичні характеристики для певного району;

$\omega, \varepsilon$  - параметри закону  $T_{\Pi}$ .

Автори монографії [53] записують усталений періодичний розв'язок задачі (2.35),(2.36) при  $T_{\Pi} = T_{cp} + A \cos(\omega\tau - \varepsilon)$ , посилаючись при цьому на [54], у вигляді

$$T_1 = T_{cp} + \Gamma e \left( \frac{l}{h} + y \right) + \frac{A h \exp(-\omega'y) \cos(\omega\tau - \varepsilon - \omega'y - \delta)}{\sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}}, \quad (2.38)$$

де  $h = \alpha_{\Pi} / \lambda_1$ ,  $\omega' = \sqrt{\omega / (2a)}$ ,  $\delta = \arctg(\omega' / (h + \omega'))$ ;

$\Gamma e$  - геотермічний градієнт, град/м.

Встановимо спочатку температурне поле в ґрунті  $T_1^0(y)$  за умови, що температура повітря біля поверхні Землі не змінюється і постійно дорівнює  $T_{cp}$ . У такому випадку матимемо задачу

$$\frac{d^2 T_1^0}{dy^2} = 0, \quad \lambda_t \frac{dT_1^0}{dy} \Big|_{y=0} = \alpha_{II} (T_1^0 - T_{cp}) \Big|_{y=0}. \quad (2.39)$$

Диференціальне рівняння (2.39) має розв'язок  $T_1^0 = C_1 + C_2 y$ . Постійні інтегрування  $C_1$  і  $C_2$  знаходимо з другого рівняння (2.39) і прийняття до уваги, що  $dT_1^0/dy = \Gamma e$  (ця величина пропорційна тепловому потоку, який поступає з надр Землі). В результаті отримуємо

$$T_1^0(y) = T_{cp} + \Gamma e \left( \frac{1}{h} + y \right). \quad (2.40)$$

Задачу (2.35),(2.36) при врахуванні того, що  $T_1^0(y)$  визначається за формулою (2.40), розв'язуємо операційним методом [55,67,68]. Застосовуючи перетворення Лапласа

$$\bar{T}_1(s, y) = \int_0^{\infty} e^{-s\tau} T_1(\tau, y) d\tau \quad (2.41)$$

до задачі (2.35),(2.36), одержимо

$$\frac{d^2 \bar{T}_1}{dy^2} - \frac{s}{a} \bar{T}_1 = -\frac{T_1^0(y)}{a}, \quad (2.42)$$

$$\frac{d\bar{T}_1}{dy} \Big|_{y=0} = h \left( T_1 \Big|_{y=0} - \frac{T_{cp}}{s} - A \frac{s}{s^2 + \omega^2} e^{-\frac{\omega y}{\omega}} \right), \quad (2.43)$$

де  $\bar{T}_1(s, y)$  - перетворення Лапласа функції  $T_1(\tau, y)$ ;

$s$  - аргумент перетворення Лапласа.

Розв'язок задачі (2.42),(2.43) має такий вигляд:

$$\bar{T}_1(s, y) = \frac{1}{s} \left[ T_{cp} + \Gamma e \left( \frac{1}{h} + y \right) \right] + \frac{A h \exp(-\varepsilon s / \omega - \sqrt{s/a} y)}{(s^2 + \omega^2)(h + \sqrt{s/a})}. \quad (2.44)$$

Знаходимо обернене перетворення Лапласа комплексної функції (2.44).

Обернене перетворення першого доданка

$$\frac{1}{s} \left[ T_{cp} + \Gamma e \left( \frac{1}{h} + y \right) \right] \rightarrow T_{cp} + \Gamma e \left( \frac{1}{h} + y \right). \quad (2.45)$$

Введемо позначення

$$F(s) = \frac{s \exp(-\varepsilon s / \omega - y \sqrt{s/a})}{(s^2 + \omega^2)(h + \sqrt{s/a})}. \quad (2.46)$$

Для знаходження оберненого перетворення Лапласа функції (2.46) використовуємо контурний інтеграл

$$f(\tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\zeta - i\infty}^{\zeta + i\infty} e^{s\tau} F(s) ds. \quad (2.47)$$

Функція  $F(s)$  має точку розгалуження  $s = 0$ . Розглядаємо замкнутий контур, що складається із відрізка  $(\zeta - ic, \zeta + ic)$ , дуг  $C'_R$  і  $C''_R$  кола  $|s| = R$ , двохберегового розрізу I, II і кола  $c_r: |s| = r$  (рис. 2.7). У середині цього контура функція



аналітична і однозначна за виключенням двох особливих точок  $s = \pm i\omega$  (аргумент точок виділеної області змінюється так:  $-\pi < \arg s < \pi$ ).

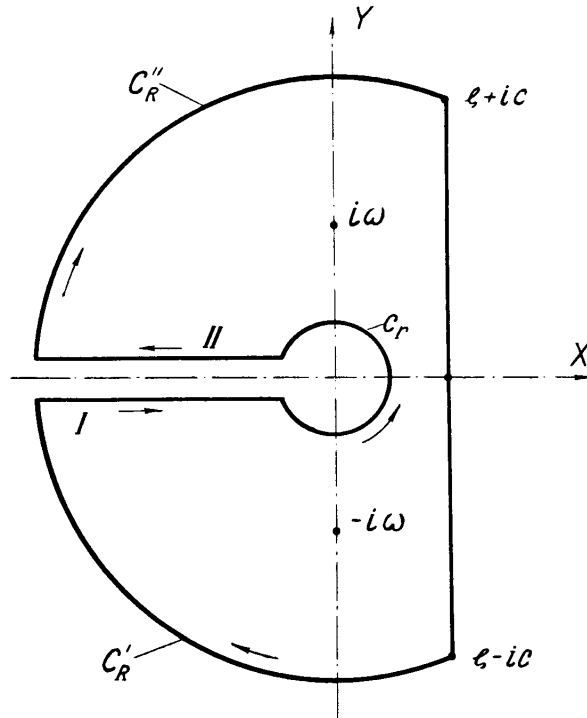


Рис. 2.7. Контур інтегрування комплексної функції  $F(s)$

Згідно теореми Коші про лишки комплексної функції можна записати [61]

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{s \exp(-\varepsilon s/\omega - y\sqrt{s/a} + s\tau) ds}{(s^2 + \omega^2)(h + \sqrt{s/a})} = \text{Res}[F^*(s), i\omega] + \text{Res}[F^*(s), -i\omega], \quad (2.48)$$

де  $\Gamma$  - замкнутий контур, зображений на рис. 2.7;

$$F^*(s) = F(s)e^{s\tau};$$

$\text{Res}[F^*(s), \pm i\omega]$  - лишки комплексної функції  $F^*(s)$  в особливих точках  $s = \pm i\omega$ .

Інтеграл вздовж відрізка  $(\zeta - ic, \zeta + ic)$  можна замінити інтегруванням вздовж замкнутого контура і плюс величини лишків. Оскільки  $\tau > 0$  і на дугах  $C'_R$  і  $C''_R$  функція  $F(s) \rightarrow 0$  при  $R \rightarrow \infty$ , то за лемою Жордана інтеграл від  $F^*(s)$

вздовж дуг  $C'_R$  і  $C''_R$  прямує до нуля при  $R \rightarrow \infty$  [61]. Тому для оригінала функції  $F(s)$  можна записати

$$f(\tau) = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \left\{ \int_{\Gamma} F(s) e^{s\tau} ds + \int_{C'_r} F(s) e^{s\tau} ds + \int_{II} F(s) e^{s\tau} ds \right\} + \text{Res}[F^*(s), i\omega] + \text{Res}[F^*(s), -i\omega]. \quad (2.49)$$

На березі I маємо  $s = x e^{-i\pi}$ ,  $\sqrt{s} = -i\sqrt{x}$ , на березі II  $s = x e^{i\pi}$ ,  $\sqrt{s} = i\sqrt{x}$ . Інтегрالي вздовж берегів розрізу будуть

$$\begin{aligned} \int_I F(s) e^{s\tau} ds &= \int_R^r \frac{x [\cos(y\sqrt{x/a}) + i \sin(y\sqrt{x/a})] \exp[-x(\tau - \varepsilon/\omega)] dx}{(x^2 + \omega^2)(h - i\sqrt{x/a})}, \\ \int_{II} F(s) e^{s\tau} ds &= \int_r^R \frac{x [\cos(y\sqrt{x/a}) - i \sin(y\sqrt{x/a})] \exp[-x(\tau - \varepsilon/\omega)] dx}{(x^2 + \omega^2)(h + i\sqrt{x/a})}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Інтеграл вздовж дуги  $C_r$  при  $r \rightarrow 0$  прямує до нуля. Лишки функції  $F(s) e^{s\tau} = F_1(s)/F_2(s)$  знаходяться так:

$$\begin{aligned} \text{Res}[F^*(s), i\omega] &= \frac{F_1(s)}{F_2'(s)} \Big|_{s=i\omega}, \\ \text{Res}[F^*(s), -i\omega] &= \frac{F_1(s)}{F_2'(s)} \Big|_{s=-i\omega}, \quad F_2'(s) = \frac{dF_2(s)}{ds}. \end{aligned}$$

Після ряду перетворень отримуємо

$$\text{Res}[F^*(s), i\omega] + \text{Res}[F^*(s), -i\omega] = \frac{\exp(-\omega'y) \cos(\omega\tau - \varepsilon - \omega'y - \delta)}{\sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}}. \quad (2.51)$$

Підставляємо (2.50) і (2.51) у (2.49) і в результаті будемо мати

$$f(\tau) = \frac{\exp(-\omega'y)\cos(\omega\tau - \varepsilon - \omega'y - \delta)}{\sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}} - \frac{2a^2}{\pi} \times \\ \times \int_0^\infty \frac{(h \sin yu + u \cos yu)u^3}{(a^2u^4 + \omega^2)(h^2 + u^2)} \exp[-au^2(\tau - \varepsilon/\omega)] du. \quad (2.52)$$

Враховуючи (2.45), (2.52) і (2.44), одержуємо аналітичний вираз для природної температури ґрунту у такому вигляді:

$$T_1 = T_{cp} + Ge\left(\frac{1}{h} + y\right) + \frac{Ah \exp(-\omega'y)\cos(\omega\tau - \varepsilon - \omega'y - \delta)}{\sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}} - \\ - \frac{2a^2 Ah}{\pi} \int_0^\infty \frac{(h \sin yu + u \cos yu)u^3}{(a^2u^4 + \omega^2)(h^2 + u^2)} \exp[-au^2(\tau - \varepsilon/\omega)] du. \quad (2.53)$$

Інтеграл справа в (2.53) зображає швидко затухаючий перехідний процес. Після його затухання природна температура виражається першими трьома доданками формули (2.53) і співпадає з (2.38). Це є квазістаціонарна температура. Перші два доданки відповідають температурі, яка була б у ґрунті за умови постійної температури повітря і рівної  $T_{cp}$ , врахуванні як теплообміну між ґрунтом і повітрям, так і теплового потоку з глибини Землі. Третій доданок враховує вплив на природну температуру ґрунту коливань температури повітря. Із (2.53) чи (2.38) видно, що коливання температури повітря викликають і коливання температури в ґрунті. При цьому амплітуда коливань залежить не тільки від амплітуди коливань температури повітря, але і від коефіцієнта тепловіддачі між ґрунтом і повітрям, теплофізичних характеристик ґрунту, частоти коливань температури повітря  $\omega$  і глибини точок в ґрунті. Із збільшенням глибини амплітуда коливань температури в ґрунті зменшується.

Як і для температури повітря функція температурних коливань у ґрунті є косинусоїдальною, але має місце зміщення по фазі.

Для виконання обчислень природної температури в ґрунті необхідно знати числові значення параметрів функції температури повітря. Для району Івано-Франківська одержано аналітичний вираз функції  $T_{II}$ . За даними багаторічних спостережень обчислено середньомісячні температури для Івано-Франківська [69], які подані в табл. 2.1. Температура повітря, як і в [53], записувалася у вигляді (2.37). Параметр  $\varepsilon$  прийнято рівним нулеві. Величину  $A$  було визначено за формулою

$$A = -(T_{\text{лип}} - T_{\text{січ}})/2 = -(18,5 - (-5,1))/2 = -11,8^\circ \text{C},$$

де  $T_{\text{лип}}, T_{\text{січ}}$  - температури відповідно липня і січня.

Таблиця 2.1

Середньомісячні температури повітря в Івано-Франківську (спостереження з 1881 по 1960 рр.)

Місяці року	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Середні тем-ри, $^\circ\text{C}$	-5,1	-3,7	1,3	7,6	13,5	16,6
Місяці року	Липень	Серпень	Вересень	Жовтень	Листоп.	Грудень
Середні тем-ри, $^\circ\text{C}$	18,5	17,8	13,5	8,2	2,2	-2,4

Відрахунок часу йде від початку січня, тому маємо рівняння  $T_{\text{січ}} = T_{\text{ср}} + A$ ,

звідси  $T_{\text{ср}} = T_{\text{січ}} - A = -5,1 + 11,8 = 6,7^\circ \text{C}$ .

Таким чином, формула (2.37) набуває вигляду

$$T_{II} = 6,7 - 11,8 \cos \omega \tau. \quad (2.54)$$

У формулі (2.54) –  $\tau$  час в год. Величина  $\omega$  знаходиться з рівняння  $\omega \tau_p = 2\pi$ ,

$\tau_p$  - кількість годин у році.

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau_p} = \frac{2\pi}{365 \cdot 24} = 0,717259 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

Приймаємо, що в кожному місяці однакова кількість годин,  $\tau_m = 365 \cdot 24 / 12 = 730 \text{ год}$  ( $\tau_m$  - кількість годин в 1 місяці року). У такому разі формулу (2.54) можна записати у дещо іншому вигляді

$$T_n = 6,7 - 11,8 \cos[0,717259 \cdot 10^{-3} (n - 1) \tau_m], \quad (2.55)$$

де  $n$  - порядковий номер місяця в році.

На рис. 2.8 зображено два графіки. Перший графік – крива середніх температур повітря в Івано-Франківську, побудована за даними багаторічних спостережень і другий графік апроксимуюча крива середніх температур, побудована за формулою (2.54). З рис. 2.8 видно, що аналітичний вираз (2.54) досить точно описує зміну середніх температур в Івано-Франківську. Очевидно, що формула (2.54) може бути використана для визначення природного температурного поля в ґрунті, а отже і при дослідженні температурних полів навколо газопроводів.

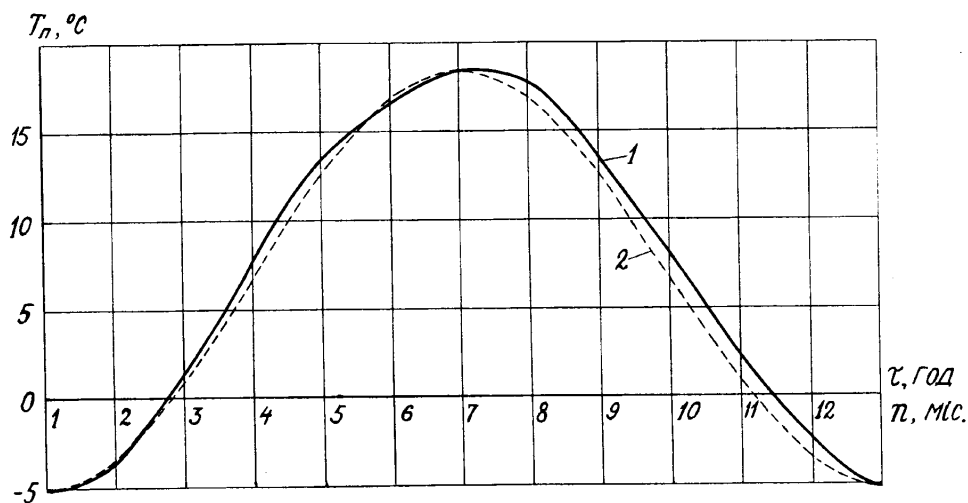


Рис.2.8. Зміна температури повітря протягом року в Івано-Франківську:

1 – крива, побудована за даними спостережень (1881 – 1960 рр.);

2 – апроксимуюча крива температури

Крім того, був проведений розрахунок природного температурного поля в ґрунті за формулою (2.38) при таких вихідних даних:  $\lambda_t = 1 \text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}$ ,  $T_{cp} = 6,7^\circ \text{С}$ ,  $A = -11,8^\circ \text{С}$ ,  $\omega = 0,717259 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}$ ,  $a = 0,002 \text{ м}^2/\text{год}$ ,  $\alpha_n = 10 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}$ ,  $\Gamma e = 0,04167 \text{ град/м}$ .

На рис. 2.9 зображена зміна природної температури на різних глибинах від часу протягом року. З риунка видно, що максимуми температур з ростом глибини зміщаються вправо і різниця між  $T_{lmax}$  і  $T_{lmin}$  зменшується. Представляє інтерес графік для глибини  $H = 1,5 \text{ м}$  (на цій глибині розміщаються осі сучасних газопроводів). Для  $H = 1,5 \text{ м}$  на протязі року від'ємних температур немає і її коливання складає приблизно  $12^\circ \text{С}$ .

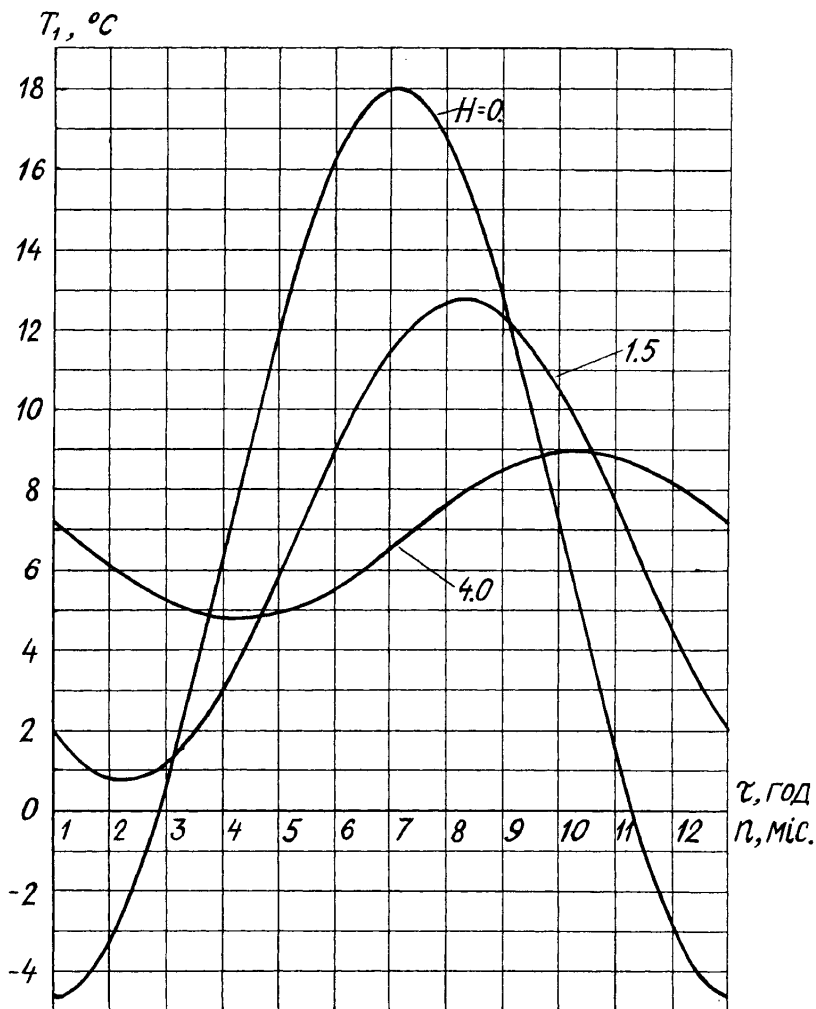


Рис. 2.9. Залежність природної температури ґрунту на різних глибинах від часу

На рис. 2.10 викреслено залежності температури  $T_1$  від глибини для двох місяців: січня і липня. На глибині дещо більшій 3,5 м липнева і січнева температури приймають однакові значення, а на глибині приблизно 5,5 м січнева температура досягає максимуму, а липнева мінімуму. Далі зі збільшенням глибини різниця між значеннями липневої і січневої температури зменшується і на глибині 20 м ця різниця складає декілька тисячних градуса. Тобто глибина  $H=20\text{ м}$  є нейтральним шаром, температура якого не залежить від коливань температури на земній поверхні. Температура нейтрального шару складає  $7,54^\circ\text{C}$ .

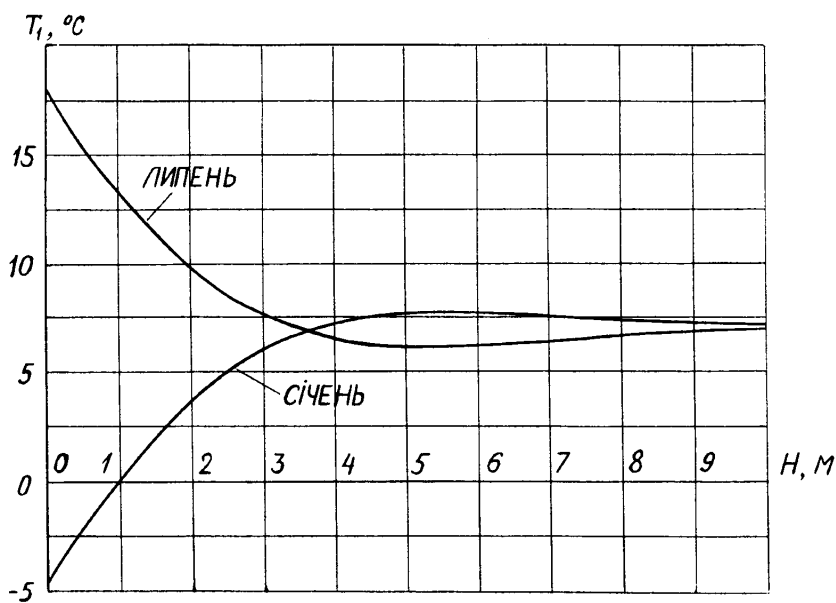


Рис. 2.10. Залежність природної температури ґрунту від глибини в різні місяці року

Наведені числові результати слід розглядати як наближені, оскільки реальні теплофізичні характеристики ґрунту можуть відрізнятися від прийнятих при даному розрахунку.

## 2.4. Реалізація математичної моделі з лінійними джерелами тепла

У наступному розділі розглядатиметься температурне поле в ґрунті навколо газотранспортної системи, що складається з двох паралельних однакових газопроводів. Для розв'язання такої задачі важливо знати наперед наскільки температурне поле одного газопроводу впливає на температурне поле другого газопроводу. Ставимо задачу: знайти температурний вплив між двома паралельними газопроводами.

Для вивчення теплового впливу одного газопроводу на інший необов'язково розглядати газопроводи в ґрунті. Їх теплову дію на ґрунт можна замінити лінійними джерелами тепла, які розміщені по осях газопроводів і потужність яких дорівнює тепловій потужності реальних газопроводів.

Правомірність такої заміни ґрунтується на такому загальновідомому положенні із теорії теплопровідності: в точках тіла, достатньо віддалених від місць передачі теплоти тілу, температура практично не залежить від конкретного способу передачі тепла тілу (джерела тепла, дія теплового потоку, конвективний теплообмін і інш.), а залежить від кількості тепла, яка передається тілу в кожен одиницю часу.

Вказана заміна означає, що теплова дія газопроводів на ґрунт, описується математичною моделлю 5, яка характеризується рівняннями (2.13), (2.14).

Таким чином, для знаходження теплового впливу одного газопроводу на другий необхідно розв'язати нестационарну задачу теплопровідності для півплощини (рис. 2.5), через яку проходять два лінійні джерела тепла однакової потужності, розміщені на однаковій відстані від осі  $OX$  і симетрично відносно осі  $OY$ . На відміну від моделі 5 потужність джерел в даному випадку приймаємо постійною. Для розв'язання поставленої задачі немає потреби вважати, що потужність джерел залежить від часу.

Оскільки температурне поле симетричне відносно осі  $OY$ , то задачу запишемо тільки для четверті площини у такому вигляді [70]:



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau} - \frac{q}{\lambda_t} \delta(y - H_0) \delta(x - l_0/2), \quad (2.56)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{\alpha_{\Pi}}{\lambda_t} (T - T_{\Pi}) \Big|_{y=0}, \quad (2.57)$$

$$T_{\tau=0} = T_{cp} + \Gamma e^{\left( \frac{\lambda_t}{\alpha_{\Pi}} + y \right)} + \frac{\alpha_{\Pi} A e^{-\omega' y} \cos(\omega \tau_1 - \varepsilon - \omega' y - \delta)}{\lambda_t \sqrt{\left( \frac{\alpha_{\Pi}}{\lambda_t} + \omega' \right)^2 + \omega'^2}}, \quad (2.58)$$

де  $\tau_1$  - момент часу від початку року, який відповідає пуску газопроводів, год.

Позначення всіх інших величин у рівняннях (2.56)-(2.58) попередні. Рівняння (2.58) є початковою умовою даної крайової задачі. У (2.14) початкова умова представлена так:  $T|_{\tau=0} = T_1(y)$ . У нашому випадку замість  $T_1(y)$  записано конкретний вигляд функції природного температурного поля, яка отримана в підрозділі 2.3.

Температурне поле в ґрунті записуємо у вигляді суми

$$T = T_1 + T_2, \quad (2.59)$$

де  $T_1$  - температурне поле ґрунту в природних умовах;

$T_2$  - температурне поле, яке створюється лінійними джерелами тепла.

Функція  $T_1$  є розв'язком такої задачі:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2}, \quad y \geq 0; \quad (2.60)$$

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{\alpha_{\Pi}}{\lambda_t} (T_1 - T_{\Pi}) \Big|_{y=0}; \quad (2.61)$$

$$T_1 = T_{cp} + \Gamma e^{\left( \frac{\lambda_t}{\alpha_{\Pi}} + y \right)} + \frac{\alpha_{\Pi} A e^{-\omega' y} \cos(\omega \tau_1 - \varepsilon - \omega' y - \delta)}{\lambda_t \sqrt{\left( \frac{\alpha_{\Pi}}{\lambda_t} + \omega' \right)^2 + \omega'^2}}. \quad (2.62)$$

Розв'язуючи задачу (2.60)-(2.62), будемо мати

$$T_1 = T_{cp} + \Gamma e^{\left(\frac{\lambda_t}{\alpha_{\Pi}} + y\right)} + \frac{\alpha_{\Pi} A e^{-\omega y} \cos[\omega(\tau_1 + \tau) - \varepsilon - \omega'y - \delta]}{\lambda_t \sqrt{\left(\frac{\alpha_{\Pi}}{\lambda_t} + \omega'\right)^2 + \omega'^2}}. \quad (2.63)$$

Температура повітря в (2.57) і (2.61) визначається за формулою (2.37), тільки в ній  $\tau$  потрібно замінити на  $\tau_1 + \tau$ .

Із записаних рівнянь виходить, що  $T_2$  повинна задовольняти рівнянням

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_2}{\partial \tau} - \frac{q}{\lambda_t} \delta(y - H_0) \delta(x - l_0/2), \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\alpha_{\Pi}}{\lambda_t} T_2 \Big|_{y=0}, \quad (2.65)$$

$$T_2 \Big|_{\tau=0} = 0. \quad (2.66)$$

Задачу (2.64)-(2.66) розв'язуємо за допомогою інтегральних перетворень. По змінній  $x$  застосовуємо косинус-перетворення Фур'є [71,72]

$$\bar{f}(p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(t) \cos pt dt, \quad (2.67)$$

а по часу  $\tau$  - перетворення Лапласа [55,67,68]

$$\bar{F}(s) = \int_0^{\infty} e^{-s\tau} F(\tau) d\tau. \quad (2.68)$$

При цьому отримуємо

$$\frac{d^2 \bar{T}_2}{dy^2} - \left(\frac{s}{a} + p^2\right) \bar{T}_2 = -\frac{l}{s} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{q}{\lambda_t} \cos p \frac{l_0}{2} \delta(y - H_0), \quad (2.69)$$

$$\frac{d\bar{T}_2}{dy} \Big|_{y=0} = h \bar{T}_2 \Big|_{y=0}, \quad h = \frac{\alpha_{\Pi}}{\lambda_t}. \quad (2.70)$$

Розв'язок задачі (2.69), (2.70) знаходимо методом варіації довільних змінних у вигляді

$$\begin{aligned} \bar{\bar{T}}_2 = & \frac{q \cos(pl/2)}{\lambda_t \sqrt{2\pi s} \sqrt{\frac{s}{a} + p^2}} \left[ S(y - H_0) \exp\left(-\sqrt{s/a + p^2}(y - H_0)\right) + (1 - S(y - H_0)) \times \right. \\ & \times \exp\left(\sqrt{s/a + p^2}(y - H_0)\right) \left. \right] + \frac{q \cos(pl_0/2)}{\lambda_t \sqrt{2\pi s} (h + \sqrt{s/a + p^2})} \left( 1 - \frac{h}{\sqrt{s/a + p^2}} \right) \times \\ & \times \exp\left(-\sqrt{s/a + p^2}(H_0 + y)\right), \end{aligned} \quad (2.71)$$

де  $p, s$  - параметри перетворення Фур'є і Лапласа;

$\bar{\bar{T}}_2$  - подвійне інтегральне перетворення функції температури;

$S(y - H_0)$  - функція Хевісайда [60].

Для знаходження функції  $T_2$  необхідно знайти обернене перетворення від  $\bar{\bar{T}}_2$ . Обернене перетворення Лапласа в даному випадку можна здійснити за допомогою таблиць обернених перетворень Лапласа [73,74], а обернене перетворення Фур'є знаходимо за формулою

$$T_2 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} \bar{\bar{T}}_2 \cos px dp. \quad (2.72)$$

Після виконання обернених перетворень над функцією  $\bar{\bar{T}}_2$  одержуємо температуру  $T_2$  в ґрунті у вигляді

$$\begin{aligned} T_2 = & \frac{q}{\pi \lambda_t} \int_0^{\infty} \frac{\cos px \cos(pl_0/2)}{p} \left\{ \left[ e^{-p(y-H_0)} - e^{p(y-H_0)} \right] S(y - H_0) + \right. \\ & + \frac{1}{2} \left[ e^{-p(H_0-y)} \operatorname{erfc}\left(\frac{H_0-y}{2\sqrt{a\tau}} - p\sqrt{a\tau}\right) - e^{p(H_0-y)} \operatorname{erfc}\left(\frac{H_0-y}{2\sqrt{a\tau}} + p\sqrt{a\tau}\right) \right] + \\ & + \left[ \frac{p-h}{2(h+p)} e^{-p(H_0+y)} \operatorname{erfc}\left(\frac{H_0+y}{2\sqrt{a\tau}} - p\sqrt{a\tau}\right) + \frac{p+h}{2(h-p)} e^{p(H_0+y)} \operatorname{erfc}\left(\frac{H_0+y}{2\sqrt{a\tau}} + p\sqrt{a\tau}\right) \right] - \\ & \left. - \frac{2ph}{h^2 - p^2} e^{h(H_0+y) + a(h^2 - p^2)\tau} \operatorname{erfc}\left(\frac{H_0+y}{2\sqrt{a\tau}} + h\sqrt{a\tau}\right) \right\} dp, \end{aligned} \quad (2.73)$$

де  $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-u^2} du$ ;

$\operatorname{erf}(x)$ - інтеграл ймовірності,  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$ .

При  $\tau \rightarrow \infty$  із (2.73) отримуємо стаціонарну температуру  $T_2$

$$T_2 = \frac{q}{\pi \lambda_{t_0}} \int_0^{\infty} \frac{\cos px \cos(pl_0/2)}{p} \left\{ e^{-p(y-H_0)} S(y-H_0) + e^{-p(H_0-y)} \times \right. \\ \left. \times [1 - S(y-H_0)] + \frac{p-h}{p+h} e^{-p(H_0+y)} \right\} dp. \quad (2.74)$$

Формули (2.73) і (2.74) дають змогу легко знайти аналітичні вирази для температурного поля, викликаного одним лінійним джерелом тепла (рис. 2.11). Якщо в (2.74) замість  $l_0/2$  підставити 0, то отримаємо температурне поле від джерела потужністю  $2q$ , яке розміщене в точці з координатами  $0, H_0$ . Розділивши на 2, одержуємо температурне поле від джерела потужністю  $q$  у тій же точці у такому вигляді

$$T_2 = \frac{q}{2\pi \lambda_{t_0}} \int_0^{\infty} \frac{\cos px}{p} \left\{ e^{-p(y-H_0)} S(y-H_0) + e^{-p(H_0-y)} \times \right. \\ \left. \times [1 - S(y-H_0)] + \frac{p-h}{p+h} e^{-p(H_0+y)} \right\} dp. \quad (2.75)$$

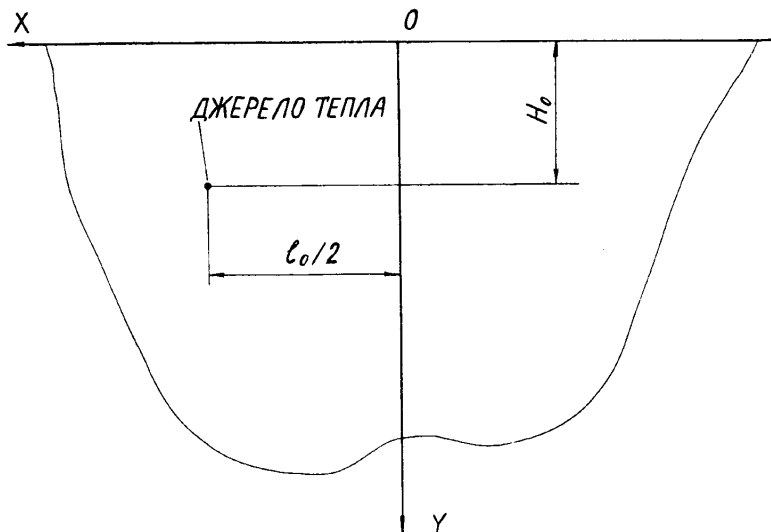


Рис. 2.11. Ґрунт, в якому розміщене лінійне джерело тепла

В новій системі координат  $X'O'Y'$  ( $x' = x - l_0/2$ ,  $y' = y$ ) для випадку розміщення джерела на осі  $O'Y'$  у формулі (2.75) для  $T_2$  замість  $x$  потрібно поставити  $x'$ . Якщо ж вернутися до старої системи координат  $XOY$ , то для  $T_2$  будемо мати

$$T_2 = \frac{q}{2\pi\lambda_{t_0}} \int_0^{\infty} \frac{\cos p(x - l_0/2)}{p} \left\{ e^{-p(y-H_0)} S(y - H_0) + e^{-p(H_0-y)} \times \right. \\ \left. \times [1 - S(y - H_0)] + \frac{p-h}{p+h} e^{-p(H_0+y)} \right\} dp. \quad (2.76)$$

За допомогою аналітичного виразу (2.76) визначаємо стаціонарне температурне поле, викликане одним лінійним джерелом тепла при тепловіддачі з поверхні  $y = 0$  у повітря за законом Ньютона (рис. 2.11).

Виконавши аналогічні перетворення з (2.73), отримуємо нестационарне температурне поле від лінійного джерела тепла (рис. 2.11) при тепловіддачі з поверхні  $y = 0$  за законом Ньютона і нульовій початковій умові у такому вигляді:

$$T_2 = \frac{q}{2\pi\lambda_{t_0}} \int_0^{\infty} \frac{\cos p(x - l_0/2)}{p} \left\{ [e^{-p(y-H_0)} - e^{p(y-H_0)}] S(y - H_0) + \right. \\ + \frac{1}{2} \left[ e^{-p(H_0-y)} \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0 - y}{2\sqrt{a\tau}} - p\sqrt{a\tau} \right) - e^{p(H_0-y)} \times \right. \\ \times \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0 - y}{2\sqrt{a\tau}} + p\sqrt{a\tau} \right) \left. \right] + \left[ \frac{p-h}{2(h+p)} e^{-p(H_0+y)} \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0 + y}{2\sqrt{a\tau}} - p\sqrt{a\tau} \right) + \right. \\ + \frac{p+h}{2(h-p)} e^{p(H_0+y)} \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0 + y}{2\sqrt{a\tau}} + p\sqrt{a\tau} \right) - \frac{2ph}{h^2 - p^2} \times \\ \left. \left. \times e^{h(H_0+y) + a(h^2 - p^2)\tau} \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0 + y}{2\sqrt{a\tau}} + h\sqrt{a\tau} \right) \right] \right\} dp. \quad (2.77)$$

При нагріванні ґрунту двома джерелами тепла має місце накладання температурних полів, створюваних кожним із джерел. Позначимо через  $\delta T_2$  тепловий вплив другого джерела на температурне поле, створюване першим

джерелом. Це означає, що величина  $\delta T_2$  вказує на скільки градусів збільшується температура в кожній точці ґрунту при одночасній дії обох джерел тепла у порівнянні з випадком, якщо б діяло тільки перше джерело тепла. Величину  $\delta T_2$  у нестационарному і стаціонарному режимах нагрівання ґрунту отримаємо, віднімаючи від (2.73) вираз (2.77) і від (2.74) вираз (2.76). При цьому будемо мати

$$\begin{aligned} \delta T_2 = & \frac{q}{2\pi\lambda_t} \int_0^\infty \frac{\cos p(x+l_0/2)}{p} \left\{ \left[ e^{-p(y-H_0)} - e^{p(y-H_0)} \right] S(y-H_0) + \right. \\ & + \frac{1}{2} \left[ e^{-p(H_0-y)} \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0-y}{2\sqrt{a\tau}} - p\sqrt{a\tau} \right) - e^{p(H_0-y)} \times \right. \\ & \times \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0-y}{2\sqrt{a\tau}} + p\sqrt{a\tau} \right) \left. \right] + \left[ \frac{p-h}{2(h+p)} e^{-p(H_0+y)} \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0+y}{2\sqrt{a\tau}} - p\sqrt{a\tau} \right) + \right. \\ & + \frac{p+h}{2(h-p)} e^{p(H_0+y)} \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0+y}{2\sqrt{a\tau}} + p\sqrt{a\tau} \right) - \frac{2ph}{h^2-p^2} \times \\ & \left. \left. \times e^{h(H_0+y)+a(h^2-p^2)\tau} \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0+y}{2\sqrt{a\tau}} + h\sqrt{a\tau} \right) \right] \right\} dp, \end{aligned} \quad (2.78)$$

$$\begin{aligned} \delta T_2 = & \frac{q}{2\pi\lambda_t} \int_0^\infty \frac{\cos p(x+l_0/2)}{p} \left\{ e^{-p(y-H_0)} S(y-H_0) + e^{-p(H_0-y)} \times \right. \\ & \left. \times [1 - S(y-H_0)] + \frac{p-h}{p+h} e^{-p(H_0+y)} \right\} dp. \end{aligned} \quad (2.79)$$

Проведено обчислення температури як у випадку нестационарного температурного поля за формулою (2.73), так і стаціонарної температури за формулою (2.74). Вихідні дані цих обчислень такі:  $H_0 = 1,5\text{ м}$ ,  $\alpha_{II} = 10\text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{град)}$ ,  $\lambda_t = 1\text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}$ ,  $l_0 = 20\text{ м}$ ,  $a = 0,002\text{ м}^2/\text{год}$ ,  $q = 100\text{ Вт/м}$ . Величина  $q$  взята орієнтовно за даними статті [45]. Слід відмітити, що в [45] прийнято діаметр трубопровода  $D_0 = 1\text{ м}$ . При більших  $D_0$  величина  $q$  буде більшою. Про це свідчать результати наведені в праці [51]. За результатами обчислень побудовано ізотерми температур в ґрунті. На рис. 2.12 зображено ізотерми для випадку стаціонарного температурного поля. При цьому наглядно видно вплив другого джерела на перше (ізотерми  $T_2 = 1^\circ\text{C}; 5^\circ\text{C}$  не є симетричними відносно вертикалі,

що проходить через джерело тепла, тобто має місце інтерференція температурних полів). Слід зазначити, що інтерференція температурних полів стосується тільки тих їх ділянок, які знаходяться на значних відстанях від джерел тепла. Поблизу ж джерела тепла (2-3 м) ізотерми симетричні відносно координатної лінії  $x=10$  м. Це вказує на практичну відсутність впливу другого джерела тепла на температурне поле поблизу першого джерела. Область нагрівання ґрунту є значною. В точках з координатами  $x=25$  м,  $y \geq 4$  м температура перевищує  $1^\circ\text{C}$  (рис. 2.12).

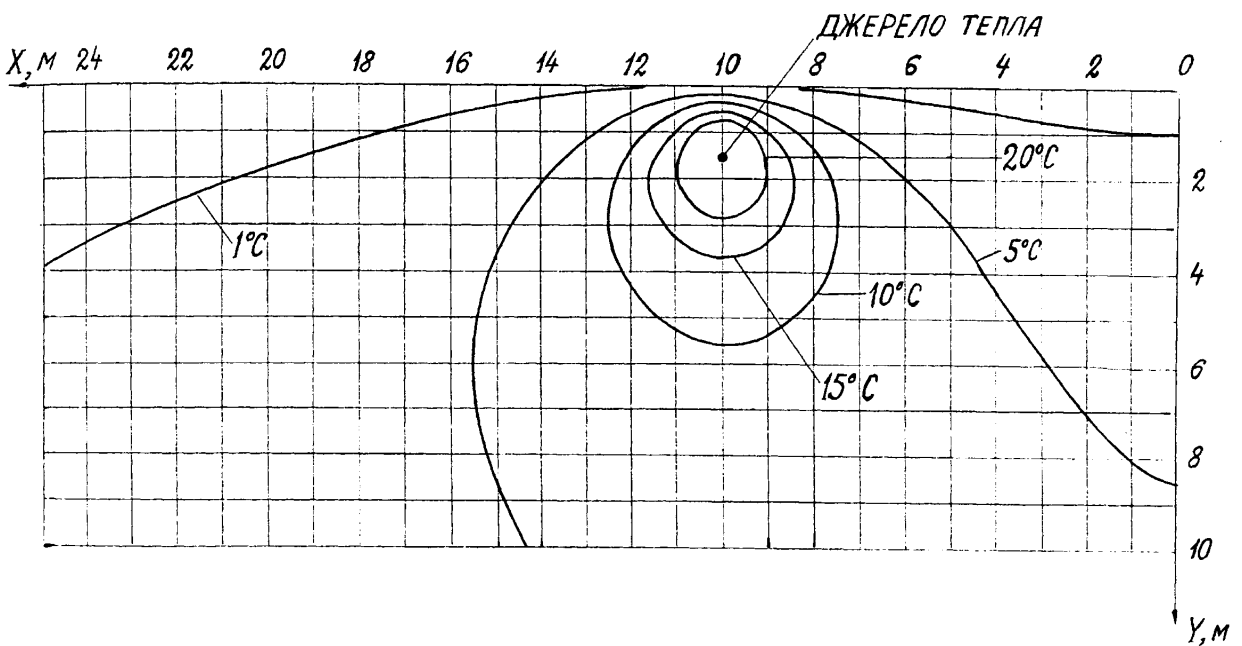


Рис. 2.12. Ізотерми в ґрунті при дії двох дінійних джерел тепла  
(стаціонарне температурне поле)

У табл. 2.2 наведено числові результати стаціонарної температури з метою наближеного встановлення області в ґрунті, нагрітої газопроводами. За таку область умовно приймаємо область в ґрунті, що знаходиться усередині ізотерми  $T_2 = 1^\circ\text{C}$ . Числові результати показують, що на глибині  $y = 50$  м від земної поверхні стаціонарна температура  $T_2$  в інтервалі  $0 \leq x \leq 50$  перевищує  $1^\circ\text{C}$ .

Стаціонарні значення температури  $T_2$  в ґрунті

Координати точок в ґрунті		Температура $T_2$ , °C										
x, м		0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y, м												
20		4,06	4,02	3,81	3,38	2,82	2,25	1,78	1,41	1,14	0,93	0,77
30		3,05	3,0	2,87	2,65	2,37	2,07	1,78	1,52	1,3	1,11	0,95
40		2,39	2,37	2,29	2,17	2,01	1,84	1,65	1,48	1,31	1,16	1,03
50		1,96	1,94	1,89	1,82	1,73	1,62	1,5	1,38	1,26	1,14	1,04

В табл. 2.3 приведено числові значення температури  $T_2$  в точках, для яких  $x=50\text{ м}$ , а  $y$  приймає різні значення. Аналіз табл. 2.3 показує, що і для  $x=50\text{ м}$  при  $35 \leq y \leq 50$  температура  $T_2$  перевищує  $1^\circ\text{C}$ . Таким чином, область стаціонарного поля з температурами  $T_2 \geq 1^\circ\text{C}$  у даному випадку виходить за межі прямокутника, утвореного осями координат і лініями  $x=50\text{ м}$ ,  $y=50\text{ м}$ .

Таблиця 2.3

Стаціонарні температури  $T_2$  в ґрунті для  $x=50\text{ м}$ 

Ордината точки $y$ , м	0	5	10	15	20	25
Температура $T_2$ точки, °C	0,0045	0,23	0,44	0,62	0,77	0,87
Ордината точки $y$ , м	30	35	40	45	50	
Температура $T_2$ точки, °C	0,95	1,0	1,03	1,04	1,038	

Ізотерми на рис. 2.12 витягнуті вниз, що свідчить про те, що градієнт температури в напрямі до земної поверхні за модулем набагато більший ніж у протилежному напрямі. Пояснюється цей факт наявністю тепловіддачі з поверхні Землі.

На поверхні ґрунту максимальна температура є в точці  $x=10\text{ м}$  і дорівнює  $2,01^\circ\text{C}$ . Вліво і вправо від цієї точки на поверхні температура зменшується і через



10м складає вже тисячні долі градуса. Від поверхні ґрунту в глибину Землі температура зростає, досягаючи при певній ординаті у максимуму, а далі зменшується. При цьому чим далі точка на поверхні знаходиться від точки  $x=10\text{м}$ , тим на більшій глибині знаходиться максимум температури.

На рис. 2.13, рис. 2.14, рис. 2.15 і рис. 2.16 зображено ізотерми в ґрунті у випадку нестационарного температурного поля при його нагріванні на протязі відповідно 400, 2000, 10000, і 50000 год. При обчисленнях було прийнято ті ж дані, що і у випадку стаціонарного поля.

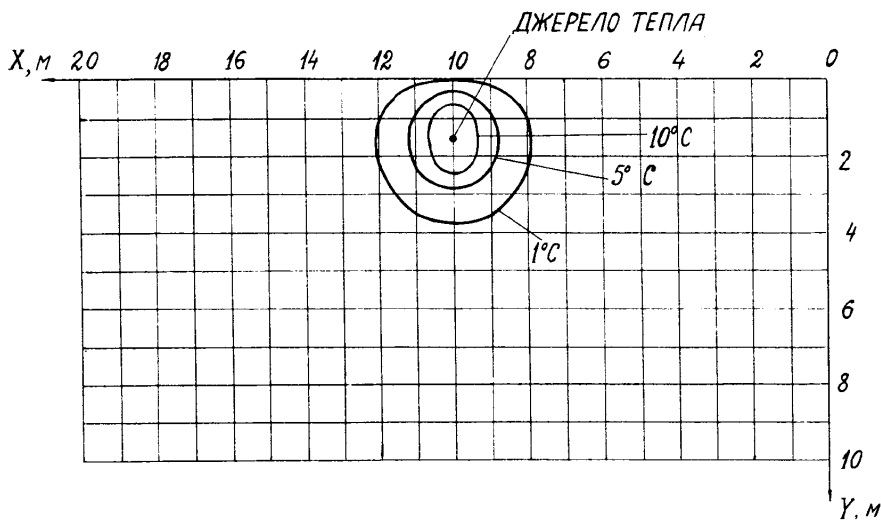


Рис. 2.13. Ізотерми в ґрунті при його нагріванні двома лінійними джерелами тепла (нестационарне температурне поле,  $\tau = 400$  год.)

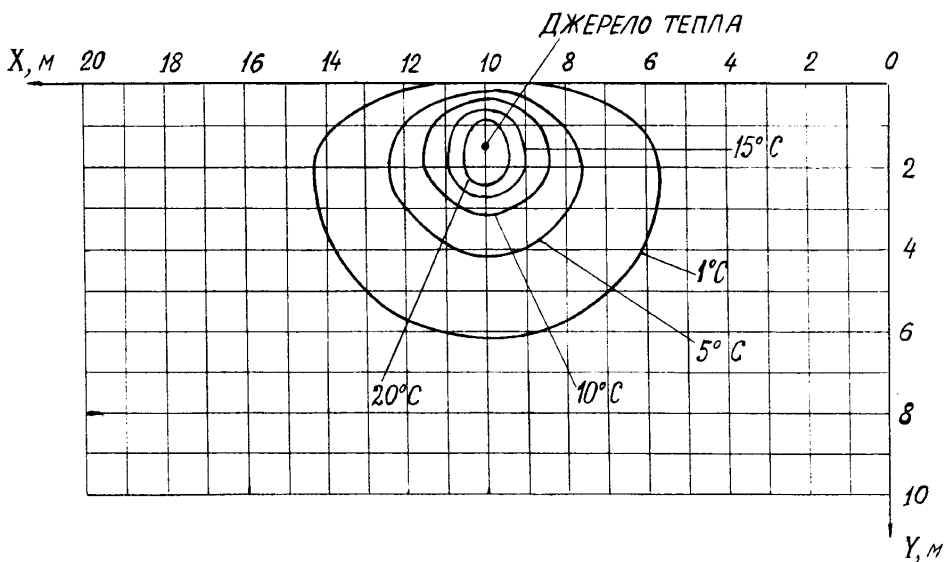


Рис. 2.14. Ізотерми в ґрунті при його нагріванні двома лінійними джерелами тепла (нестационарне температурне поле,  $\tau = 2000$  год.)

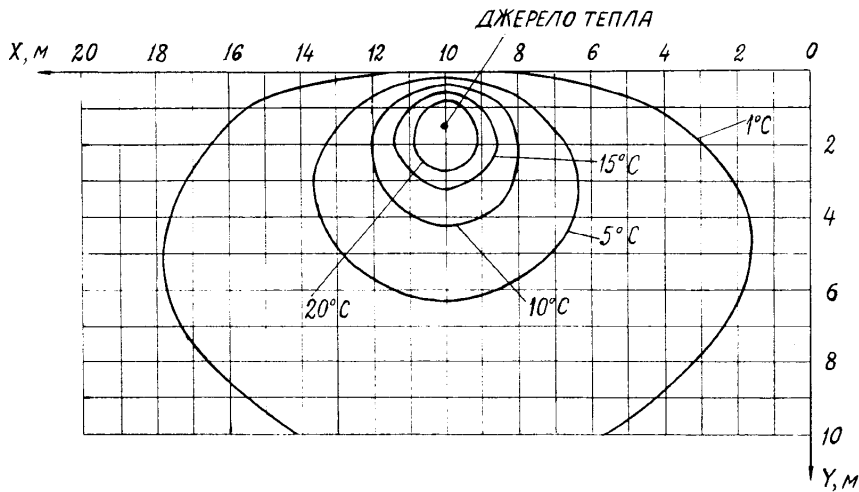


Рис. 2.15. Ізотерми в ґрунті при його нагріванні двома лінійними джерелами тепла (нестационарне температурне поле,  $\tau = 10000$  год.)

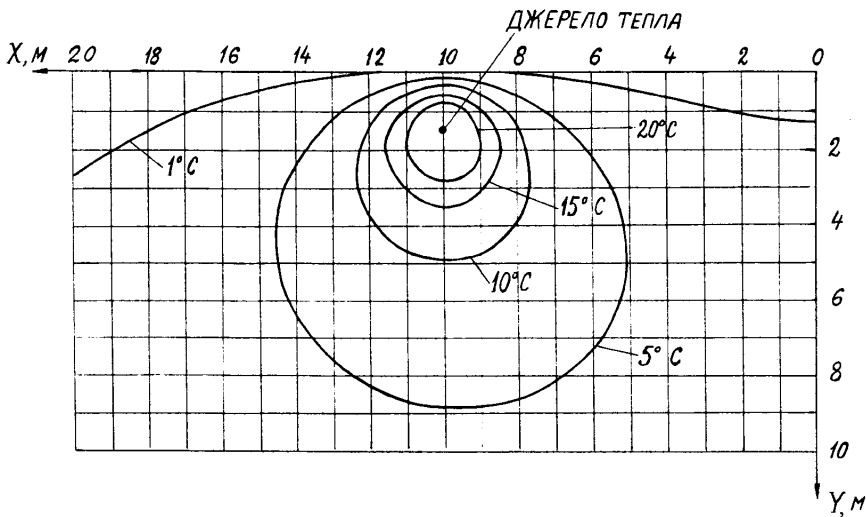


Рис. 2.16. Ізотерми в ґрунті при його нагріванні двома лінійними джерелами тепла (нестационарне температурне поле,  $\tau = 50000$  год.)

Якщо обмежувати область прогрітого ґрунту ізотермою  $T_2 = 1^\circ\text{C}$ , як це було сказано вище, то при  $\tau = 400$  год ця область складає приблизно по ширині трохи більше 4 м і по глибині дещо менше 4 м (рис. 2.13). Із збільшенням  $\tau$  вказана область зростає. Наприклад, при  $\tau = 10000$  год (рис. 2.15) вона по ширині займає біля 17 м і по глибині приблизно 12 м.

При збільшенні часу  $\tau$  не тільки зростає область прогрітого ґрунту, але і зменшується різниця між стаціонарною і нестационарною температурами. Якщо в певній точці її температура  $T_{2\text{нест}}$  відрізняється від стаціонарної  $T_{2\text{ст}}$  на достатньо

малу величину, тобто  $(|T_{2ст} - T_{2нест}|)/T_{2ст} \leq \varepsilon$  ( $\varepsilon$  - мала величина), то ця точка знаходиться в умовно стаціонарному режимі (стані) [31,32]. Можна говорити про умовно стаціонарний режим і для цілої області, в якій справедлива нерівність  $(|T_{2ст} - T_{2нест}|)/T_{2ст} \leq \varepsilon$ . Покажемо це на прикладі. Нехай  $\varepsilon = 0,05$ , тобто це означає, що нестаціонарна температура відрізняється від стаціонарної не більше як на 5%.

В табл. 2.4 записані стаціонарні температури і температури у цих же точках, що відповідають нагріванню тими ж двома лінійними джерелами тепла на протязі  $\tau = 50000 год$ . Аналізуючи табл. 2.4, приходимо до висновку, що в області  $12 \leq x \leq 8$  і  $0 \leq y \leq 3$  стаціонарні і нестаціонарні температури відрізняються між собою не більше як на 5% (правда, в крайніх точках названої області  $y = 3 м, x = 8 м$  і  $12 м$  ці відхилення трошки перевищують 5%). Це означає, що в області  $12 \geq x \geq 8$  і  $0 \leq y \leq 3$  на момент часу  $\tau = 50000 год$  існує умовно стаціонарний режим. Іноді його називають стаціонарним, що не є цілком точно.

Таблиця 2.4

Порівняння температур в ґрунті при стаціонарному режимі і при нагріванні на протязі  $\tau = 50000 год$  в області близькій до джерела

		Температура $T_2, ^\circ C$				
Режим нагрівання	$x, м$ $y, м$	8	9	10	11	12
Стаціонарний	0	0,8	1,42	2,01	1,42	0,79
$\tau = 50000 год$		0,76	1,42	1,99	1,44	0,76
Стаціонарний	1	7,93	15,21	26,98	15,18	7,83
$\tau = 50000 год$		7,66	15,64	26,75	15,61	7,71
Стаціонарний	2	11,66	19,9	32,12	19,85	11,56
$\tau = 50000 год$		11,18	20,13	31,68	20,07	11,23
Стаціонарний	3	11,84	16,03	18,56	15,95	11,69
$\tau = 50000 год$		11,16	15,41	17,92	15,38	11,06
Стаціонарний	4	10,71	12,73	13,62	12,63	10,52
$\tau = 50000 год$		9,87	11,88	12,78	11,82	9,79

На рис. 2.15 викреслені ізотерми нестационарного температурного поля (час нагрівання ґрунту  $\tau = 10000 \text{ год}$ ). Вплив другого джерела тепла навіть на ізотерму  $T_2 = 1^\circ \text{C}$  мало помітний. Це означає, що при нагріванні ґрунту на протязі від 0 до  $\tau = 10000 \text{ год}$  температурне поле симетричне відносно вертикалі  $x = 10 \text{ м}$ , тобто воно створюється практично одним джерелом тепла. Порівняння ізотерм даного поля з ізотермами стаціонарного поля (рис. 2.12) показує, що тільки ізотерми  $T_2 = 20^\circ \text{C}$  цих полів практично співпадають, інші співпадають тільки у своїй верхній частині. Температури в точках області, обмеженій ізотермою  $T_2 = 20^\circ \text{C}$  (рис. 2.15), є умовно стаціонарними (майже стаціонарними).

Якщо ж порівнювати ізотерми нестационарного поля ( $\tau = 50000 \text{ год}$ ) (рис. 2.16) і стаціонарного поля (рис. 2.12), то у такому випадку співпадають не тільки ізотерми  $T_2 = 20^\circ \text{C}$ , але і ізотерми  $T_2 = 15^\circ \text{C}$ . Це дозволяє зробити такий висновок: із збільшенням часу нагрівання збільшується область, в якій температури всіх точок є умовно стаціонарними.

Все, що тут сказано, відноситься до температури  $T_2$ . Якщо ж говорити про повну температуру ґрунту  $T$ , то при умовно стаціонарній температурі  $T_2$  температура  $T$  не буде умовно стаціонарною, оскільки  $T = T_1 + T_2$ , а природна температура ґрунту  $T_1$  є періодичною функцією часу. У такому разі температуру  $T$  можна назвати умовно квазістаціонарною.

Величину теплового впливу  $\delta T_2$  для стаціонарного і нестационарного ( $\tau = 10000 \text{ год}$ ) температурних полів, розраховану відповідно за формулами (2.79) і (2.78), залежно від  $x$  при різних  $y$  зображено на рис. 2.17 і рис. 2.18. Із рис. 2.17 видно, що найбільший тепловий вплив другого джерела на перше у випадку стаціонарного температурного поля спостерігається по осі  $OY$ , осі симетрії температурного поля, і по цій осі він зростає при віддаленні від земної поверхні і на глибині  $y = 10 \text{ м}$  перевищує  $2,5^\circ \text{C}$ . При віддаленні від осі  $OY$  тепловий вплив швидко зменшується. В області близькій до джерела тепла ( $x = 8 \dots 12 \text{ м}$ ,  $y = 0 \dots 2 \text{ м}$ ) найбільша величина теплового впливу трохи більша  $0,25^\circ \text{C}$ . На рис. 2.18

представлено тепловий вплив другого джерела на перше для нестационарного поля ( $\tau = 10000 \text{ год}$ ). Закономірності ті ж, що і у випадку стаціонарного температурного поля, але величини теплового впливу є значно меншими. В області близькій до джерела тепла  $\delta T_2$  складає декілька сотих градуса.

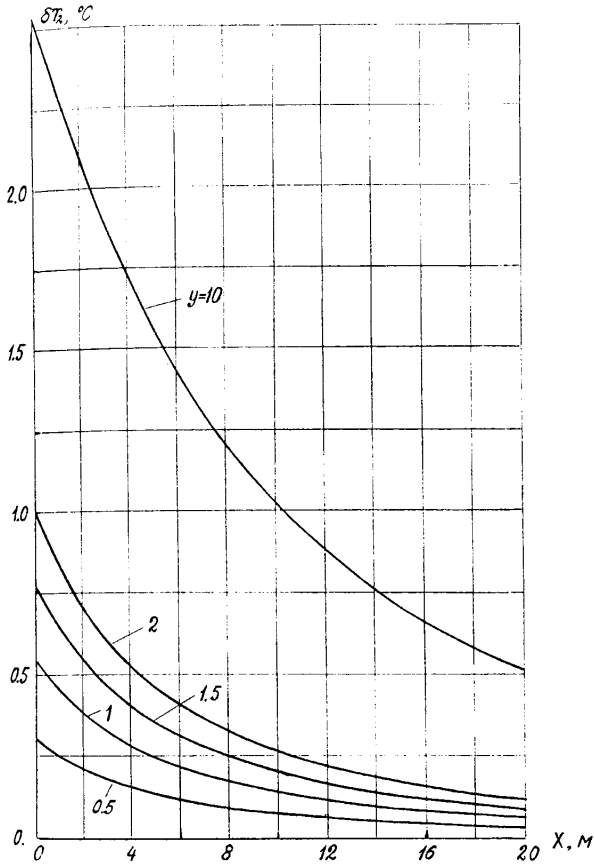


Рис. 2.17. Залежність теплового впливу від координати  $x$  при різних  $y$  (стаціонарне поле)

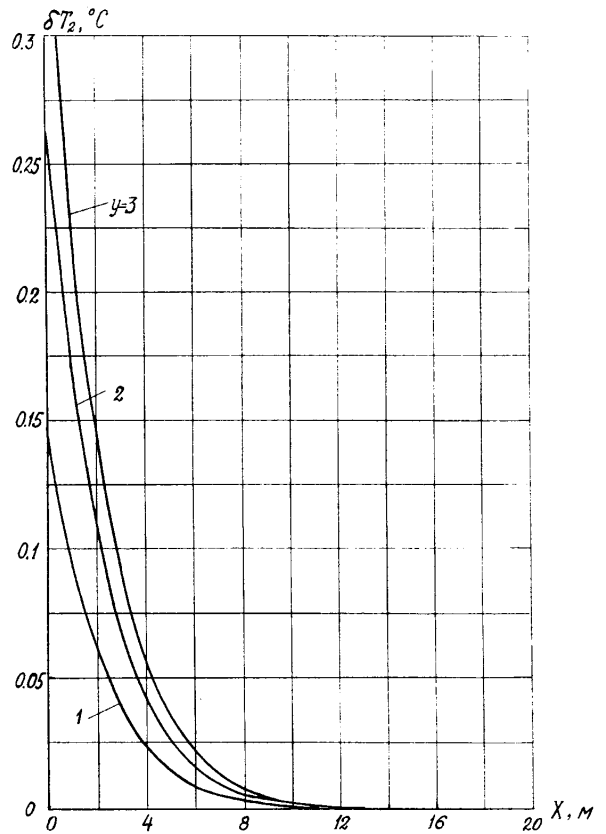


Рис. 2.18. Залежність теплового впливу від координати  $x$  при різних  $y$  (нестационарне поле,  $\tau = 10000 \text{ год.}$ )

## 2.5. Результати дослідження і їх аналіз

Температура ґрунту  $T$  навколо газопроводів, як це було показано вище, складається із двох складових  $T_1$  і  $T_2$ . Точність знаходження температурного поля навколо газопроводу залежить від точності визначення як природної температури  $T_1$ , так і температури  $T_2$ , що викликається тепловою дією газопроводу.

Основні дослідження, виконані в даному розділі, стосуються природної температури в ґрунті  $T_1$ , теплового впливу однієї нитки газопроводу на другу для випадку двониткового газопроводу, визначення області нагрітого ґрунту ( за таку область умовно прийнята область, що знаходиться усередині ізотерми  $T_2 = 1^\circ C$ ).

Головні результати виконаних досліджень такі:

- 1) поставлена і розв'язана задача визначення природної температури  $T_1$ . При цьому отримана аналітична формула (2.38) для її визначення залежно від глибини  $y$  точки в ґрунті і часу  $\tau$ ;
- 2) користуючись косинусоїдальним законом зміни температури повітря на протязі року і даними багаторічних спостережень за температурою повітря в Івано-Франківську, одержана аналітична формула (2.54) для температури повітря в районі м.Івано-Франківська;
- 3) показано, що на глибині осей сучасних газопроводів ( $H_0 = 1,5 м$ ) коливання природної температури для району Івано-Франківська складає приблизно  $12^\circ C$ ;
- 4) знайдено глибину  $H$  нейтрального шару і його природну температуру  $T_1$  для Івано-Франківська ( $H \approx 20 м, T_1 = 7,54^\circ C$ );
- 5) в результаті заміни теплової дії ниток газопроводу двома лінійними джерелами тепла знайдено температурні поля  $T_2$  дво- і однострижкового газопроводів (формули (2.73),(2.74),(2.76),(2.77)) і за їх допомогою величину теплового впливу  $\delta T_2$  другої нитки на температурне поле навколо першої нитки газопроводу (формули (2.78),(2.79));
- 6) показано, що при міжосьовій відстані двониткового газопроводу  $l_0 = 20 м$  і тепловій потужності ниток  $q = 100 Вт/м$  величина теплового впливу  $\delta T_2$  на область, що знаходиться біля ниток газопроводів складає приблизно  $0,25^\circ C$  (для випадку стаціонарної температури  $T_2$ , при нестационарній температурі  $T_2$  величина  $\delta T_2$  буде меншою);

- 7) процес нагрівання ґрунту є досить інерційним процесом. Наприклад, за 400 год лінійне джерело тепла потужністю  $q = 100 \text{ Вт/м}$  прогріло приблизно кругову область радіусом 2 м (рис. 2.13) (тобто в кожній точці цієї області температура  $T_2$  збільшилась не менше ніж на  $1^\circ \text{C}$ );
- 8) при стаціонарному тепловому режимі для температури  $T_2$  і потужності джерел тепла  $q = 100 \text{ Вт/м}$  область нагрітого ґрунту займає по площі приблизно площу прямокутника, утвореного осями координат і координатними лініями  $x = 50 \text{ м}$ ,  $y = 50 \text{ м}$ ;
- 9) при нагріванні ґрунту лінійними джерелами тепла настає момент, коли температура  $T_2$  у певній області, що оточує джерело, відрізняється від свого стаціонарного значення на досить малу величину. У такому випадку цю область називають областю з умовно стаціонарним тепловим режимом. При збільшенні часу нагрівання область з умовно стаціонарним режимом зростає.

Як видно з отриманих результатів природна температура  $T_1$  є функцією глибини точок в ґрунті і часу  $\tau$ . У більшості робіт, що розглядалися в підрозділі 1.2 і в яких визначалася температура в ґрунті навколо газопроводу, природна температура задавалася у вигляді функції тільки глибини  $y$ . Зрозуміло, що такий підхід пов'язаний зі значною неточністю, оскільки природна температура на осі газопроводу на протязі року змінюється досить суттєво (для Івано-Франківська ця зміна досягає  $12^\circ \text{C}$ ). Таким чином, природна температура повинна розглядатися як функція двох змінних  $y$  і  $\tau$ . Для досягнення досить точних результатів для температури  $T_1$  при обчисленнях за формулою (2.38) теплофізичні характеристики ґрунту ( $\lambda_1, a$ ), коефіцієнт тепловіддачі від ґрунту в повітря  $\alpha_{\text{п}}$  і параметри закону температури навколишнього повітря  $T_{\text{п}}$  слід брати не з літературних джерел, а визначати експериментально в тому районі, для якого необхідно розраховувати  $T_1$ . Подібний підхід у даній роботі реалізований при

визначенні функції температури повітря  $T_{II}(\tau)$  для Івано-Франківська. Ця функція отримана при використанні багаторічних експериментальних даних.

Ускладнення фізичної моделі і на її основі математичної моделі при визначенні природної температури ґрунту (врахування неоднорідності ґрунту, переносу тепла за рахунок ґрунтової вологи і т.п.) у даному випадку недоцільне, оскільки це привело б до неможливості аналітичного розв'язку задачі, а числовий розв'язок був би зв'язаний зі значними труднощами.

Газопроводи, як носії тепла, при визначенні теплового впливу  $\delta T_2$  між двома паралельними однаковими газопроводами були замінені лінійними джерелами тепла постійної потужності. Така заміна є правомірною, оскільки відстань між осями газопроводів є в багато разів більшою від радіуса труби газопроводів ( $l_0/R_0 = 20/0,7 = 28,57$  раз). У такому разі для точок лівої чверті площини (рис. 2.5) температура, яка створюється правим трубопроводом чи лінійним джерелом тепла, яке його заміняє, буде однаковою, якщо потужності лінійного джерела і трубопроводу однакові.

Найбільший тепловий вплив  $\delta T_2$  одного джерела на температурне поле другого джерела і навпаки, очевидно, буде по осі симетрії температурного поля (рис. 2.5). Його максимальне значення дорівнює, як показало дослідження, у випадку стаціонарного поля дещо більше  $2,5^\circ C$ . А в області близькій до джерела  $\delta T_2 \approx 0,25^\circ C$ . Цей результат для нас важливий і буде використаний в подальшому. При малому  $\delta T_2$  температурне поле симетричне відносно вертикалі, що проходить через лінійне джерело (рис. 2.12-2.16). Симетричність температурного поля поблизу джерела означає, що температурне поле в цій області створюється тільки цим джерелом. Якщо ж перейти від лінійного джерела тепла до реального газопроводу, то це означає, що температурне поле в ґрунті поблизу газопроводу практично створюється тільки цим газопроводом і тепловий потік від газопроводу в ґрунт, викликаний тільки тепловою дією цього газопроводу. Вплив паралельного газопроводу на температурне поле поблизу вказаного газопроводу і тепловий потік з його поверхні в ґрунт практично відсутній.



Тепло в ґрунті поширюється досить повільно, що добре підтверджують ізотерми, зображені на рис. 2.13-2.16. Причиною цього явища є малий коефіцієнт теплопровідності ґрунту ( $\lambda_t \approx 1 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$ ), в той час як, наприклад, для загартованої сталі Ст45 цей коефіцієнт  $\lambda_t^{(c)} = 32 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$  [75]. Це означає, що ґрунт має досить великий температурний опір порівняно з металевими матеріалами.

## 2.6. Висновки

1. Отримана функціональна залежність природної температури ґрунту  $T_l$  як функції глибини його точок і часу.

2. В результаті дослідження природної температури точок ґрунту встановлено, що різниця між їх максимальними і мінімальними значеннями з глибиною зменшується. Але для глибини, що відповідає осям сучасних газопроводів ( $H_0 = 1,5 \text{ м}$ ), ця різниця є ще досить значною (для району Івано-Франківська вона приблизно дорівнює  $12^\circ\text{C}$ ).

3. Визначено температурне поле в ґрунті, викликане тепловою дією двох паралельних однакових лінійних джерел тепла, які заміняють собою теплову дію двох паралельних ниток газопроводу.

4. Тепловий вплив другого лінійного джерела тепла на температурне поле поблизу першого джерела тепла не перевищує  $(0,25 \dots 0,5)^\circ\text{C}$  при тепловій потужності лінійних джерел тепла  $q = (100 \dots 200) \text{ Вт}/\text{м}$  і відстані між джерелами  $l_0 = 20 \text{ м}$ .

5. Виконані дослідження переконливо показують, що процес нагрівання ґрунту є досить інерційним процесом, що пояснюється малим значенням коефіцієнта теплопровідності ґрунту. Через 400 год від початку нагрівання лінійним джерелом тепла ( $q = 100 \text{ Вт}/\text{м}$ ) область прогрітого ґрунту, температура в кожній точці якого збільшилася не менше як на  $1^\circ\text{C}$ , приблизно представляє собою круг з радіусом 2м.

## РОЗДІЛ 3

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ГАЗОТРАНСПОРТНОЇ СИСТЕМИ

#### 3.1. Вибір математичної моделі і методу її реалізації

Задається газотранспортна система, яка складається з двох паралельних однакових газопроводів. Необхідно для такої системи вибрати математичну модель, що описує процес нагрівання ґрунту двома газопроводами. Після вибору математичної моделі слід зупинитись на одному із можливих методів реалізації вибраної моделі.

У підрозділі 1.2 для двох однакових паралельних газопроводів були запропоновані дві математичні моделі, а саме: модель 4 (рівняння (2.10)-(2.12), рис. 2.4) і модель 5 (рівняння (2.13),(2.14), рис. 2.5). Можливі і інші математичні моделі, які не розглядалися в 1.2. Зокрема, якщо враховувати в ґрунті труби з ізоляцією, то матимемо кусково-однорідну область нагрівання. Поширення тепла в такій області описується більш складною математичною моделлю, аналогічною до моделі 1 одностикового газопроводу. Але така модель і не розглядалася, оскільки методи реалізації такої моделі не є простими. Таким чином, наше завдання полягає в тому, щоб з двох моделей (моделей 4 і 5) вибрати одну.

Очевидно, що при виборі математичної моделі необхідний всесторонній підхід. Тобто потрібно враховувати точність опису температурного поля (точність задання в моделі геометрії області, відповідність крайових умов задачі реальному фізичному процесу), можливості реалізації моделі, швидкість отримання результатів розв'язку, їх точність, а також цілі, для яких будуть використані результати розв'язку задачі.

От, виходячи з цих міркувань, і порівняємо між собою моделі 4 і 5. В моделі 4 область, в якій визначається температурне поле, являє собою півплощину з отворами під газопроводи (рис. 2.4), а в моделі 5 – півплощину, через яку

проходять лінійні джерела тепла (рис. 2.5). Зрозуміло, що в моделі 4 більш точно врахована область нагрівання. Гранична умова на поверхні ґрунту і початкова умова в обох моделях однакові. А от граничні умови по поверхні контакту газопроводів з ґрунтом в моделі 4 задані у вигляді граничних умов 3-го роду, а в моделі 5 таких умов зовсім немає, оскільки немає і газопроводів. У цій моделі їх геометрією знехтувано, а теплову дію замінено лінійними джерелами тепла. Щоб забезпечити адекватність теплової дії лінійних джерел тепла тепловій дії реальних газопроводів у випадку моделі 5, потрібно ще додатково розв'язувати задачу по знаходженню функції теплового потоку  $q(\tau)$  лінійних джерел, як це при певних спрощеннях виконано в праці [46]. Спрощення геометрії області в моделі 5 приводить до ускладнення при визначенні функції  $q(\tau)$  і при цьому гранична умова по поверхні контакту газопроводу з ґрунтом виконується лише наближено (у [46]  $q(\tau)$  знайдено з умови, що в одній із точок області, яка відповідає точці на поверхні труби, температура має певне постійне значення, що дорівнює температурі теплоносія).

Модель 4 можна реалізувати різними числовими методами, структурним методом (методом R-функцій) [58,59], наближеним аналітичним методом, запропонованим у монографії [53], в якому використовується наближений аналітичний розв'язок осесиметричної задачі, ідея “додаткового шару” [33] і метод суперпозиції [75]. Розв'язок задачі в останньому випадку виражається через елементарні функції. Модель 5 дає можливість аналітичного розв'язку задачі при наближеному виконанні граничних умов по поверхнях контакту трубопроводів з ґрунтом. При цьому розв'язок теплової задачі виражається через спеціальні функції.

Обидві моделі дають можливість отримати тільки наближені значення температур в ґрунті навколо газопроводів. Степінь точності залежить в першу чергу від методу реалізації моделі і цілого ряду інших причин.

В сучасний період відбувається інтенсивне вивчення нестационарного неізотермічного руху газу в трубопроводах і трубопровідних системах з врахуванням теплообміну з навколишнім середовищем (ґрунтом). Задачі

нестационарного неізотермічного руху газу в трубопроводах розв'язуються різними числовими методами за допомогою комп'ютерів. Для врахування теплообміну з ґрунтом при розв'язуванні таких задач у цілому ряді випадків необхідно знати температурне поле в багатьох перерізах по довжині газопроводу і для багатьох моментів часу. Тобто при цьому теплова задача для ґрунту навколо газопроводу і задача визначення величин, що характеризують стан і рух газу в трубопроводі, повинні розглядатися у вигляді спряженої задачі.

Вибір математичної моделі процесу нагрівання ґрунту навколо двох газопроводів проведемо так, щоб забезпечити в першу чергу можливість розв'язування вказаних спряжених задач. Оскільки при розв'язуванні таких задач потрібно знаходити багаторазово у великій кількості перерізів по довжині ділянки газопроводу температури в області ґрунту, близькій до трубопроводу, або тепловий потік через зовнішню поверхню трубопроводу, то, очевидно, що час розв'язку теплової задачі для будь-якого перерізу газопроводу і будь-якого моменту часу повинен бути малим. У протилежному разі буде дуже великим час розв'язку спряженої задачі.

Враховуючи все вище сказане, приходимо до висновку, що модель 4 має певні переваги перед моделлю 5. Якщо ж для моделі 4 застосувати метод реалізації, викладений в [53], то отримаємо відносно невеликий час розв'язку теплової задачі для ґрунту навколо газопроводів. Тому в подальшому при визначенні нестационарного температурного поля навколо двох паралельних газопроводів будемо користуватися математичною моделлю 4 і реалізацію цієї моделі здійснюватимемо згідно [53].

Визначення температурного поля навколо газопроводу необхідне не тільки при розв'язуванні газотермодинамічних задач для трубопроводів, але і для вирішення деяких інших проблем. Прикладами таких проблем можуть бути:

- забезпечення стійкості газопроводів, укладених в ґрунті;
- визначення зон можливого випадання кристалогідратів;
- розробка міроприємств по вдосконаленню експлуатаційного режиму роботи магістральних газопроводів і інш.

### 3.2. Нестационарне температурне поле в ґрунті навколо двох паралельних газопроводів

Визначимо нестационарне температурне поле, яке виникає навколо двох паралельних газопроводів, закладених на певній глибині в ґрунті (рис. 2.4), з врахуванням природного температурного поля ґрунту. Температура газу в газопроводі є функцією часу. Поширення тепла в ґрунті в напрямі осі газопроводу є незначним, як це відмічалось в 2.1, а тому ним нехтуємо. Це означає, що маємо плоску теплову задачу. Користуючись 3.1, для опису температурного поля в даному випадку застосовуємо математичну модель 4 (рис. 2.4), а тому отримуємо таку задачу [76]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (3.1)$$

$y \geq 0, (y - H_0)^2 + (x \mp l_0/2)^2 \geq R_0^2$  (знак плюс в нерівності береться при  $x < 0$ , а мінус - при  $x > 0$ );

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \nu_i} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{\alpha_{II}}{\lambda_i} (T - T_{II}) \Big|_{y=0}; \quad (3.2)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \nu_i} \right|_{r_i} = -\frac{k_{sp}}{\lambda_i} (T_r - T) \Big|_{r_i}, \quad i = 2, 3; \quad T \Big|_{\tau=0} = T_i(y, \tau) \Big|_{\tau=0}. \quad (3.3)$$

Температура повітря визначається за формулою

$$T_{II} = T_{cp} + A \cos[\omega(\tau_1 + \tau) - \varepsilon], \quad (3.4)$$

а природна температура ґрунту  $T_i(y, \tau)$  задається (2.63), тобто

$$T_1 = T_{cp} + \Gamma e^{\left(\frac{1}{h} + y\right)} + \frac{Ahe^{-\omega'y} \cos[\omega(\tau_1 + \tau) - \varepsilon - \omega'y - \delta]}{\sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}}, \quad (3.5)$$

де  $\tau_1$  - момент часу від початку року, що відповідає пуску газопроводів, год.

Задачу (3.1)-(3.3) розв'язуємо наближеним аналітичним методом, запропонованим у [53]. Різниця полягає в тому, що в [53] цей метод використовується для одностовового газопроводу, а у нашому випадку – для двох паралельних однакових газопроводів.

Температуру в ґрунті записуємо у вигляді суми

$$T = T_1 + T_2, \quad (3.6)$$

де  $T_2$  - температурне поле, викликане тепловою дією газопроводів.

Природне температурне поле  $T_1$ , що визначається за формулою (3.5), задовольняє диференціальному рівнянню

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2}, \quad y \geq 0 \quad (3.7)$$

і крайовим умовам

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial y} \right|_{y=0} = h(T_1 - T_{II})|_{y=0}, \quad (3.8)$$

$$T_1|_{\tau=0} = T_{cp} + \Gamma e^{\left(\frac{1}{h} + y\right)} + \frac{Ahe^{-\omega'y} \cos(\omega\tau_1 - \varepsilon - \omega'y - \delta)}{\sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}}. \quad (3.9)$$

З рівності (3.6) і рівнянь (3.1) і (3.7), (3.2) і (3.8), (3.3) і (3.9) витікає, що

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_2}{\partial \tau}, \quad y \geq 0 \quad \text{і} \quad (y - H_0)^2 + (x \mp l_0/2)^2 \geq R_0^2, \quad (3.10)$$

$$\left( \frac{\partial T_2}{\partial y} - hT_2 \right) \Big|_{y=0} = 0, \quad T_2|_{\tau=0} = 0. \quad (3.11)$$

Залишається знайти граничні умови по лінії контакту газопроводів з ґрунтом (на рис. 2.4 границі  $\Gamma_2$  і  $\Gamma_3$ ). З цією метою граничні умови (3.3) подамо, подібно як і в [53], у такому вигляді:

$$\frac{\partial(T_1 + T_2)}{\partial v_i} \Big|_{\Gamma_i} = -h_0(T_r - T_1 - T_2 + A_1 - A_2) \Big|_{\Gamma_i}, \quad i = 2, 3; \quad h_0 = \frac{k_{sp}}{\lambda_i}. \quad (3.12)$$

Умови (3.12) будуть виконані, якщо

$$\frac{\partial T_2}{\partial v_i} \Big|_{\Gamma_i} = h_0(T_2 - T_r - A_1) \Big|_{\Gamma_i}, \quad \frac{\partial T_1}{\partial v_i} \Big|_{\Gamma_i} = h_0(T_1 + A_1) \Big|_{\Gamma_i}. \quad (3.13)$$

Проінтегруємо друге рівняння (3.13) по контуру труби

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial T_1}{\partial v_i} \Big|_{\Gamma_i} d\varphi = h_0 \int_0^{2\pi} (T_1 + A_1) \Big|_{\Gamma_i} d\varphi. \quad (3.14)$$

Як відомо [59], похідну по напрямку внутрішньої нормалі можна записати так:

$$\frac{\partial T_1}{\partial v_i} \Big|_{\Gamma_i} = \left( \frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) \Big|_{\Gamma_i},$$

де  $\omega_i$  - нормалізоване до першого порядку рівняння границь  $\Gamma_i$  ( $i = 2, 3$ )

( $\omega_i = \frac{1}{2R_0} [(y - H_0)^2 + (x \mp l_0/2)^2 - R_0^2]$ ,  $\omega_i = 0$  на границях  $\Gamma_i$ , а в області  $\Omega$

$\omega_i > 0$ ).

Враховуючи записане, будемо мати

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial T_1}{\partial v_i} \Big|_{\Gamma_i} d\varphi = \frac{1}{R_0} \int_{\Gamma_i} \left( \frac{\partial \omega_i}{\partial x} \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) ds =$$

$$= \frac{1}{R_0} \int_{\Gamma_i} \frac{\partial T_1}{\partial y} \sin \varphi ds = -\frac{1}{R_0} \int_{\Gamma_i} \frac{\partial T_1}{\partial y} dx, \quad i = 2, 3,$$

де  $\frac{\partial \omega_i}{\partial y} = (y - H_0)/R_0 = \sin \varphi$  (рис. 2.4).

До останнього інтеграла застосовуємо формулу Гріна

$$\int_{\Gamma} P dx + Q dy = \iint_G \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy, \text{ а тому отримуємо}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial T_1}{\partial v_i} \Big|_{\Gamma_i} d\varphi = -\frac{1}{R_0} \int_{\Gamma_i} \frac{\partial T_1}{\partial y} dx = \frac{1}{R_0} \iint_G \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} dx dy \approx \pi R_0 \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \Big|_{y=H_0}. \quad (3.15)$$

Середньоінтегральне значення температури по контуру труби

$$T_M = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_1 d\varphi \approx T_1(H_0, \tau). \quad (3.16)$$

Інтегруємо праву частину рівняння (3.14), враховуємо (3.15) і (3.16), знаходимо  $\partial^2 T_1 / \partial y^2 \Big|_{y=H_0}$  із (3.5) і в результаті

$$A_1 = -T_M - \frac{AhR_0 \omega'^2 \exp(-\omega'H_0) \sin[\omega(\tau_1 + \tau) - \varepsilon - \omega'y - \delta]}{h_0 \sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}}. \quad (3.17)$$

Таким чином, граничні умови на контурах  $\Gamma_i$  ( $i = 2, 3$ ) труб мають вигляд

$$\frac{\partial T_2}{\partial v_i} \Big|_{\Gamma_i} = h_0 (T_2 - T_\tau) \Big|_{\Gamma_i}, \quad T_\tau = T_\Gamma + A_1. \quad (3.18)$$



Тепер задача зводиться до знаходження функції  $T_2(x, y, \tau)$ , яка є розв'язком диференціального рівняння (3.10) при крайових умовах (3.11) і (3.18).

Користуючись теоремою Дюамеля [55], функцію  $T_2$  можна подати через функцію  $\theta$ , яка є розв'язком задачі з постійними граничними умовами, у такому вигляді:

$$T_2(x, y, \tau) = T_\tau(0)\theta(x, y, \tau) + \int_0^\tau \frac{\partial T_\tau(\tau - \zeta)}{\partial \tau} \theta(x, y, \zeta) d\zeta. \quad (3.19)$$

При цьому функція  $\theta(x, y, \tau)$  є розв'язком задачі

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad (3.20)$$

$$y \geq 0, \quad (y - H_0)^2 + (x \mp l_0/2)^2 \geq R_0^2;$$

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial y} - h\theta \right) \Big|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \nu_i} \Big|_{\Gamma_i} = h_0(\theta - 1) \Big|_{\Gamma_i}, \quad i = 2, 3; \quad \theta \Big|_{\tau=0} = 0. \quad (3.21)$$

Задачу (3.20), (3.21) розв'язуємо методом суперпозиції, використовуючи ідею додаткового шару [33]. На границях  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  є термічні опори, які заміняємо додатковими шарами ґрунту. На границі  $\Gamma_1$  ( $y = 0$ ) маємо плоский шар, товщина якого  $\lambda_i/\alpha_{\Pi} = 1/h$ , а на границях  $\Gamma_2$  і  $\Gamma_3$  - кругове кільце з зовнішнім радіусом  $R_0$  і внутрішнім  $r_* = R_0 \exp(-1/(h_0 R_0))$ . У такому разі замість граничних умов третього роду (3.21) отримуємо на нових границях умови першого роду

$$\theta \Big|_{y=-1/h} = 0; \quad \theta \Big|_{\Gamma_{20}} = 1; \quad \theta \Big|_{\Gamma_{30}} = 1, \quad (3.22)$$

де  $\Gamma_{20}, \Gamma_{30}$  - нові границі області замість  $\Gamma_2$  і  $\Gamma_3$ .

Вводимо безрозмірні змінні (рис. 3.1)

$$\begin{aligned} \eta &= (y + 1/h)/r_a; & \zeta &= x/r_a; & b &= (H_0 + 1/h)/r_a; \\ r &= r_0/r_a; & l_{00} &= l_0/r_a; & Fo &= a\tau/r_a^2, \end{aligned} \quad (3.23)$$

де  $r_0$  - відстань довільної точки в ґрунті від осі газопроводу, м.

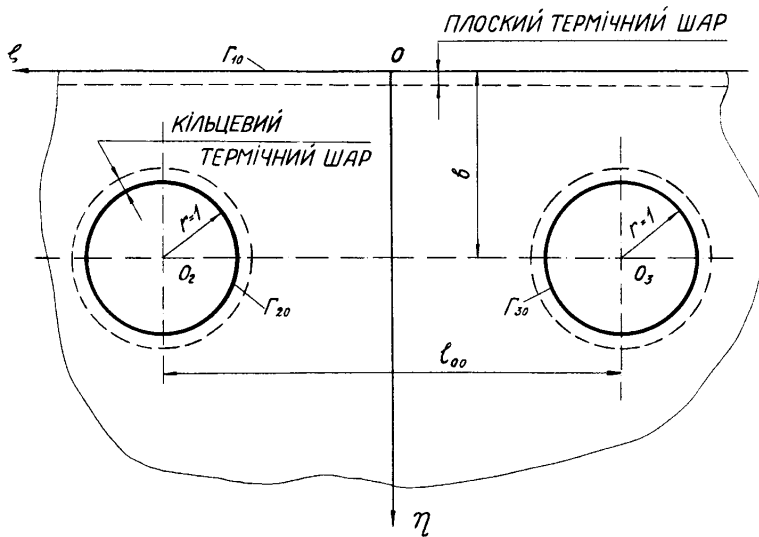


Рис. 3.1. Область нагрівання ґрунту навколо газопроводів з додатковими термічними шарами на границях

Задача (3.20),(3.21) у безрозмірних змінних записується у вигляді

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = \frac{\partial \theta}{\partial Fo}, \quad \eta \geq 0, \quad (\eta - b)^2 + (\zeta \mp l_{00}/2)^2 \geq 1; \quad (3.24)$$

$$\theta_{|\eta=0} = 0; \quad \theta_{\Gamma_{20}} = 1; \quad \theta_{\Gamma_{30}} = 1; \quad \theta_{|Fo=0} = 0. \quad (3.25)$$

Для отримання наближеного розв'язку задачі (3.24),(3.25) доповнюємо область, що розглядається, областю  $\eta < 0$ . Розміщуємо на відстанях  $\pm l_{00}/2$  від осі  $\eta$  вздовж неї нескінченну систему фіктивних джерел, які являють собою кола одиничного радіуса і на яких виконуються умови

$$\theta_{\Gamma_{in}} = C_n = \begin{cases} 1, & \text{якщо } n > 0, \\ -1, & \text{якщо } n < 0, \end{cases} \quad i = 2, 3. \quad (3.26)$$

Джерела, які відповідають  $n > 0$ , розміщені на додатній стороні осі  $O\eta$ , а джерела з  $n < 0$  - на від'ємній. Реальним трубопроводом відповідає  $n = 0$  (рис. 3.2). Всі фіктивні джерела розміщені від осей реальних газопроводів на відстанях

$$\xi_n = \begin{cases} 2n(b-1), & \text{якщо } n > 0; \\ 2[1-n(b-1)], & \text{якщо } n < 0. \end{cases} \quad (3.27)$$

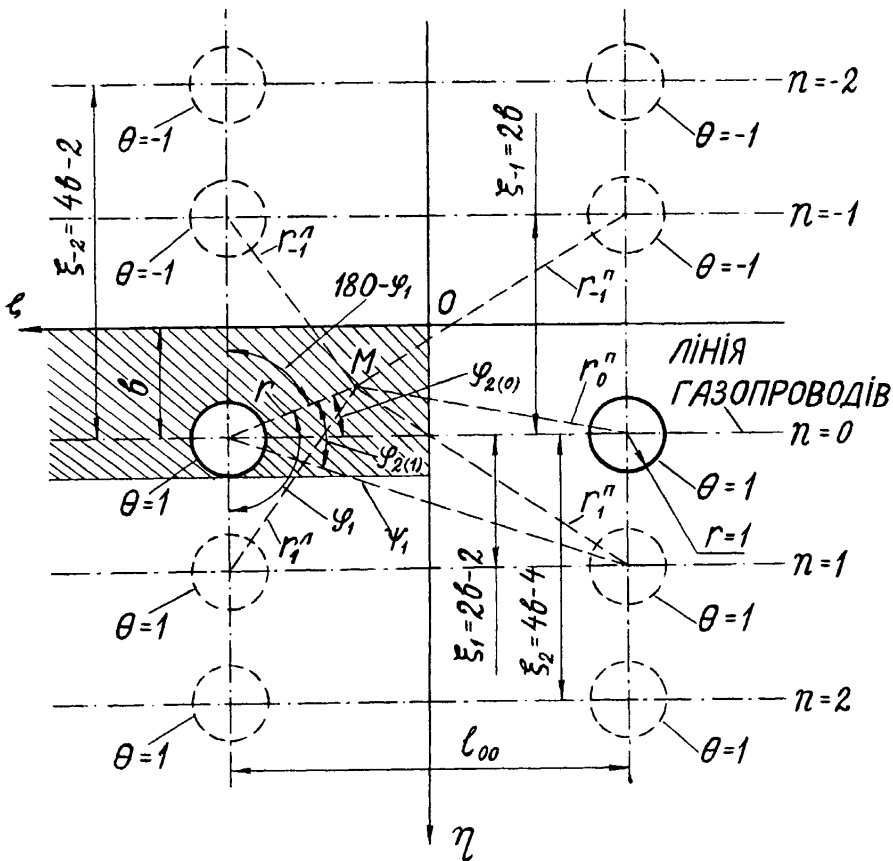


Рис. 3.2. Схема розміщення реальних і фіктивних джерел в області дослідження в безрозмірній системі координат

Безрозмірне температурне поле, яке створюється  $n$ -м джерелом тепла, є розв'язком задачі

$$\frac{\partial \Phi_n}{\partial Fo} = \frac{1}{r_n} \frac{\partial \Phi_n}{\partial r_n} + \frac{\partial^2 \Phi_n}{\partial r_n^2}, \quad 1 \leq r_n \leq \infty, \quad (3.28)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots;$$

$$\Phi_{n, r_n=1} = C_n = \begin{cases} 1, & \text{якщо } n \geq 0, \\ -1, & \text{якщо } n \leq 0, \end{cases} \quad \Phi_{n, Fo=0} = 0. \quad (3.29)$$

Використовуючи методику наближеного розв'язку осесиметричної задачі теплопровідності [53], отримуємо

$$\Phi_n = \begin{cases} \frac{C_n \left( \ln \frac{R}{r_n} + \frac{r_n}{R} - 1 \right)}{\ln R - 1 + 1/R}, & 1 < r_n < R \\ 0, & r_n > R, \end{cases} \quad (3.30)$$

де  $R(Fo)$ - функція безрозмірного радіуса теплового впливу, який визначається із розв'язку диференціального рівняння [53]

$$\frac{dR}{dFo} = \frac{12[R(\ln R - 1) + 1]}{2(R^2 + R + 1)\ln R + 3(1 - R^2)}; \quad (3.31)$$

$r_n$  - відстань від  $n$ -го джерела тепла (фіктивного чи реального) до точки, в якій визначається температура (рис. 3.2).

Температурне поле в полосі  $0 \leq \eta \leq (b + 1)$  потрібно шукати у вигляді такого ряду:

$$\theta = \sum_{n=-N_1}^{N_2} \Phi_n^I + \sum_{n=-M_1}^{M_2} \Phi_n^{II}. \quad (3.32)$$

Перший доданок в (3.32) відноситься до лівого ряду джерел, а другий – до правого ряду джерел. У рядах (3.32) утримуються тільки ті джерела, зони впливу яких захоплюють точку, для якої визначається температура.

Для визначення температури  $\theta$  в довільній точці  $M$  (рис. 3.2) в довільний момент часу  $F_0$  потрібно в першу чергу визначити радіус теплового впливу  $R$ . Далі за формулою (3.30) знаходиться вклад у температуру точки  $M$  від кожного джерела тепла (реального і фіктивного) як лівого, так правого рядів і отримані результати сумуються. На рис. 3.2 величини  $r_n$  для лівого і правого рядів джерел позначені відповідно  $r_n^L, r_n^R$  і знаходяться ці величини геометрично.

Описана система джерел є антисиметричною відносно осі  $Oz$ . Це означає, що температурне поле, створюване такою системою джерел тепла, задовольняє граничній умові (3.25). З другої сторони, вказана система, вірніше кожен ряд джерел тепла без реальної труби антисиметричний відносно лінії, паралельної осі  $Oz$ , що проходить через верхню точку контура реального газопровода (точку, що найближча до денної поверхні). Це означає, що друга і третя граничні умови (3.25) виконуються тільки у вказаній точці для кожного газопроводу.

Потрібно зауважити, що вплив між температурними джерелами тепла обох рядів у нашому випадку є таким, при якому зміна температури викликана джерелом тепла будь-якого ряду не доходить до джерел тепла протилежного ряду. Це твердження ґрунтується на дослідженні, виконаному в підрозділі 2.4, де знаходиться нестационарне і стаціонарне температурні поля від двох паралельних лінійних джерел тепла, що заміняють собою газопроводи. Там було показано, що при відстані між лінійними джерелами  $l_0 = 20\text{ м}$  ( $l_0 = 20\text{ м}$  - це відстань між осями двох паралельних газопроводів прийнята в даній роботі) тепловий вплив  $\delta T_2$  другого джерела на перше в області першого джерела складає приблизно  $0,25^\circ\text{C}$  при стаціонарному режимі, а при нестационарному режимі ця величина є ще значно меншою. Тобто величина  $\delta T_2$  в області близькій до газопроводів практично рівна нулю. Це в свою чергу означає, що температури точок в ґрунті дорівнюють сумі температур, викликаних температурними джерелами тепла

лівого і правого рядів згідно принципу елементарної суперпозиції [75]. Саме це і використано у викладеній вище методиці визначення температурного поля в ґрунті навколо двох газопроводів.

Неповне виконання другої і третьої граничних умов (3.25), використання наближеного розв'язку осесиметричної задачі створює похибку даного наближеного аналітичного методу.

За викладеною методикою розроблена комп'ютерна програма ТЕ (Додаток А) і користуючись нею проведено розрахунок температурного поля навколо газопроводів. Вихідні дані цього розрахунку, отримані результати і їх аналіз розглянуто у підрозділі 3.4.

### **3.3. Визначення потоку теплообміну між газопроводом і ґрунтом**

Як це витікає із аналізу літературних джерел, розглянутих в 1.1, в рівняннях газової динаміки, які описують нестационарний неізотермічний рух газу в газопроводі є доданок, що характеризує потік тепла зовнішнього теплообміну. Це означає, що розв'язувати рівняння газової динаміки в загальному випадку необхідно спільно з тепловою задачею ґрунту, що оточує газопровід. На необхідність розглядання спряженої задачі при визначенні величин, що характеризують стан і рух газу в газопроводі, вказується в працях [17,29,77]. Потік тепла від газу в ґрунт чи навпаки – це величина, яка зв'язує теплову задачу ґрунту з задачею руху газу в трубопроводі.

В даному розділі визначається величина теплового потоку з одиниці довжини газопроводу з врахуванням природного температурного поля ґрунту при роботі двох паралельних газопроводів [78].

Перший спосіб. По контуру контакту ґрунту з газопроводом у 16 точках визначається температура ґрунту  $T$ . Далі знаходиться середня температура по

контуру труби  $T_c$  як середньоарифметичне значень температур у 16 точках і після цього тепловий потік з 1 м довжини труби

$$q = 2\pi R_0 k_{zp} (T_\Gamma - T_c). \quad (3.33)$$

Температура ґрунту при цьому знаходиться за методикою, викладеною в 3.2.

Другий спосіб. Величина теплового потоку в ґрунт з одиниці довжини газопроводу може бути записана так [53]:

$$q(\tau) = -\lambda_l R_0 \int_0^{2\pi} \frac{\partial T}{\partial v_2} \Big|_{\Gamma_2} d\varphi = -\lambda_l R_0 \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial v_2} (T_1 + T_2) \Big|_{\Gamma_2} d\varphi, \quad (3.34)$$

де  $\frac{\partial}{\partial v_2} \Big|_{\Gamma_2}$  - похідна вздовж внутрішньої нормалі в точках, що лежать на контурі  $\Gamma_2$  контакту ґрунту з газопроводом.

У 3.2 показано, що

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial T_1}{\partial v_2} \Big|_{\Gamma_2} d\varphi \approx \pi R_0 \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \Big|_{y=H_0}.$$

Користуючись формулою (2.63) для природної температури ґрунту  $T_1$ , знаходимо  $\partial^2 T_1 / \partial y^2$  і в результаті будемо мати

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial T_1}{\partial v_2} \Big|_{\Gamma_2} d\varphi = -2\pi h R_0 A \omega'^2 e^{-\omega' H_0} \frac{\sin[\omega(\tau_1 + \tau) - \varepsilon - \omega' H_0 - \delta]}{\sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}}. \quad (3.35)$$

За допомогою теореми Дюамеля функція  $T_2$  в 3.2 записувалася через безрозмірну функцію  $\theta$ , яка є розв'язком теплової задачі з постійними граничними умовами, у вигляді

$$T_2(x, y, \tau) = T_\tau(0)\theta(x, y, \tau) + \int_0^\tau \frac{\partial T_\tau(\tau - \zeta)}{\partial \tau} \theta(x, y, \zeta) d\zeta, \quad (a)$$

$$T_\tau = T_\Gamma - T_1(H_0, \tau) - \frac{AhR_0\omega'^2 \exp(-\omega'H_0) \sin[\omega(\tau_1 + \tau) - \varepsilon - \omega'H_0 - \delta]}{h_0 \sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}}; \quad h_0 = \frac{k_{zp}}{\lambda_t};$$

$$T_1(H_0, \tau) = T_{cp} + \Gamma e\left(\frac{1}{h} + H_0\right) + \frac{Ahe^{-\omega'H_0} \cos[\omega(\tau_1 + \tau) - \varepsilon - \omega'H_0 - \delta]}{\sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}}.$$

Враховуючи (a), отримуємо

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \frac{\partial T_2}{\partial v_2} \Big|_{\Gamma_2} d\varphi &= \int_0^{2\pi} \int_0^\tau \frac{\partial T_\tau(\tau - \zeta)}{\partial \tau} \frac{\partial \theta(x, y, \zeta)}{\partial v_2} \Big|_{\Gamma_2} d\zeta d\varphi + \\ &+ \int_0^{2\pi} T_\tau(0) \frac{\partial \theta(x, y, \tau)}{\partial v_2} \Big|_{\Gamma_2} d\varphi. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Безрозмірна температура в ґрунті  $\theta(x, y, \tau)$  у 3.2 знаходилася методом суперпозиції. При цьому граничні умови третього роду замінялися умовами першого роду завдяки введенню додаткових шарів ґрунту. В результаті для  $\theta$  було отримано формулу

$$\theta = \sum_{n=-N_1}^{N_2} \Phi_n^I + \sum_{n=-M_1}^{M_2} \Phi_n^II. \quad (б)$$

В (б)  $\Phi_n^I, \Phi_n^II$  - температурні поля, створювані відповідно джерелами лівого і правого рядів. Оскільки вплив джерел правого ряду не доходить до джерел лівого ряду, то при визначенні похідної  $\partial\theta/\partial v_2$  потрібно в (б) брати тільки першу суму.



Функція  $\Phi_n^{\mathcal{I}}$ , як показано в 3.2, має такий вигляд (позначимо  $\Phi_n^{\mathcal{I}} = \Phi_n$ ):

$$\Phi_n = \begin{cases} \frac{C_n \left( \ln \frac{R}{r_n} + \frac{r_n}{R} - 1 \right)}{\ln R - 1 + 1/R}, & 1 < r_n < R \\ 0, & r_n > R, \end{cases} \quad (\text{В})$$

$$\text{де } C_n = \begin{cases} 1, & \text{якщо } n \geq 0, \\ -1, & \text{якщо } n < 0; \end{cases}$$

$n$  - номер джерела тепла;

$R$  - безрозмірний радіус теплового впливу [53];

$r_n$  - безрозмірна відстань  $n$ -го джерела до довільної точки  $M$  в ґрунті (рис.3.3).

Радіус  $R$  визначається із розв'язку диференціального рівняння [53]

$$\frac{dR}{dFo} = \frac{12[R(\ln R - 1) + 1]}{2(R^2 + R + 1)\ln R + 3(1 - R^2)}, \quad (\text{Г})$$

де  $Fo$  - критерій Фур'є ( $Fo = a\tau/r_*^2$ );

$r_*$  - внутрішній радіус додаткового шару на отворі під газопровід ( $r_* = R_0 \exp(-1/(h_0 R_0))$ ).

Всі безрозмірні довжини визначалися діленням дійсної довжини на радіус  $r_*$ . Для обчислення інтегралів в (3.36) необхідно знайти  $\partial\theta/\partial v_2|_{\Gamma_2}$ . Приймаємо, що

$$\frac{\partial\theta(x, y, \tau)|_{\Gamma_2}}{\partial v_2} \cong \frac{1}{R_0} \frac{\partial\theta}{\partial r}|_{r=1}, \quad (3.37)$$

де  $r$  - безрозмірний радіус довільної точки  $M$  від осі газопроводу ( $r=1$  - внутрішній радіус додаткового шару). Рівність (3.37) означає рівність теплових

потоків на вході і виході кільцевого додаткового шару. Вона строго справедлива для стаціонарного температурного поля. У випадку нестационарного температурного поля ця рівність є наближеною. Найбільші похибки виникають на початковому проміжку часу нагрівання.

Для знаходження похідної  $\partial\theta/\partial r$  при  $r=1$  використовуємо рис. 3.3. На рис. 3.3 в безрозмірній системі координат  $\zeta O\eta$  зображено джерела тепла (на колах радіуса  $r=1$  є сталою безрозмірна температура). Для джерел, розміщених вище осі  $O\zeta$ ,  $\theta=-1$  їм присвоєно від'ємні індекси, а для джерел, розміщених нижче осі  $O\zeta$ ,  $\theta=1$  і їх індекси  $n \geq 0$ . Індекс  $n=0$  відповідає джерелу реального газопроводу (на рис. 3.3 коло радіуса  $r=1$  викреслено жирною лінією). Всі джерела тепла на колах, зображених тонкою лінією є фіктивними. Їх наявність на рис. 3.3 пов'язана з методом суперпозиції при визначенні  $\theta$ .

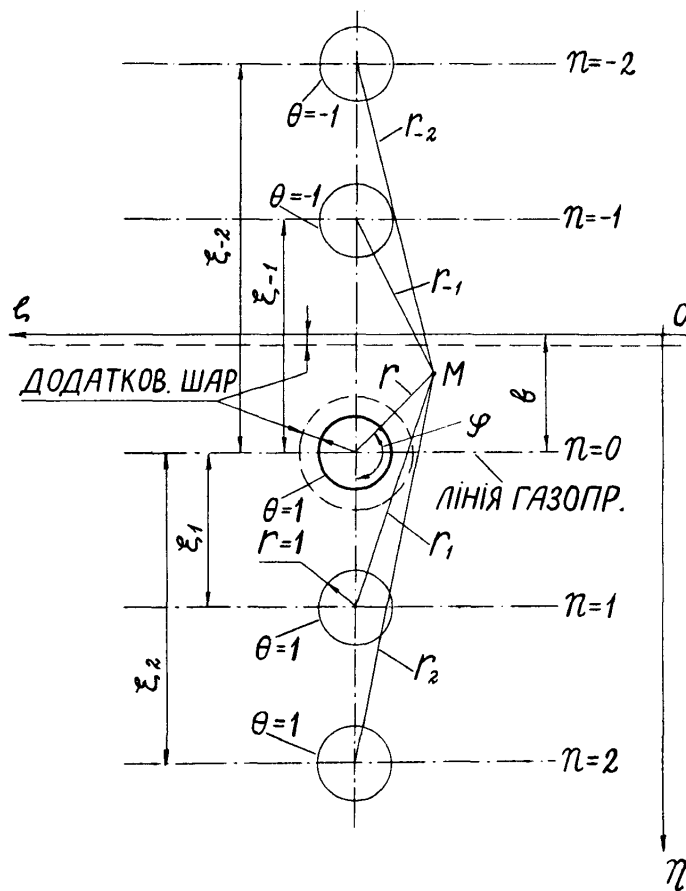


Рис. 3.3. Схема розміщення джерел тепла  
(визначення теплового потоку від газопроводу в ґрунт)

Всі фіктивні джерела віддалені від осі реальної труби на відстанях

$$\xi_n = \begin{cases} 2n(b-1), & \text{якщо } n \geq 0; \\ 2[1-n(b-1)], & \text{якщо } n < 0, \end{cases} \quad b = (H_0 + 1/h)/r_0. \quad (д)$$

Знаходимо похідну

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=l} = \sum_{n=-N_1}^{N_2} \frac{\partial \Phi_n}{\partial r} \Big|_{r=l} = \sum_{n=-N_1}^{N_2} \frac{\partial \Phi_n}{\partial r_n} \frac{\partial r_n}{\partial r} \Big|_{r=l}. \quad (3.38)$$

Використовуючи (в), отримуємо

$$\frac{\partial \Phi_n}{\partial r_n} = \pm \frac{1 - R/r_n}{R \ln R - R + 1}, \quad (3.39)$$

знак плюс в (3.39) відповідає  $n > 0$ , а знак мінус -  $n < 0$ . Для знаходження похідної  $\partial r_n / \partial r$  визначаємо спочатку  $r_n$  (рис. 3.3):

$$r_n = \sqrt{r^2 + \xi_n^2 - 2r\xi_n \cos \varphi}, \quad n > 0; \quad (3.40)$$

$$r_n = \sqrt{r^2 + \xi_n^2 + 2r\xi_n \cos \varphi}, \quad n < 0. \quad (3.41)$$

Беручи похідні по  $r$  від функцій (3.40) і (3.41) і підставляючи отримані результати і (3.39) в (3.38), одержимо

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=l} = & \sum_{n=0}^{N_2} \frac{(1 - R/r_n)(1 - \xi_n \cos \varphi)}{(R \ln R - R + 1) \sqrt{1 + \xi_n^2 - 2\xi_n \cos \varphi}} + \\ & + \sum_{n=-N_1}^{-1} \frac{(R/r_n - 1)(1 + \xi_n \cos \varphi)}{(R \ln R - R + 1) \sqrt{1 + \xi_n^2 + 2\xi_n \cos \varphi}}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Контур труби газопроводу лежить поблизу осі симетрії між джерелами з додатними і від'ємними індексами, тому як і в [53] приймаємо  $N_1 = N_2 = N$ . Величину  $N$  визначаємо з нерівності

$$2N(b-1) < (R-1) < 2(N+1)(b-1), \text{ звідси}$$

$$N = E \left[ \frac{R-1}{2(b-1)} \right], \quad E(x) - \text{ціла частина від } x.$$

Враховуючи сказане, аналітичний вираз (3.42) запишеться у вигляді

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=1} = & \frac{1-R}{R \ln R - R + 1} + \sum_{n=1}^N \frac{(1-R/r_n)(1-\xi_n \cos \varphi)}{(R \ln R - R + 1) \sqrt{1 + \xi_n^2 - 2\xi_n \cos \varphi}} + \\ & + \sum_{n=1}^{-N} \frac{(R/r_n - 1)(1 + \xi_n \cos \varphi)}{(R \ln R - R + 1) \sqrt{1 + \xi_n^2 + 2\xi_n \cos \varphi}}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Після інтегрування (3.43) по  $\varphi$  отримуємо безрозмірний тепловий потік

$$q_w = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=1} d\varphi = \frac{R-1}{R \ln R - R + 1} \left[ 1 - \frac{1}{\pi(R-1)} \sum_{n=1}^N \Pi_n \right], \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} \text{де } \Pi_n = & (1 - q_n) F\left(\frac{\pi}{2}, d_n\right) + (1 + q_n) E\left(\frac{\pi}{2}, d_n\right) + (1 + q_n) F\left(\frac{\pi}{2}, b_n\right) - \\ & - (3 + q_n) E\left(\frac{\pi}{2}, b_n\right); \end{aligned}$$

$$q_n = \xi_n = 2n(b-1); \quad d_n = 2\sqrt{q_n}/(1+q_n);$$

$$b_n = 2\sqrt{q_n+2}/(q_n+3);$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}, d_n\right), F\left(\frac{\pi}{2}, b_n\right) - \text{повні еліптичні інтеграли першого роду};$$

$$E\left(\frac{\pi}{2}, d_n\right), E\left(\frac{\pi}{2}, b_n\right) - \text{повні еліптичні інтеграли другого роду}.$$

Міняємо порядок інтегрування в першому інтегралі (3.36), приймаємо до уваги (3.37) і (3.44). При цьому одержимо

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial T_2}{\partial \nu_2} \Big|_{r_2} d\varphi = -\frac{2\pi}{R_0} T_r(0) q_w(\tau) - \frac{2\pi}{R_0} \int_0^\tau \frac{\partial T_r(\tau - \zeta)}{\partial \tau} q_w(\zeta) d\zeta, \quad (3.45)$$

а величина теплового потоку з 1м газопроводу в ґрунт буде

$$q(\tau) = -\lambda_1 R_0 \int_0^{2\pi} \frac{\partial T}{\partial \nu_2} \Big|_{r_2} d\varphi = 2\pi\lambda_1 \left\{ T_r(0) q_w(\tau) + \int_0^\tau \frac{\partial T_r(\tau - \zeta)}{\partial \tau} q_w(\zeta) d\zeta + \right. \\ \left. + h A R_0^2 \omega'^2 e^{-\omega' H_0} \frac{\sin[\omega(\tau_1 + \tau) - \varepsilon - \omega' H_0 - \delta]}{\sqrt{(h + \omega')^2 + \omega'^2}} \right\}. \quad (3.46)$$

За формулами (3.33) і (3.46) визначався тепловий потік  $q(\tau)$  залежно від часу  $\tau$  (час  $\tau = 0$  відповідає моменту пуску газопроводів) за допомогою комп'ютерної програми ТРО1 (Додаток Б). Вихідні дані цього розрахунку, отримані результати і їх аналіз даються у наступному підрозділі 3.4.

### 3.4. Дослідження температурного поля газотранспортної системи і потоку теплообміну між газопроводами і ґрунтом за результатами реалізації математичної моделі

З метою дослідження нестационарного температурного поля у верхньому шарі ґрунту ( $0 \leq y \leq 2,2\text{м}$ ) навколо системи двох паралельних однакових газопроводів проведено розрахунок температур  $T$  ґрунту за методикою, викладеною в 3.2, при таких вихідних даних:  $l_0 = 20\text{м}$ ,  $H_0 = 1,5\text{м}$ ,  $R_0 = 0,7\text{м}$ , температура газу в газопроводі на протязі всього часу дослідження була прийнята сталою і рівною  $T_r = 50^\circ\text{C}$ ,  $a = 0,002\text{м}^2/\text{год}$ ,  $\lambda_1 = 1\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$ ,  $\alpha_{II} = 10\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$ ,  $k_{cp} = 0,9\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$ ,  $T_{cp} = 6,7^\circ\text{C}$ ,  $Ge = 0,04167\text{град}/\text{м}$ ,  $A = -11,8^\circ\text{C}$ ,  $\tau_1 = 4380\text{год}$ ,

$\omega = 0,717259 \cdot 10^{-3} 1/год, \varepsilon = 0$  ( $\tau_1$  - ця величина є кількість год від початку року і характеризує момент пуску газопроводів, в даному випадку – це початок липня).

Обчислення виконано для різних точок, що знаходяться в полосі  $0 \leq y \leq 2,2 м$ , при критерії Фур'є  $Fo = 10; 50; 100; 200; 500$  і  $1000$ , що відповідає моментам часу від пуску газопроводів відповідно рівним  $\tau = 102,4; 512,2; 1024,3; 2048,6; 5121,5$  і  $10243,1 год$ .

За отриманими результатами побудовано ізотерми в ґрунті для вищевказаних моментів часу. При малих  $Fo$  ( $Fo = 10$  ( $\tau = 102,4 год$ ) і  $Fo = 50$  ( $\tau = 512,2 год$ )) ізотерми зображені на рис. 3.4 і рис. 3.5, з яких добре видно, що температура у верхній частині газопроводу є більшою ніж у нижній. Основною причиною цього є природний температурний фон. У ці моменти часу температура в ґрунті у верхніх точках газопроводу є більшою на  $4...5^\circ C$  ніж у нижніх. Крім того, більший термічний опір поширенню тепла вниз від газопроводу ще не встиг виявитися. Наприклад, для  $Fo = 10$  тепловіддача з поверхні  $y = 0$  практично відсутня, оскільки тепло від газопроводу ще не дійшло до земної поверхні. Зміни температур в ґрунті помітні на незначних відстанях від осі газопроводу ( $1,5...3 м$ ).

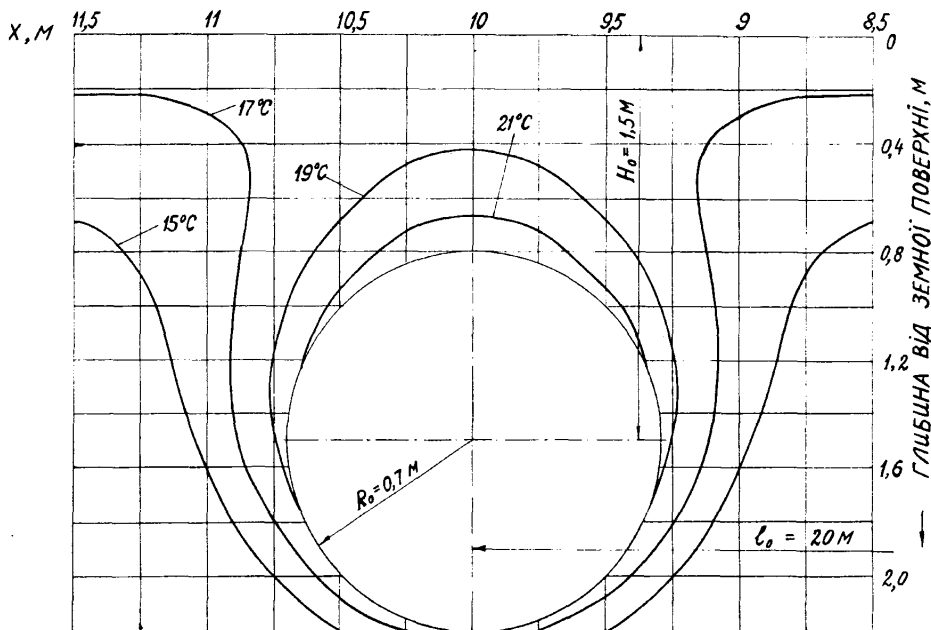


Рис. 3.4. Ізотерми в ґрунті навколо газопроводу при  $Fo = 10$  ( $\tau = 102,4$  год.)

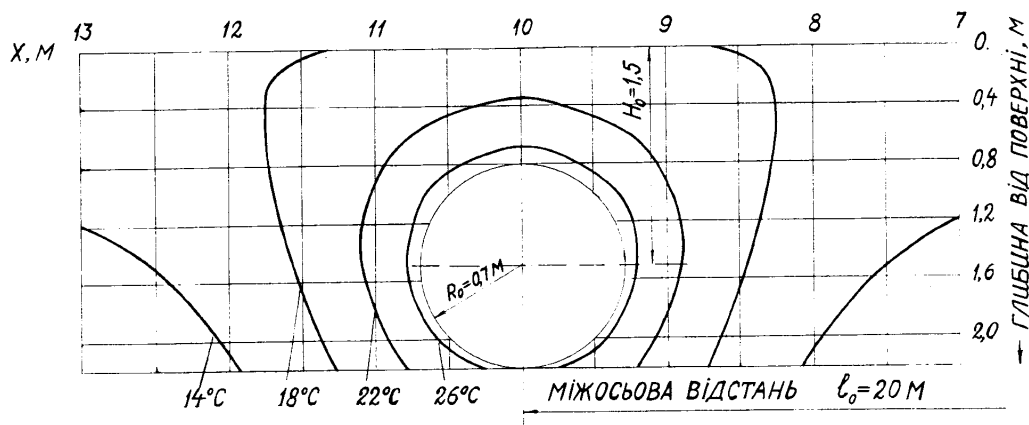


Рис. 3.5. Ізотерми в ґрунті навколо газопроводу при  $Fo=50$  ( $\tau=512,2$  год.)

При більших значеннях критерія  $Fo$  ( $Fo=100$  (рис. 3.6),  $Fo=200$  (рис. 3.7),  $Fo=500$  (рис. 3.8),  $Fo=1000$  (рис.3.9)) характер ізотерм інший. У всіх випадках температури у нижній частині газопроводу вищі ніж у верхній, не дивлячись на величини природної температури. Це пояснюється тим, що для таких моментів часу вже суттєвою є тепловіддача з поверхні ґрунту. Градієнти температур у верхній частині газопроводу є більші ніж у нижній. Область прогрітого теплом газопроводу ґрунту зростає із збільшенням часу нагрівання. При  $Fo=500$  ( $\tau=5121,5\text{ год}$ ) (рис. 3.8) тепло поширюється вліво і вправо від осі газопроводу більш як на 10м.

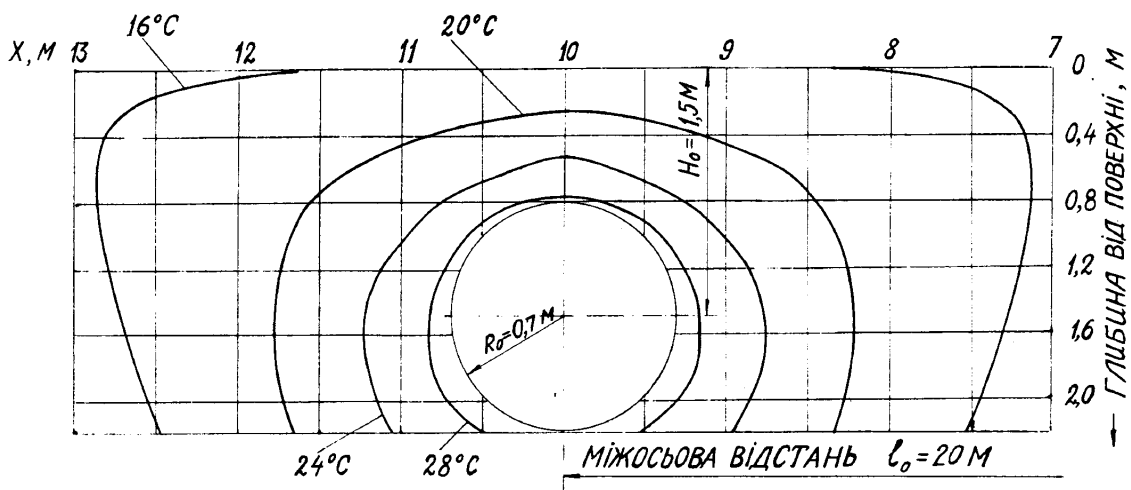


Рис. 3.6. Ізотерми в ґрунті навколо газопроводу при  $Fo=100$  ( $\tau=1024,3$  год.)

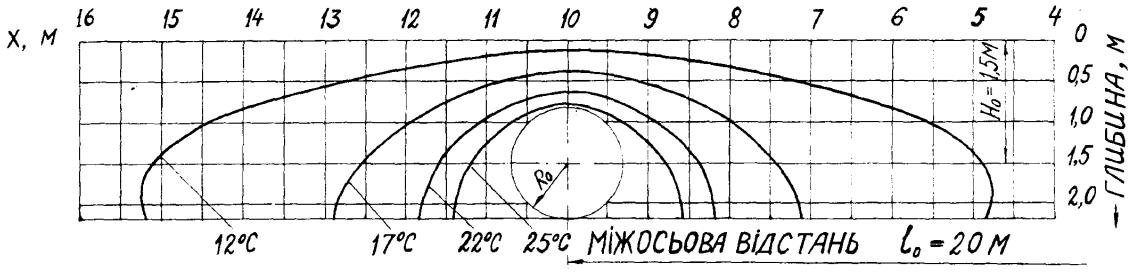


Рис. 3.7. Ізотерми в ґрунті навколо газопроводу при  $Fo=200$  ( $\tau=2048,6$  год.)

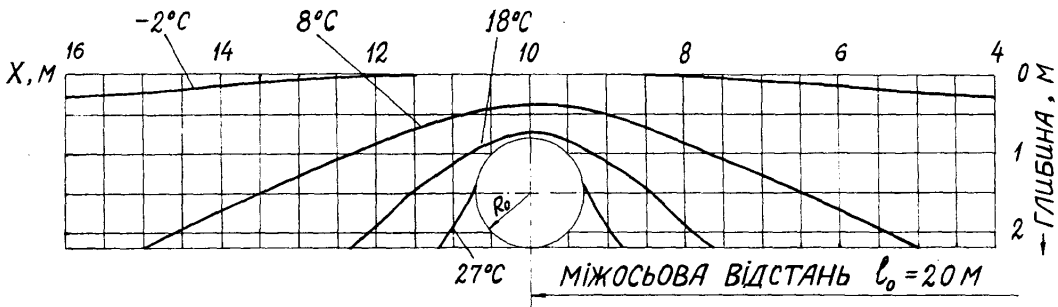


Рис. 3.8. Ізотерми в ґрунті навколо газопроводу при  $Fo=500$  ( $\tau=5121,5$  год.)

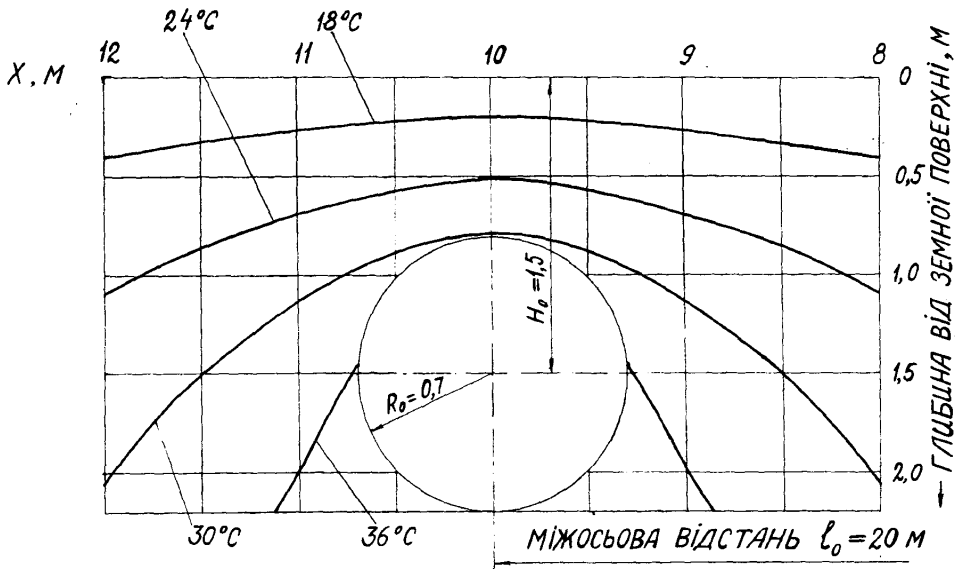


Рис. 3.9. Ізотерми в ґрунті навколо газопроводу при  $Fo=1000$  ( $\tau=10243,1$  год.)



Природна температура суттєво впливає на абсолютні температури в ґрунті. Наприклад, температура у верхній точці контакту ґрунту з газопроводом ( $x = 10\text{ м}$ ,  $y = 0,8\text{ м}$ ) при  $Fo = 100$   $T = 28,6^\circ\text{ C}$ , при  $Fo = 200$   $T = 26^\circ\text{ C}$ , при  $Fo = 500$   $T = 19,6^\circ\text{ C}$ . Зниження температури у цій точці при зростанні  $Fo$  відбувається у зв'язку зі зниженням природної температури, яка для вказаних моментів часу приймає відповідно такі значення:  $T_1 = 14,3^\circ\text{ C}$ ;  $10,5^\circ\text{ C}$  і  $-1,2^\circ\text{ C}$ . У протилежній точці контакту ґрунту з газопроводом ( $x = 10\text{ м}$ ,  $y = 2,2\text{ м}$ ) абсолютна температура  $T$  при збільшенні  $Fo$  у вказаних межах не зменшується, а зростає від  $T = 31,5^\circ\text{ C}$  до  $37,1^\circ\text{ C}$  при зменшенні природної температури від  $T_1 = 11,1^\circ\text{ C}$  до  $2,8^\circ\text{ C}$ .

При великих  $Fo$  ( $Fo \geq 500$ ) має місце у нашому випадку ( $l_0 = 20\text{ м}$ ) інтерференція температурних полів, створюваних двома нитками газопроводів.

Інтерференція температурних полів характеризується величиною теплового впливу температурного поля, створюваного другим газопроводом, на температурне поле першого газопроводу. Величина ж теплового впливу у будь-якій точці в ґрунті – це різниця температур у вказаній точці між температурними полями двониткового і одностовового газопроводів при всіх інших однакових умовах. У нашому випадку величина теплового впливу така, що тепло другого газопроводу не доходить до місця розміщення першого газопроводу. Тепловий вплив має місце в точках ґрунту, які розміщені між двома площинами, що проходять через осі газопроводів паралельно осі  $OY$ . Величина теплового впливу для лівого газопроводу при цьому визначається як різниця між температурами точок, розміщених справа і зліва симетрично відносно вказаної площини.

На рис. 3.10 і рис. 3.11 зображено графіки температурного впливу правого газопроводу на лівий при критеріях Фур'є  $Fo = 1000$  і  $Fo = 500$ . Із збільшенням критерія Фур'є  $Fo$  величина температурного впливу зростає. Найбільшого температурного впливу зазнають точки, для яких  $x = 0$ . При збільшенні ординати уточок температурний вплив теж збільшується. Для точок ґрунту з більшими

абсцисами  $x$  температурний вплив менший. Наприклад, для  $Fo = 1000$  при  $x \geq 7$  температурний вплив  $\delta T = 0$  (рис. 3.10).

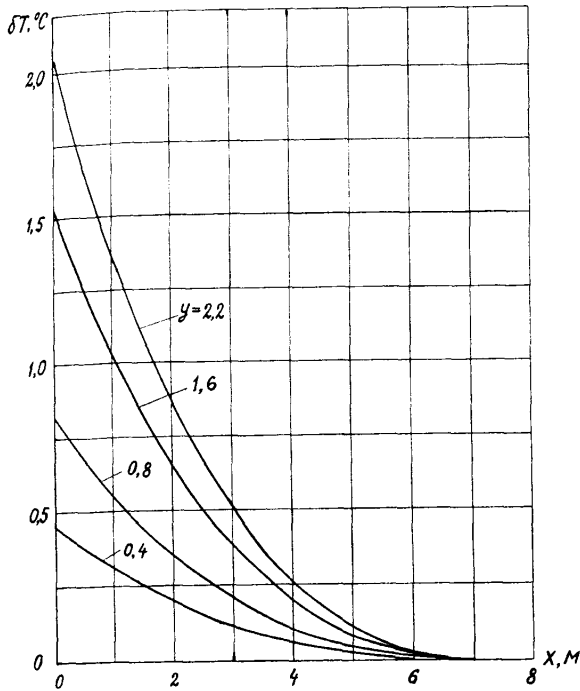


Рис. 3.10. Залежність теплового впливу від координати  $x$  при різних  $y$  (нестационарне поле,  $Fo = 1000$ )

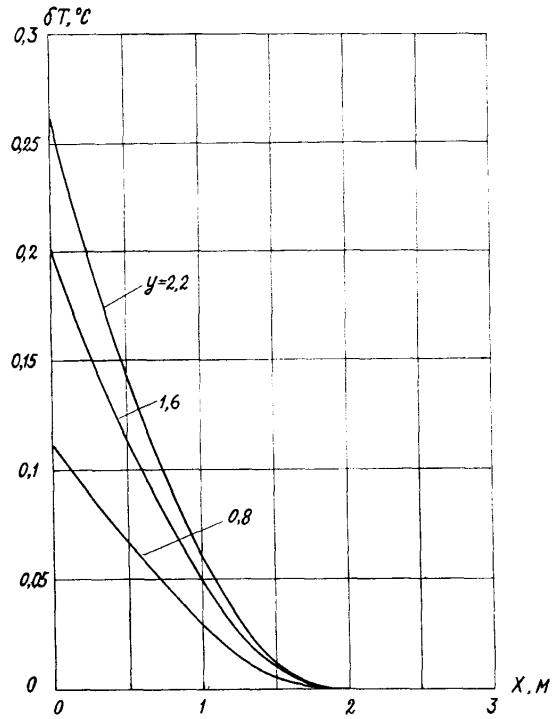


Рис. 3.11. Залежність теплового впливу від координати  $x$  при різних  $y$  (нестационарне поле,  $Fo = 500$ )

На рис. 3.12 і рис. 3.13 викреслено графіки зміни температури  $T$  відповідно в точках ґрунту з координатами  $x = 10\text{ м}$ ,  $y = 0,8\text{ м}$  і  $x = 10\text{ м}$ ,  $y = 2,2\text{ м}$  (верхня і нижня точки контакту ґрунту з газопроводом) залежно від критерія Фур'є або часу  $\tau$ , починаючи від моменту пуску газопроводів (початок липня місяця). На обох рисунках зверху вказані порядкові номери  $n$  місяців року, яким відповідають певні моменти часу нагрівання газопроводу. З рис. 3.12 ( $x = 10\text{ м}$ ,  $y = 0,8\text{ м}$ ) видно, що на протязі перших 500 год після пуску газопроводу відбувається досить інтенсивне збільшення температури в цій точці, а далі температура коливається подібно до коливань природної температури  $T_1$ , графік якої теж зображено на рис. 3.12. Цей факт свідчить про значний вплив природної температури  $T_1$  на температуру ґрунту  $T$  у цій точці.

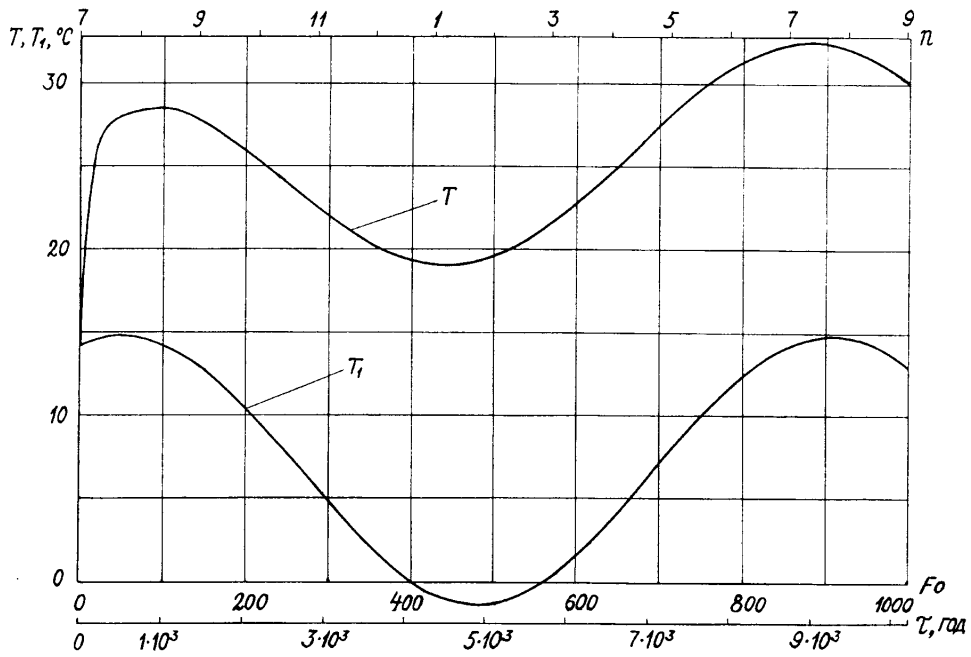


Рис. 3.12. Залежність температури  $T$  ґрунту в точці  $x=10$  м,  $y=0,8$  м і його природної температури  $T_1$  від часу

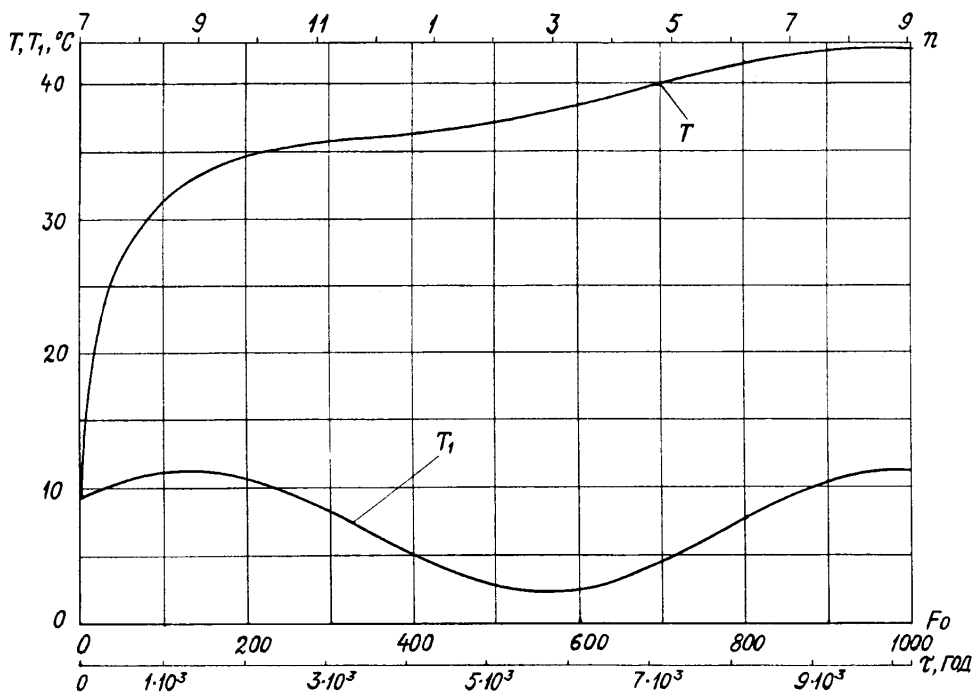


Рис. 3.13. Залежність температури  $T$  ґрунту в точці  $x=10$  м,  $y=2,2$  м і його природної температури  $T_1$  від часу

У точці  $x=10\text{м}$ ,  $y=2,2\text{м}$  (рис. 3.13) температура  $T$  досить інтенсивно зростає на протязі перших 2000год після пуску газопроводу, а далі ( $\tau=(2\cdot 10^3\dots 5\cdot 10^3)\text{год}$ ) температура  $T$  теж зростає, але надто повільно, що пояснюється зменшенням природної температури  $T_1$ . Після  $\tau=5\cdot 10^3\text{год}$  інтенсивність зростання  $T$  дещо збільшується, що викликано збільшенням природної температури  $T_1$ . У цьому випадку вплив природної температури значно менший, оскільки коливання природної температури є значно меншими ніж у верхній точці ( $x=10\text{м}$ ,  $y=0,8\text{м}$ ).

Розв'язок нестационарної задачі теплопровідності навколо газопроводів є наближеним, про що вказувалося в 3.2. Для оцінки наближеності розв'язку задачі перевірялася гранична умова (3.3). Визначався тепловий потік з 1м газопроводу для різних моментів часу через похідну температури і через температуру ґрунту за формулами

$$q(\tau) = -2\pi R_0 \lambda_t \left( \frac{\partial T}{\partial v_2} \right)_{cp}, \quad (3.47)$$

$$q(\tau) = 2\pi R_0 k_{cp} (T_\Gamma - T_c), \quad (3.48)$$

де  $(\partial T / \partial v_2)_{cp}$  - середнє значення похідної в ґрунті по напрямку внутрішньої нормалі на границі  $\Gamma_2$  ;

$T_c$  - середнє значення температури  $T$  на границі  $\Gamma_2$ .

Середні значення  $(\partial T / \partial v_2)_{cp}$ ,  $T_c$  обчислені за величинами похідної температури

$\frac{\partial T}{\partial v_2}$  і температури  $T$  в 16 точках на границі  $\Gamma_2$ . Отримані результати подані в

табл.3.1.

Числові значення теплового потоку в ґрунт з 1м газопроводу

Критерій Фур'є $ Fo $	Час від моменту пуску газопров., год	Тепловий потік в ґрунт, $ Вт/м $	
		Через похідну температури	Через температуру ґрунту
10	102,4	90,74	118,23
50	512,2	81,78	88,76
100	1024,3	76,02	79,28
200	2048,6	75,58	77,37
500	5121,5	87,26	86,01
1000	10243,1	58,29	54,01

З табл. 3.1 можна зробити висновок, що при малих  $Fo$  ( $Fo \leq 10$ ) розв'язок нестационарної задачі теплопровідності навколо двох газопроводів (3.32) досить грубо задовільняє граничній умові (3.3), але при  $Fo > 10$  ця умова задовольняється досить добре.

Крім дослідження температурного поля навколо газопроводів досліджувався і тепловий потік від газопроводів в ґрунт. За формулами (3.33) і (3.46) було розраховано тепловий потік  $q$  залежно від часу  $\tau$  при тих же вихідних даних, при яких знаходилася температура ґрунту. На рис. 3.14 криві 2 і 3 зображають залежність  $q(\tau)$ , знайдену відповідно за формулами (3.46) і (3.33). Характер зміни  $q(\tau)$  від часу для обох кривих однаковий. Крива 2 зображає тепловий потік на вході в кільцевий додатковий шар, а крива 3 – тепловий потік на виході із цього шару. Додаткове дослідження проведене на задачі для півпростору з граничною умовою третього роду і умовою першого роду, яка її заміняє (Додаток В), доводить, що величина теплового потоку у випадку нестационарного температурного поля на границі півпростору при умові третього роду є меншою ніж величина теплового потоку на вході в додатковий шар, але більшою ніж на виході із додаткового шару. При наближенні температурного

поля до стаціонарного режиму різниця між вказаними тепловими потоками прямує до нуля. Із сказаного витікає такий висновок: крива 2 дає завищені значення  $q(\tau)$ , а крива 3 навпаки – занижені значення.

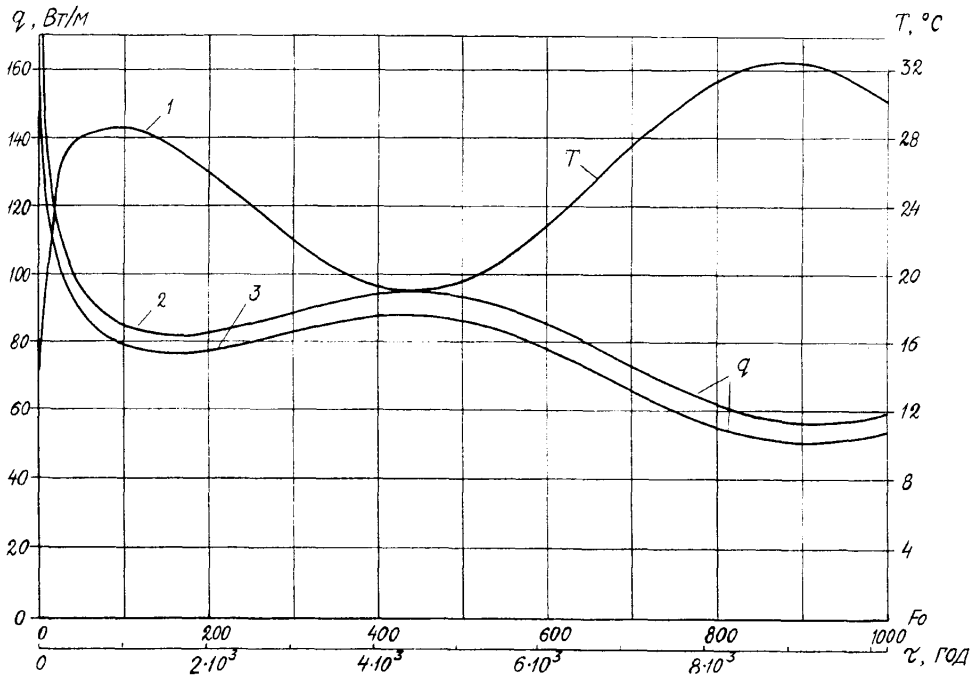


Рис. 3.14. Залежність теплового потоку від газопроводу в ґрунт і температури у верхній точці газопроводу від часу

Для в'яснення впливу температурного поля в ґрунті на величину  $q(\tau)$  у нашому дослідженні було прийнято  $T_r = const$ . На рис. 3.14 крива 1 зображає температуру  $T$  в ґрунті у верхній його точці контакту з газопроводом ( $x=10\text{ м}$ ,  $y=0,8\text{ м}$ ). З рис. 3.14 наглядно видно, що збільшення температури  $T$  призводить до зменшення  $q(\tau)$ . Максимум  $T$  викликає мінімум  $q(\tau)$ , більший максимум для  $T$  призводить до меншого мінімуму для  $q(\tau)$ . Пояснюється це тим, що при збільшенні  $T$  і  $T_r = const$  зменшується їх різниця, а це викликає зменшення теплового потоку від газопроводу в ґрунт.

Накінець потрібно сказати, що формула (3.46) для теплового потоку від газопроводу в ґрунт є важливою в тому відношенні, що при постановці спряжених задач (спряжена задача в даному випадку – це задача, коли визначення

величин, що характеризують стан і рух газу в трубопроводі, і теплова задача ґрунту навколо газопроводу розглядаються сумісно) дозволяє полегшити їх розв'язання. Аналітичний вираз (3.46) для  $q(\tau)$  дає можливість спряжену задачу замінити двома зв'язаними між собою задачами, але які розв'язуються поодиноці.

В (3.46) тепловий потік  $q(\tau)$  залежить від температури газу  $T_r$ . Розглядаючи разом рівняння газової динаміки і (3.46), можна знайти функції температури, тиску і витрати газу в газопроводі, а також і функцію теплового потоку  $q(\tau)$ . Далі, знаючи функцію  $q(\tau)$ , визначається при необхідності температурне поле у будь-якій площині, перпендикулярній до осі газопроводу.

### 3.5. Висновки

1. Отримано наближений аналітичний розв'язок задачі теплопровідності для ґрунту навколо двох паралельних і однакових ниток газопроводу.

2. Проведене дослідження температурного поля навколо нитки газопроводу показало, що в початковий період від моменту пуску газопроводу  $\tau = (500 \dots 2000) \text{ год}$  має місце тільки збільшення температури в точках ґрунту, що контактують з газопроводом (на  $(14,1 \dots 25,1)^\circ\text{C}$ ), а далі температури в цих точках коливаються у відповідності з коливанням природної температури ґрунту.

3. Запропоновано два різних способи визначення теплового потоку  $q(\tau)$  від газопроводу в ґрунт. При першому способі для визначення  $q(\tau)$  необхідно знати середню температуру ґрунту по контуру його контакту з газопроводом і температуру газу в газопроводі (формула (3.33)). У випадку другого способу для визначення теплового потоку отримана аналітична формула (3.46), в якій величина теплового потоку залежить від температури газу  $T_r$  в газопроводі.

4. В результаті дослідження встановлено, що величина теплового потоку  $q(\tau)$  суттєво залежить від температури точок контакту ґрунту з газопроводом.

При збільшенні цієї температури величина теплового потоку зменшується і, навпаки, при зменшенні температури тепловий потік збільшується (при температурах у верхній точці контакту ґрунту з газопроводом  $T=28,67^{\circ}\text{C}$ ;  $19,11^{\circ}\text{C}$ ;  $32,44^{\circ}\text{C}$  величина теплового потоку від газопроводу в ґрунт, розрахована за формулою (3.46), відповідно приймає такі значення:  $q(\tau)=84,44 \text{ Вт/м}$ ;  $94,44 \text{ Вт/м}$ ;  $56,67 \text{ Вт/м}$ ).

5. Обидва способи визначення теплового потоку дають однаковий характер його зміни від часу. Але перший спосіб дає менше значення для  $q(\tau)$ , а другий спосіб, навпаки, - більше значення по відношенню до реального теплового потоку від газопроводу в ґрунт. Таке розходження значень теплового потоку, знайденого різними способами, пояснюється наближеністю аналітичного розв'язку задачі теплопровідності для ґрунту навколо двох паралельних газопроводів.



## РОЗДІЛ 4

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕРМОГАЗОДИНАМІЧНИХ  
ПРОЦЕСІВ В ГАЗОПРОВОДАХ

## 4.1. Математичне моделювання нестационарних неізотермічних процесів в газопроводах

Як і в розділі 3 розглядаємо газотранспортну систему, яка складається з двох паралельних однакових газопроводів, прокладених в ґрунті. Газопровід не є горизонтальним, тобто необхідно враховувати рельєф місцевості, по якій прокладено газопровід. Відбір газу по довжині газопроводу відсутній. Процеси руху в газопроводі неусталені і неізотермічні.

Аналогічно як і в [77] при математичному моделюванні процесу транспортування газу в газопроводі приймаємо, що

- 1) рух газу в газопроводі одновимірний;
- 2) перенос тепла в газі за рахунок теплопровідності у порівнянні з переносом тепла за рахунок конвекції незначний, так що ним можна знехтувати;
- 3) допустимо для ґрунтів застосовувати модель “еквівалентної теплопровідності”. На це вказувалося в 2.1;
- 4) теплофізичні характеристики ґрунтів не залежать від температури (вплив температури враховується вибором середніх значень цих характеристик).

Одновимірний нестационарний неізотермічний рух газу в трубопроводі описується системою рівнянь газової динаміки, які для циліндричної труби постійного діаметру мають такий вигляд [17,29,77]:

рівняння нерозривності

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0; \quad (4.1)$$

рівняння кількості руху

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(p + \rho v^2) = -\rho \left( g \sin \alpha + \frac{\lambda v^2}{2D} \right); \quad (4.2)$$

рівняння енергії

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[ \rho \left( u + \frac{v^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho v \left( u + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) \right] = \frac{4q^*}{D} - \rho g v \sin \alpha, \quad (4.3)$$

де  $p, T, \rho$  - тиск, температура і густина газу;

$x$  - вісь, яка співпадає з віссю трубопроводу;

$v$  - швидкість руху газу;

$g, \alpha$  - прискорення вільного падіння і кут нахилу осі трубопроводу до горизонту;

$u$  - внутрішня енергія одиниці маси газу;

$D$  - внутрішній діаметр трубопроводу;

$q^*$  - потік тепла зовнішнього теплообміну;

$\lambda$  - коефіцієнт гідравлічного опору (цей коефіцієнт є функцією від відносної шорсткості  $\varepsilon$  і числа Рейнольдса  $Re$ , тобто  $\lambda = \lambda(Re, \varepsilon)$ ).

Система рівнянь (4.1), (4.2) і (4.3) містить п'ять невідомих функцій ( $p, T, \rho, u, v$ ), при цьому вказані невідомі величини у свою чергу є функціями від  $x$  і часу  $\tau$ . Це означає, що для однозначного розв'язку системи рівнянь (4.1), (4.2) і (4.3) необхідно ще два рівняння, які зв'язують вказані величини.

Першим таким рівнянням є термічне рівняння стану реального газу, яке прийнято записувати у вигляді

$$\frac{p}{\rho} = z R T, \quad (4.4)$$

де  $R$  - газова стала;

$z$  - коефіцієнт, що враховує відхилення реальних газів від законів ідеальних газів і який часто називають коефіцієнтом стисливості.

Коефіцієнт  $z$  визначається експериментально залежно від відношення тиску і температури до їх критичних значень ( $p_c, T_c$ ), що характерні для даного газу.

У технічних розрахунках вигідно мати аналітичну формулу для  $z$ , яка б давала досить точні результати. Для вуглеводневих газів рекомендується застосовувати рівняння стану Берто [79,80], яке має вигляд

$$p = \rho R T_G z, \quad z = \left[ 1 + 0,07(p/p_c)(T_c/T_G)(1 - 6T_c^2/T_G^2) \right], \quad (4.5)$$

де  $p_c, T_c$  - критичні тиск і температура газу.

Співставлення розрахункових за формулою (4.5) і експериментальних значень коефіцієнта  $z$  показує їх досить добре співпадання в області температур і тисків газу, що мають місце при його транспортуванні [29].

Другим рівнянням, яке разом з рівняннями (4.1)-(4.3) і (4.5), утворює замкнуту систему рівнянь для визначення функцій  $p, T_G, \rho, u, v$  є калоричне рівняння [17]

$$i = \int_{T_{G0}}^{T_G} c_p dT_G + \int_{p_0}^p \left( V - T_G \left( \frac{\partial V}{\partial T_G} \right)_p \right) dp, \quad (4.6)$$

де  $i$  - ентальпія газу;

$c_p$  - теплоємність реального газу при сталому тиску;

$V$  - питомий об'єм газу ( $V$  - величина обернена до густини  $\rho$ );

$T_{G0}, p_0$  - початкові значення температури і тиску.

Система рівнянь (4.1)-(4.3) є системою гіперболічних рівнянь. Ці рівняння разом з рівняннями (4.5) і (4.6) представляють математичну модель нестационарного неізотермічного руху газу в трубопроводі. Цю модель можна

реалізувати різноманітними числовими методами. Для цього вихідна система рівнянь (4.1)-(4.3) зводиться до системи квазілінійних диференціальних рівнянь і для її розв'язання застосовуються різноманітні явні кінцево-різницеві схеми (метод сіток) [13-16].

У випадку різко нестационарних процесів, які виникають при аварійних або пускових режимах роботи газопроводів, теж використовується система рівнянь (4.1)-(4.3), яка апроксимується неявною Т-подібною різницевою схемою. При цьому отримується нелінійна система різницевих рівнянь, яка розв'язується ітераційним методом з використанням трьохмірної прогонки для трьохточкових різницевих рівнянь.

Крім вказаних методів реалізації математичної моделі (4.1)-(4.3), (4.5), (4.6) можна вказати на ще один можливий метод реалізації цієї моделі. Але для цього система рівнянь (4.1)-(4.3) попередньо зводиться до трьох квазілінійних рівнянь, в яких похідні від невідомих функцій представляються як похідні по одному напрямку на площині  $x, \tau$  [81]. Така форма рівнянь називається характеристичною.

Знайдемо характеристичну форму для системи рівнянь (4.1)-(4.3) [83]. Для цього рівняння (4.1) множимо на  $i - v^2/2$ , а (4.2)- на  $v$  і обидва рівняння віднімаємо від (4.3) і в результаті перетворень, враховуючи те, що  $u = i - p/\rho$ , отримуємо [17]

$$\rho \left( \frac{\partial i}{\partial \tau} + v \frac{\partial i}{\partial x} \right) - \left( \frac{\partial p}{\partial \tau} + v \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \Phi_1, \quad (4.7)$$

$$\text{де } \Phi_1 = \frac{4q^*}{D} + \rho v \frac{\lambda v^2}{2D}. \quad (4.8)$$

Користуючись калоричним рівнянням (4.6) і враховуючи те, що

$$\frac{di}{d\tau} = \frac{\partial i}{\partial \tau} + v \frac{\partial i}{\partial x}, \quad \frac{dp}{d\tau} = \frac{\partial p}{\partial \tau} + v \frac{\partial p}{\partial x},$$

рівняння (4.7) після перетворень набуває вигляду

$$\rho \left[ c_p \frac{dT_r}{d\tau} - T_r \left( \frac{\partial V}{\partial T_r} \right)_p \frac{dp}{d\tau} \right] = \Phi_1. \quad (4.9)$$

у рівнянні (4.9) диференціальний оператор  $d/d\tau$  має таку структуру:

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} + v \frac{\partial}{\partial x}. \quad (4.10)$$

Віднімаємо від рівняння (4.2) рівняння (4.1), яке попередньо множимо на  $v \pm c$ , і рівняння (4.9) помножене на  $\pm (\rho c / c_p) (\partial V / \partial T_r)_p$ . У процесі перетворень похідні  $\partial T_r / \partial \tau$ ,  $\partial T_r / \partial x$  відповідно виражаємо через похідні  $\partial p / \partial \tau$ ,  $\partial \rho / \partial \tau$  і  $\partial p / \partial x$ ,  $\partial \rho / \partial x$ . При цьому використовувалося рівняння стану реального газу (4.5).

Після виконання вказаних перетворень отримуємо два рівняння

$$\rho \frac{dv}{d\tau_+} + \frac{1}{c} \frac{dp}{d\tau_+} = -\rho \left( g \sin \alpha + \frac{\lambda v^2}{2D} \right) + \frac{\rho c}{c_p} \left( \frac{\partial V}{\partial T_r} \right)_p \Phi_1, \quad (4.11)$$

$$\rho \frac{dv}{d\tau_-} - \frac{1}{c} \frac{dp}{d\tau_-} = -\rho \left( g \sin \alpha + \frac{\lambda v^2}{2D} \right) - \frac{\rho c}{c_p} \left( \frac{\partial V}{\partial T_r} \right)_p \Phi_1, \quad (4.12)$$

де  $c$  - локальна швидкість звуку в газі;

$\frac{d}{d\tau_+}$ ,  $\frac{d}{d\tau_-}$  - диференціальні оператори, які мають такий вигляд:

$$\frac{d}{d\tau_+} = \frac{\partial}{\partial \tau} + (v + c) \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{d}{d\tau_-} = \frac{\partial}{\partial \tau} + (v - c) \frac{\partial}{\partial x}. \quad (4.13)$$

Оператори (4.13) вказують відповідно на диференціювання вздовж характеристик  $dx = (v + c)d\tau$  і  $dx = (v - c)d\tau$ . Швидкість звуку в газі [82]

$$c^2 = \chi R T_r z^2, \quad (4.14)$$

де  $\chi = c_p / c_v$ ;

$c_v$  - теплоємність газу при постійному об'ємі.

Між теплоємностями  $c_p$  і  $c_v$  існує функціональна залежність, яка у випадку рівняння Бертло має вигляд [17]

$$c_p = c_v + R z_2^2, \quad (4.15)$$

$$\text{де } z_2 = 1 + 0,84 \frac{T_c^3}{T_r^3} \frac{p}{p_c}.$$

Рівняння (4.9), (4.11) і (4.12) є рівняннями руху газу в трубопроводі, що представлені в характеристичній формі. У такому вигляді вони подаються в монографії [17], де розглядається більш загальний випадок: враховується приток маси газу через бокову поверхню газопроводу.

Користуючись рівнянням Бертло, знаходимо похідну  $(\partial V / \partial T_r)_p$  і підставляємо її в рівняння (4.9), (4.11), (4.12). Після перетворень отримуємо три рівняння руху реального газу в трубопроводі у дещо іншій формі

$$-\frac{dp}{d\tau} + \frac{z_2 \chi p}{(\chi - 1) T_r} \frac{dT_r}{d\tau} = \psi_1, \quad (4.16)$$

$$\frac{dv}{d\tau_+} + \frac{c}{\chi z p} \frac{dp}{d\tau_+} = \psi_2, \quad (4.17)$$

$$\frac{dv}{d\tau_-} - \frac{c}{\chi z p} \frac{dp}{d\tau_-} = \psi_3, \quad (4.18)$$

$$\text{де } \psi_1 = \frac{z}{z_2} \left( \frac{4q^*}{D} + \rho \frac{\lambda v^3}{2D} \right);$$

$$\psi_{2,3} = - \left( g \sin \alpha + \frac{\lambda v^2}{2D} \right) \pm \frac{z(\chi - 1)}{\rho z_2 c} \left( \frac{4q^*}{D} + \rho \frac{\lambda v^3}{2D} \right).$$

В останній формулі верхній знак відноситься до  $\psi_2$ , а нижній – до  $\psi_3$ .

Рівняння (4.16)-(4.18) співпадають з рівняннями, що наведені у праці [19], з тією лише різницею, що в правій частині рівнянь відповідних (4.17) і (4.18) відсутній доданок  $-g \sin \alpha$ , оскільки у вказаній праці розглядається горизонтальний газопровід.

У рівняннях (4.16),(4.17) і (4.18) шуканими функціями є тиск  $p$ , температура  $T_r$  і швидкість руху газу  $v$ . Однак у практиці трубопровідного транспорту газу як робочий параметр використовується не швидкість газового потоку, а його масова швидкість  $m = \rho v$ . Тому для практичних застосувань необхідно перейти від рівнянь (4.17) і (4.18) до рівнянь, в яких здійснюється диференціювання масової швидкості вздовж характеристик. Для цього множимо рівняння (4.17) на  $\rho$  і після деяких перетворень отримуємо

$$\frac{dm}{d\tau_+} - v \frac{d\rho}{d\tau_+} + \frac{c\rho}{\chi z p} \frac{dp}{d\tau_+} = \rho \psi_2. \quad (4.19)$$

Використовуючи рівняння (4.5), знаходимо похідну  $d\rho/d\tau_+$  через похідні  $dp/d\tau_+$  і  $dT_r/d\tau_+$

$$\frac{d\rho}{d\tau_+} = \frac{\rho}{pz} \frac{dp}{d\tau_+} - \frac{z_2 \rho}{z T_r} \frac{dT_r}{d\tau_+}. \quad (4.20)$$

Рівняння (4.20) підставляємо в (4.19), виконуємо спрощення. Аналогічні перетворення здійснюємо і над рівнянням (4.18). В результаті замість системи рівнянь (4.16)-(4.18) отримуємо

$$-\frac{dp}{d\tau} + C_1 \frac{dT_\Gamma}{d\tau} = D_1, \quad (4.21)$$

$$\frac{dm}{d\tau_+} + B_2 \frac{dp}{d\tau_+} + C_2 \frac{dT_\Gamma}{d\tau_+} = D_2, \quad (4.22)$$

$$\frac{dm}{d\tau_-} + B_3 \frac{dp}{d\tau_-} + C_3 \frac{dT_\Gamma}{d\tau_-} = D_3, \quad (4.23)$$

де  $C_1 = \frac{z_2 \chi \rho}{(\chi - 1) T_\Gamma}; \quad D_1 = \psi_1 = \frac{z}{z_2} \left( \frac{4q^*}{D} + \rho \frac{\lambda v^3}{2D} \right);$

$$B_2 = \frac{c - \chi v}{c^2}; \quad C_2 = \frac{m z_2}{z T_\Gamma}; \quad D_2 = \rho \psi_2 = -\rho \left( g \sin \alpha + \frac{\lambda v^2}{2D} \right) +$$

$$+ \frac{z(\chi - 1)}{z_2 c} \left( \frac{4q^*}{D} + \rho \frac{\lambda v^3}{2D} \right);$$

(4.24)

$$B_3 = -\frac{c + \chi v}{c^2}; \quad C_3 = \frac{m z_2}{z T_\Gamma};$$

$$D_3 = \rho \psi_3 = -\rho \left( g \sin \alpha + \frac{\lambda v^2}{2D} \right) - \frac{z(\chi - 1)}{z_2 c} \left( \frac{4q^*}{D} + \rho \frac{\lambda v^3}{2D} \right).$$

У рівняннях (4.21)-(4.24) величину теплообміну  $q^*$  між газом у трубопроводі і ґрунтом необхідно визначати за формулою

$$q = k_{sp} (T - T_\Gamma) \Big|_{\Gamma_i}, \quad i = 2, 3, \quad (4.25)$$

де  $T_{\Gamma_i}$  - середнє значення температури ґрунту по контуру контакту газопроводу з ґрунтом (розглядаються два однакових паралельних газопроводи).



Потік теплообміну між газопроводом і ґрунтом у наукових працях за виключенням [41] розраховують так:

$$q = k(T_l - T_r)_{y=H_0}, \quad (4.25')$$

де  $k$  - коефіцієнт теплопередачі від газопроводу [29];

$T_{l/y=H_0}$  - природна температура ґрунту на рівні осі газопроводу.

Розв'язування термогазодинамічних задач для газопроводів спрощується, якщо користуватися (4.25'). При цьому коефіцієнт  $k$  і  $T_{l/y=H_0}$  вважають сталими величинами. Термогазодинамічна задача розв'язується окремо без зв'язку з тепловою задачею ґрунту навколо газопроводу. Але необхідно відмітити, що коефіцієнт  $k$  - це величина, яка залежить від багатьох факторів. Знайти достовірне значення цієї величини досить і досить нелегко [29]. А для нестационарних процесів руху газу в газопроводах ця величина є ще, крім того, змінною величиною, що залежить від часу. Неточності визначення величини  $k$  викликають неточності у визначенні  $q^*$ , а отже і температури газу  $T_r$  і інших його термодинамічних величин.

Якщо ж користуватися для визначення  $q^*$  формулою (4.25), то необхідно відмітити, що на відміну від коефіцієнта  $k$  коефіцієнт  $k_{sp}$  можна знайти досить точно. Він залежить від коефіцієнта тепловіддачі від газу до трубопроводу і термічних опорів стінки труби і її ізоляції і визначається за формулою (2.5). Але в (4.25) є наявною температура ґрунту  $T$  навколо газопроводу, а тому термогазодинамічна задача для газопроводу і теплова задача ґрунту навколо газопроводу у цьому випадку повинні розв'язуватися сумісно. Це означає, що з метою отримання більш точних значень величин, що отримуються при розв'язку термогазодинамічної задачі, необхідно її розв'язувати сумісно з тепловою задачею ґрунту навколо газопроводу.

Оскільки рівняння (4.21)-(4.24) неможливо розв'язувати аналітично, то для їх розв'язання необхідно використати один із числових методів. При цьому

часовий інтервал розв'язку задачі  $[0, \tau]$  розбивається на  $n$  малих інтервалів  $\Delta\tau$  ( $\Delta\tau = \tau/n$ ). Якщо для якогось моменту часу  $\tau_i$  ( $\tau_i = i \cdot \Delta\tau$ ,  $0 < i < n$ ) знайдено температуру газу в трубопроводі через значення теплового потоку  $q_{i-1}^*$  попереднього інтервалу, то далі для того ж моменту часу знаходиться середня температура ґрунту по лінії контакту з газопроводом. Після цього за формулою (4.25) визначається тепловий потік  $q_i^*$ , а через нього – температура газу  $T_{\Gamma(i+1)}$  в момент часу  $\tau_{i+1}$  ( $\tau_{i+1} = (i+1)\Delta\tau$ ) і т.д.

Крім (4.25) для визначення потоку теплообміну між газопроводом і ґрунтом можна використовувати формулу (3.46). Як вказувалося в 3.4, розглядаючи разом рівняння газової динаміки і (3.46), можна визначити функції температури, тиску, витрати газу в газопроводі, а також і функцію теплового потоку  $q(\tau)$ . А далі знаходиться при необхідності температурне поле навколо газопроводу. Використання аналітичного виразу (3.46) для теплового потоку  $q(\tau)$  дає можливість уникнути необхідності через кожен невеликий проміжок часу  $\Delta\tau$  знаходити температури в ґрунті по контуру трубопроводу з метою розв'язання термогазодинамічних задач для газопроводів.

Як показує практика обчислень теплового потоку машинний час для визначення  $q(\tau)$  за формулою (3.46) є меншим ніж за формулою (4.25). Тому, користуючись (3.46), можна скоротити машинний час розв'язку термогазодинамічних задач.

Оскільки теплові процеси в ґрунті значно інерційніші ніж у газі, то при розгляданні термогазодинамічних процесів у трубопроводах, які протікають на протязі короткого проміжку часу (1...5год), можна знехтувати зміною температури в ґрунті, тобто вважати, що  $T = const$ . Щоб переконатися у правильності висловленої думки, звертаємося до праці [17], де приведені числові результати розв'язку задачі про перекриття дільниці газопроводу в кінцевому перерізі. В цьому перерізі за 30хв температура газу збільшилася на  $25^\circ C$ , тобто середня швидкість зміни температури складає  $50 \text{ град/год}$ . В той же час на рис.

3.12 зображено графік зміни температури в ґрунті в точці  $x=10\text{м}$ ,  $y=0,8\text{м}$  (верхня точка контакту газопроводу з ґрунтом). Графік побудовано від моменту пуску газопроводу за умови, що температура газу в трубопроводі постійно дорівнює  $50^\circ\text{C}$ . Як видно з рис. 3.12 на протязі перших 160год від моменту пуску газопроводу температура у вказаній точці зростає з найбільшою швидкістю. Розрахунок показує, що ця швидкість дорівнює приблизно  $0,07\text{град}/\text{год}$ .

Якщо розглядається короткочасний динамічний процес під час пуску газопроводу, то у такому разі для обчислення величини теплообміну  $q^*$  можна використати формулу

$$q^* = k_{zp} (T_{l,y=H_0} - T_r). \quad (4.25'')$$

Якщо ж покласти в рівняннях (4.21)-(4.24)  $\alpha = 0$ , то отримані при цьому рівняння співпадають з рівняннями, наведеними у статті [19]. Система рівнянь (4.21)-(4.24) є системою диференціальних рівнянь неусталеного неізотермічного руху газу в трубопроводі, представленими в характеристичній формі.

Така система рівнянь, як це відомо з математики [20-22], може бути розв'язана одним із числових методів – методом характеристик. У наступному підрозділі розглянуто цей метод на прикладі задачі, що відповідає пусковому режиму газопроводу.

## 4.2. Нестационарна задача роботи газопроводу в пусковий період

Розглядається ділянка газопроводу довжиною  $L=100\text{км}$ . Перед пуском газопроводу на ділянці був створений тиск  $p_0 = 4\text{МПа}$ , зроблена витримка, так що температура газу  $T_r$  дорівнювала температурі навколишнього середовища

(грунту)  $T = T_1 = 12,69^\circ \text{C}$  на глибині осі газопроводу  $H_0 = 1,5 \text{ м}$ , а його масова швидкість  $m = 0$ .

В момент часу  $\tau = 0$  на початку ділянки почала працювати компресорна станція, характеристика якої

$$\varepsilon^2 = a - bQ^2, \quad (4.26)$$

де  $\varepsilon = p_{вих} / p_{вх}$ ;  $p_{вх}, p_{вих}$  - тиск відповідно на вході в компресорну станцію і на виході з неї;

$Q$  - подача газу в компресорну станцію.

Величину тиску і температури газу на вході в компресорну станцію було прийнято  $p_{вх} = 4 \text{ МПа}$ ,  $T_{вх} = 285 \text{ К}$ . Потрібно визначити динамічні величини для газу як функції часу і координати перерізу ділянки газопроводу, якщо температура газу на виході із компресорної станції

$$T_{вих} = T_{вх} \varepsilon^{\frac{n-1}{n}}, \quad (4.27)$$

$n = 1,31$ , а масова швидкість газу в кінці ділянки ( $x = L \text{ км}$ )  $m = 0$  [84].

Для розв'язання поставленої задачі використовуємо рівняння нестационарного неізотермічного руху газу в трубопроводі (4.21)-(4.24), що зведені до характеристичної форми. У такому разі згідно [21,22] диференціальні рівняння характеристик мають вигляд

$$dx = v d\tau, \quad dx = (v + c) d\tau, \quad dx = (v - c) d\tau. \quad (4.28)$$

Величини  $p$ ,  $T$  і  $m$  є функціями  $x$  і  $\tau$ . Тому

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial \tau} d\tau, \quad dT_\Gamma = \frac{\partial T_\Gamma}{\partial x} dx + \frac{\partial T_\Gamma}{\partial \tau} d\tau,$$

$$dm = \frac{\partial m}{\partial x} dx + \frac{\partial m}{\partial \tau} d\tau.$$

Підставляючи в рівняння для  $dp$  і  $dT_\Gamma$  першу характеристику ( $dx = v d\tau$ ), отримуємо

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} v d\tau + \frac{\partial p}{\partial \tau} d\tau, \quad dT_\Gamma = \frac{\partial T_\Gamma}{\partial x} v d\tau + \frac{\partial T_\Gamma}{\partial \tau} d\tau. \quad (4.29)$$

Рівняння (4.21) множимо на  $d\tau$  і, враховуючи (4.10), (4.29) одержуємо диференціальну залежність на першій характеристиці

$$-dp + C_1 dT_\Gamma = D_1 d\tau. \quad (4.30)$$

Аналогічно отримуються диференціальні залежності на другій і третій характеристиках

$$dm + B_2 dp + C_2 dT_\Gamma = D_2 d\tau, \quad (4.31)$$

$$dm + B_3 dp + C_3 dT_\Gamma = D_3 d\tau. \quad (4.32)$$

Система рівнянь (4.30)-(4.32) після їх заміни різницевиими рівняннями може розв'язуватися методом Массо [20] або методом фіксованої сітки характеристик [19,23] (рис. 4.1). Використаємо другий метод. При цьому характеристики, проведені через точку  $P$   $i$ -го часового шару ( $\tau_0 + i \cdot \Delta\tau$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ), повинні перетинати попередній шар  $\tau_0 + (i-1) \cdot \Delta\tau$  в точках, що знаходяться в межах кроку  $\Delta x$  зміни координати  $x$  зліва і справа від точки  $O$ , щоб забезпечити сходимість даної явної скінченно-різницевої схеми [85] ( $\tau_0$ - початковий момент часу;  $\Delta\tau$ - крок зміни часу). Найменший нахил з віссю  $X$  має друга характеристика. В

межах двох сусідніх шарів початково характеристики беремо у вигляді прямих ліній, тому для другої характеристики матимемо

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{1}{v+c},$$

а оскільки необхідно, щоб  $RO \leq \Delta x$ , то отримуємо

$$\Delta\tau \leq \frac{\Delta x}{(v+c)_{\max}}. \quad (4.33)$$

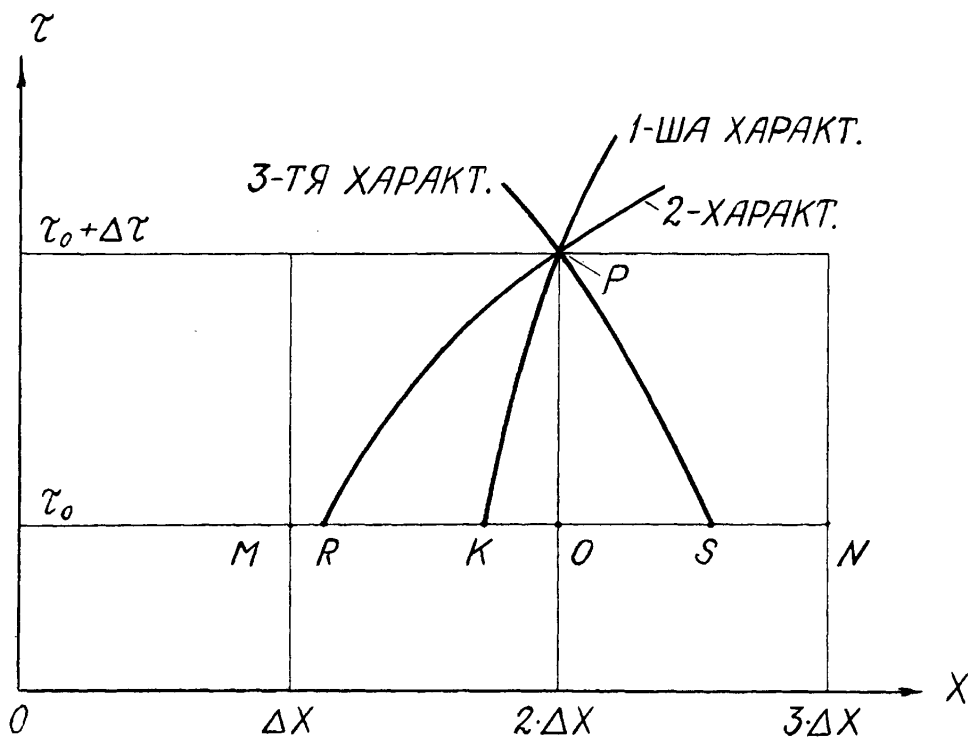


Рис. 4.1. Фіксована прямокутна сітка методу характеристик

Нерівність (4.33) є умовою Куранта-Фрідрікса-Леві [85].

Заміняємо диференціальні рівності (4.30)-(4.32) різницевиими рівняннями

$$\left. \begin{aligned} -(p_P - p_K) + C_{1K}(T_{GP} - T_{GK}) &= D_{1K}\Delta\tau, \\ (m_P - m_R) + B_{2R}(p_P - p_R) + C_{2R}(T_{GP} - T_{GR}) &= D_{2R}\Delta\tau, \\ (m_P - m_S) + B_{3S}(p_P - p_S) + C_{3S}(T_{GP} - T_{GS}) &= D_{3S}\Delta\tau. \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

Величини  $p_K, T_{GK}, C_{1K}, D_{1K}, m_R, p_R, T_{GR}, B_{2R}, C_{2R}, D_{2R}, m_S, p_S, T_{GS}, B_{3S}, C_{3S}, D_{3S}$  відносяться до попереднього часового шару, обчислення на якому вже виконано, в точках  $K, R, S$  (останній індекс кожної записаної величини відповідає точці, до якої він відноситься ( $K, R$  або  $S$ )). На початку обчислень вказані вище величини відповідають нульовому шару і знаходяться з початкових умов задачі.

Таким чином система рівнянь (4.34) є системою відносно невідомих тиску  $p_P$ , температури  $T_{GP}$  і масової швидкості  $m_P$  газу в точці  $P$  (рис. 4.1). Після її розв'язання отримуємо

$$\left. \begin{aligned} T_{GP} &= \frac{A_1 + A_4(C_{1K}T_{GK} - p_K + D_{1K} \cdot \Delta\tau) + A_2 + A_3 + A_6 \cdot \Delta\tau}{C_{1K} \cdot A_4 + A_5}, \\ p_P &= \frac{A_1 + A_2 + A_3 - A_5T_{GP} + A_6 \cdot \Delta\tau}{A_4}, \\ m_P &= m_R + B_{2R}(p_R - p_P) + C_{2R}(T_{GR} - T_{GP}) + D_{2R} \cdot \Delta\tau, \end{aligned} \right\} \quad (4.35)$$

де  $A_1 = m_R - m_S$ ,  $A_2 = B_{2R}p_R - B_{3S}p_S$ ,  $A_3 = C_{2R}T_{GR} - C_{3S}T_{GS}$ ,

$$A_4 = B_{2R} - B_{3S}, \quad A_5 = C_{2R} - C_{3S}, \quad A_6 = D_{2R} - D_{3S}.$$

За формулами (4.35) визначаються значення величин  $p, T_G$  і  $m$  у всіх внутрішніх вузлах просторової сітки для моменту часу  $\tau = \tau_0 + i \cdot \Delta\tau$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), якщо ці величини у цих же вузлах знайдено для попереднього моменту часу ( $\tau = \tau_0 + (i-1) \cdot \Delta\tau$ ). Значення величин  $p, T_G$  і  $m$  у граничних точках обчислюються за формулами, які отримуються з граничних умов задачі.

У правій граничній точці  $x = L$  необхідно розв'язати перших два рівняння (4.34), приймаючи до уваги граничну умову ( $m = 0$  при  $x = L$ ). В результаті одержуємо

$$\left. \begin{aligned} T_{ГР} &= \frac{m_R - B_{2R}(p_K - p_R - C_{1K}T_{ГК} - D_{1K}\Delta\tau) + C_{2R}T_{ГР} + D_{2R}\Delta\tau}{B_{2R}C_{1K} + C_{2R}}, \\ p_P &= p_K + \frac{C_{1K}[m_R - B_{2R}(p_K - p_R) + C_{2R}(T_{ГР} - T_{ГК})] + (C_{1K}D_{2R} - C_{2R}D_{1K})\Delta\tau}{B_{2R}C_{1K} + C_{2R}} \end{aligned} \right\} (4.36)$$

Встановимо формули для визначення  $m_P, T_{ГР}, p_P$  у лівій граничній точці  $x=0$ . Для цього вибираємо конкретний нагнітач – PCL-1002 і користуючись його характеристикою для  $[n/n_u]_{зв} = 1$  [86], вибираємо на ній дві точки ( $\varepsilon = 1,57, Q = 500 \text{ м}^3/\text{хв}$ ;  $\varepsilon = 1,51, Q = 600 \text{ м}^3/\text{хв}$ ). Розв'язуючи систему двох рівнянь, яка при цьому отримується, знаходимо сталі  $a$  і  $b$  рівняння (4.26). І тепер рівняння (4.26) набуває вигляду

$$\varepsilon^2 = 2,8849 - 6,048 \cdot 10^{-3} Q^2, \quad Q \text{ в } \text{м}^3/\text{с}. \quad (4.37)$$

Переходимо в (4.37) до масової швидкості

$$m = Q \frac{p_{вх}}{z_{вх} R T_{вх} A} \quad (4.38)$$

і після цього із (4.37) знаходимо  $p_{вх}$  ( $p_{|x=0} = p_{вх}$ ),

де  $z_{вх}$  - коефіцієнт стисливості газу на вході в компресорну станцію;

$A$  - площа поперечного перерізу газопроводу.

В результаті отримуємо

$$p_{|x=0}^2 = a_3 - a_4 m_{|x=0}^2, \quad (4.39)$$

$$a_3 = 46,1584 \cdot 10^{12} (\text{Па})^2, \quad a_4 = 2,5616816 \cdot 10^8 \text{ м}^2/\text{с}^2.$$



розрахунки були проведені для газу метану і газопроводу 1420мм з внутрішнім діаметром  $D=1380$ мм.

З рівності (4.27) маємо

$$T_{r|x=0} = a_1 p_{|x=0}^{a_2}, \quad (4.40)$$

$$a_1 = 7,8077437 K \cdot (Па)^{-0,2366412}, \quad a_2 = 0,2366412.$$

Крім рівнянь (4.39) і (4.40) для граничної точки  $x=0$  необхідно брати третє рівняння системи (4.34). Розв'язуючи систему цих трьох рівнянь, одержуємо

$$m_p + B_{3S}(a_3 - a_4 m_p^2)^{0,5} + C_{3S} a_1 (a_3 - a_4 m_p^2)^{0,5 a_2} = m_S + B_{3S} p_S + C_{3S} T_{rS} + D_{3S} \Delta \tau, \quad (4.41)$$

$$p_p = (a_3 - a_4 m_p^2)^{0,5}, \quad (4.42)$$

$$T_{rP} = a_1 (a_3 - a_4 m_p^2)^{0,5 a_2}. \quad (4.43)$$

Таким чином, у лівій граничній точці кожен раз (на кожному часовому шарі) необхідно розв'язувати трансцендентне рівняння (4.41) для знаходження масової швидкості  $m_p$  і через неї за формулами (4.42) і (4.43) визначати тиск і температуру газу в цій точці.

Користуючись отриманими формулами (4.35),(4.36),(4.41)-(4.43), було розроблено алгоритм обчислення тиску  $p$ , температури  $T_r$  і масової швидкості  $m$  газу у всіх вузлових точках  $P$  прямокутної сітки як внутрішніх, так і крайніх лівих і правих на всіх часових шарах  $i \cdot \Delta \tau$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) (рис.4.1).

Основні складові цього алгоритму такі:

- 1) враховуючи задані початкові умови, обчислюються величини  $p$ ,  $T_r$  і  $m$  газу у всіх вузлових точках нульового шару, тобто в початковий момент (згідно умови даної задачі всі названі величини є однаковими у всіх вузлових точках нульового шару);

- 2) попередньо визначаються координати  $x_R, x_K, x_S$  точок  $R, K, S$  на  $i-1$ -ому часовому шарі ( $i=1,2,\dots,n$ ). При цьому для точок  $R, K, S$ , що лежать навколо вузлових точок, використовуються формули  $x_R = (j-1)\Delta x - \Delta\tau(v+c)$ ,  $x_K = (j-1)\Delta x - \Delta\tau \cdot v$ ,  $x_S = (j-1)\Delta x + \Delta\tau|v-c|$ , а для лівої крайньої вузлової точки  $x_R = x_K = 0$ ,  $x_S = \Delta\tau|v-c|$  і правої крайньої вузлової точки  $x_R = (m-1)\Delta x - \Delta\tau(v+c)$ ,  $x_K = (m-1)\Delta x - \Delta\tau \cdot v$ ,  $x_S = (m-1)\Delta x$  ( $j$ - номер вузлової точки вздовж осі  $X$  зліва направо, починаючи з крайньої лівої,  $j=1,2,\dots,m$ ;  $m$ - загальна кількість вузлових точок зліва направо). При користуванні записаними формулами значення швидкостей  $v$  і  $c$  беруться в середній точці інтервалу між вузловими точками, на якому розміщена відповідна точка ( $R, K$  чи  $S$ );
- 3) методом лінійної інтерполяції визначаються  $p, T_f$  і  $m$  в точках з координатами  $x_R, x_K, x_S$ . За допомогою отриманих значень  $p, T_f$  і  $m$  визначаються швидкості  $v$  і  $c$  в точках з координатами  $x_R, x_K, x_S$ , а далі за тими ж формулами, що і в попередньому пункті, визначаються уточнені координати  $x_R, x_K, x_S$  точок  $R, K, S$ . Уточнення координат точок  $R, K$  і  $S$  продовжується до тих пір, поки різниця між новими і попередніми координатами не стане меншою  $0,01\text{м}$ ;
- 4) використовуючи уточнені координати  $x_R, x_K, x_S$ , методом квадратичної інтерполяції визначаються  $p_R, T_{fR}, m_R, p_K, T_{fK}, p_S, T_{fS}, m_S$  у точках  $R, K, S$  на  $i-1$ -ому часовому шарі, а також коефіцієнти і праві частини газових рівнянь (4.34);
- 5) за формулами (4.35),(4.36),(4.41)-(4.43) попередньо визначаються тиск  $p$ , температура  $T_f$  і масова швидкість газу  $m$  у всіх вузлових точках  $i$ -го часового шару. При користуванні формулою (4.41) розв'язується трансцендентне рівняння, з якого знаходиться масова швидкість газу  $m$  у вузловій точці  $x=0$ . Після цього знаходяться тиск і температура газу у цій же вузловій точці за формулами (4.42),(4.43). Алгоритм розв'язку

трансцендентного рівняння полягає в тому, що певний інтервал, на якому знаходиться корінь рівняння, розбивається на  $k$ -рівних частин. Знаходяться дві сусідні точки цього ділення, між якими знаходиться корінь рівняння, а далі його значення уточнюється методом хорд до досягнення потрібної точності;

6) уточнюються координати  $x_R, x_K, x_S$  з врахуванням того, що швидкості  $v$  і  $c$  на всіх трьох характеристиках не є сталими, а змінюються, тобто характеристики не є прямими, а кривими лініями (знаходяться швидкості  $v$  і  $c$  в точках  $P$   $i$ -го часового шару і за їх допомогою середньоарифметичні значення цих швидкостей на кожній характеристиці між  $i-1$ -им і  $i$ -им часовими шарами. Отримані середні значення швидкостей  $v$  і  $c$  і використовуються для уточнення координат  $x_R, x_K, x_S$  точок  $R, K$  і  $S$   $i-1$ -го часового шару);

7) за уточненими координатами  $x_R, x_K, x_S$  знову визначаються  $p, T_r$  і  $m$  у всіх вузлових точках  $i$ -го шару. Це уточнення продовжується до тих пір, поки різниця нових значень  $p, T_r$  і  $m$  і їх попередніх значень не стане меншою певної малої величини (для  $p$  і  $T_r$  це 0,01%, а для  $m$  -  $0,01 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ).

Цей алгоритм повторюється на кожному наступному часовому шарі.

Користуючись вище викладеними алгоритмом, була розроблена комп'ютерна програма DPG2 (Додаток Д), яка дала можливість отримати числові результати розв'язку даної задачі для масової швидкості  $m$ , температури  $T_r$  і тиску  $p$  в трубопроводі залежно від часу  $\tau$  і координати  $x$  вздовж його ділянки.

Вихідні дані для обчислення за програмою DPG2, отримані результати і їх аналіз даються у наступному підрозділі.

### 4.3. Аналіз результатів реалізації нестационарної термогазодинамічної задачі

Для обчислення величин температури  $T_r$ , тиску  $p$  і масової швидкості  $m$  газу в газопроводі при умовах задачі, що розглядалася в попередньому підрозділі, були прийняті такі вихідні дані:  $T_1 = 12,69^\circ C$ ,  $p_0 = 4 \text{ МПа}$ ,  $D = 1,38 \text{ м}$ ,  $\chi = 1,44$ ,  $k_{rp} = 1,16 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ,  $\lambda = 0,0159$ , критичні тиск і температура газу  $p_c = 4,626 \text{ МПа}$ ,  $T_c = 190,77 \text{ К}$ ,  $R = 518,25 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$  (газ метан), газопровід горизонтальний, тобто  $\alpha = 0^\circ$ , довжина ділянки газопроводу  $L = 100 \text{ км}$ , параметри рівнянь (4.41)-(4.43)

$$a_1 = 7,807747 \text{ К}(\text{Па})^{-a_2}, a_2 = 0,2366412, a_3 = 46,1584 \cdot 10^{12} (\text{Па})^2, a_4 = 2,5616816 \cdot 10^8 \text{ м}^2/\text{с}^2$$

При розрахунках було прийнято  $\Delta x = 500 \text{ м}$ ,  $\Delta \tau = 1 \text{ с}$ . Обчислення величин  $p$ ,  $T_r$  і  $m$  виконано при зміні  $x$  від 0 до 100 км і при зміні часу від  $\tau = 0$  до  $\tau = 45 \text{ хв}$ . За результатами обчислень побудовано графіки  $p(x)$ ,  $T_r(x)$ ,  $m(x)$  для різних моментів часу  $\tau$ .

На рис. 4.2 зображена залежність  $p(x)$  для різних  $\tau$ , починаючи від  $\tau = 0$ . Для всіх  $\tau$  тиск плавно зменшується при збільшенні  $x$ . При збільшенні  $\tau$  тиск збільшується по всій довжині ділянки газопроводу і при цьому з певного моменту часу в кінці ділянки газопроводу це збільшення є більшим ніж на її початку, тобто відбувається вирівнювання тиску по всій ділянці газопроводу при зростанні  $\tau$ . Як видно з рис. 4.2 через 45 хв від початку роботи компресорної станції різниця між тисками газу в кінці і на початку ділянки трохи більша 0,25 МПа. На рис. 4.3 теж зображена залежність  $p(x)$  для  $\tau = 15 \text{ хв}$  і  $\tau = 16 \text{ хв}$ . Графіки побудовані по точках через кожні 500 м довжини газопроводу і підтверджують плавну зміну тиску залежно від  $x$ .

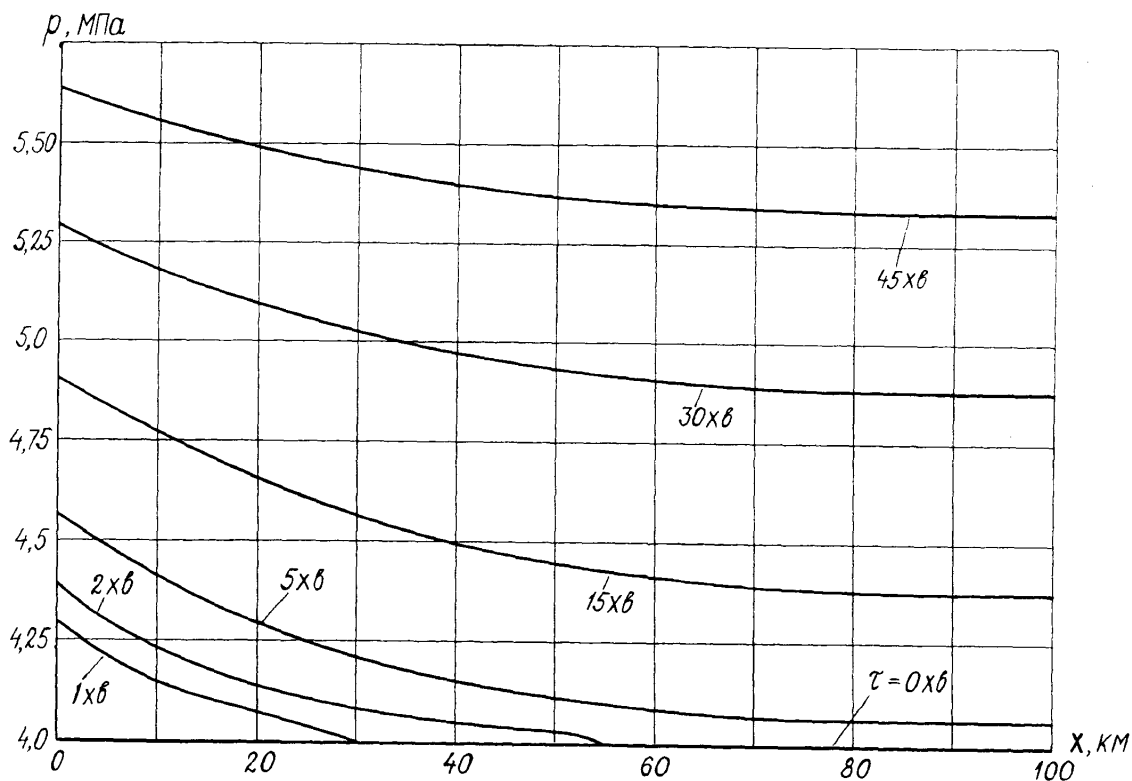


Рис. 4.2. Залежність тиску  $p$  в поперечних перерізах газопроводу від їх координати  $x$  для різних моментів часу

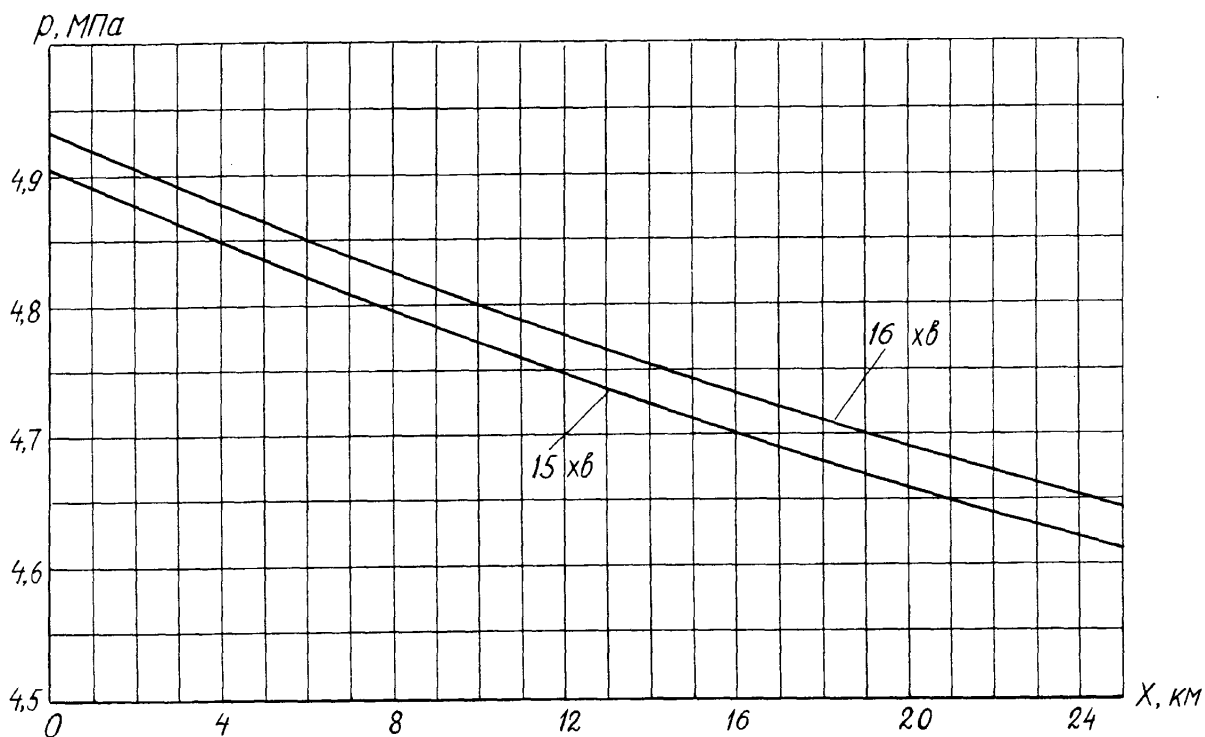


Рис. 4.3. Залежність тиску  $p$  в поперечних перерізах газопроводу від їх координати  $x$  для  $\tau = 15$  і  $16$  хв.

На рис. 4.4 представлена функція масової швидкості газу  $m(x)$  для різних  $\tau$ . Чим менший час  $\tau$ , тим більш інтенсивно при збільшенні  $x$  функція  $m(x)$  прямує до нуля. Якщо для  $x=0$   $m$  постійно зменшується, то для перерізу  $x=x_1 > 0$  існує певний невеликий проміжок часу, на протязі якого  $m$  практично не змінюється, і при цьому для  $x < x_1$   $m$  зменшується, а для  $x > x_1$  навпаки збільшується. При збільшенні  $\tau$  точка  $x_1$  переміщається в сторону більших  $x$ . В певний момент часу точка  $x_1$  попадає в кінець ділянки газопроводу. Від цього моменту часу  $m$  зменшується по всій ділянці газопроводу і в тим більшій мірі, чим ближче розміщений переріз газопроводу від початку ділянки.

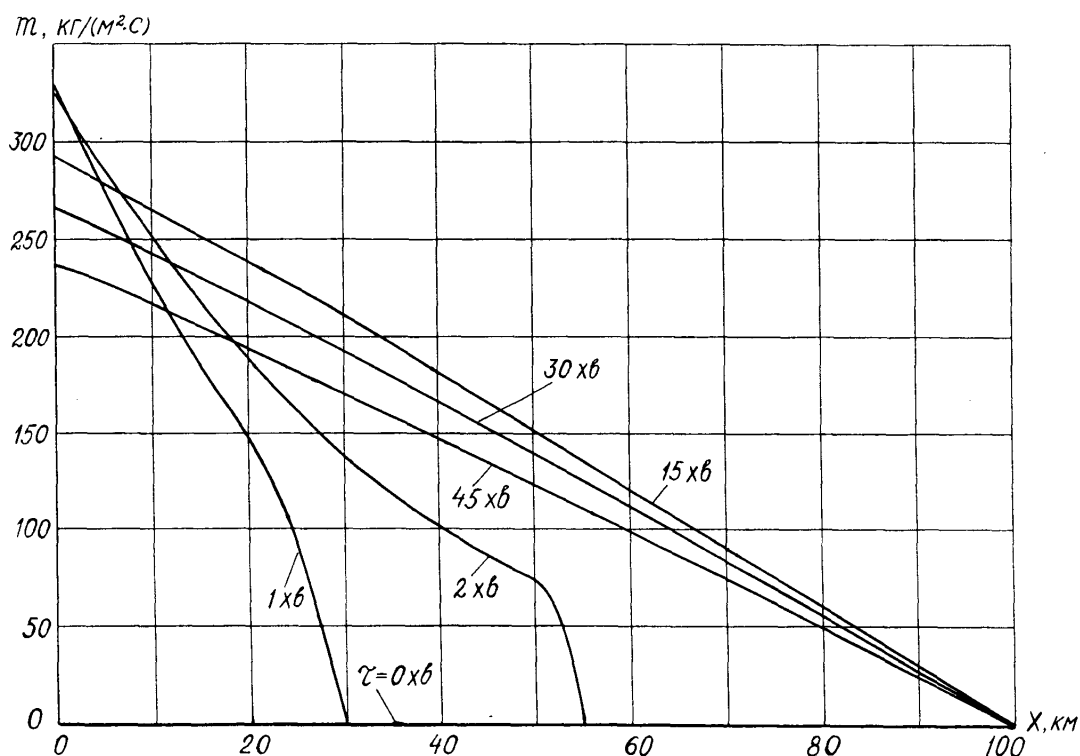


Рис. 4.4. Залежність масової швидкості газу  $m$  від координати  $x$  газопроводу для різних моментів часу

На рис. 4.5 і рис. 4.6 викреслена залежність  $T(x)$  для різних  $\tau$ . Точки на графіках рис. 4.6 було нанесено через кожні 500м. Температура по довжині ділянки газопроводу зменшується, але має місце максимум температури, який при збільшенні  $\tau$  зміщується в сторону більшого  $x$ . Повна енергія газу є сумою потенціальної, кінетичної і внутрішньої або теплової енергій. В момент пуску

газопроводу при зростанні швидкості газу починають зростати гідравлічні втрати, пов'язані зі швидкістю руху газу, тобто кінетичною енергією газу. Робота сил тертя перетворюється в теплову енергію, яка не встигає передатися в навколишнє середовище. Тому спостерігається деяке підвищення температури газу. Цей тепловий максимум в подальшому переміщується з потоком газу.

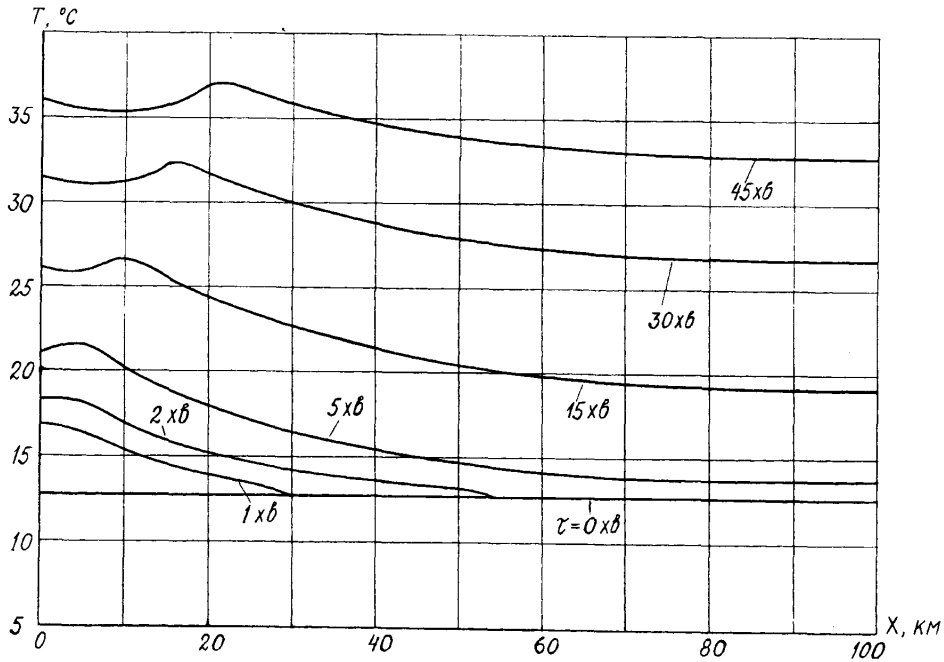


Рис. 4.5. Залежність температури газу  $T_r$  в трубопроводі від координати  $x$  його перерізів для різних моментів часу

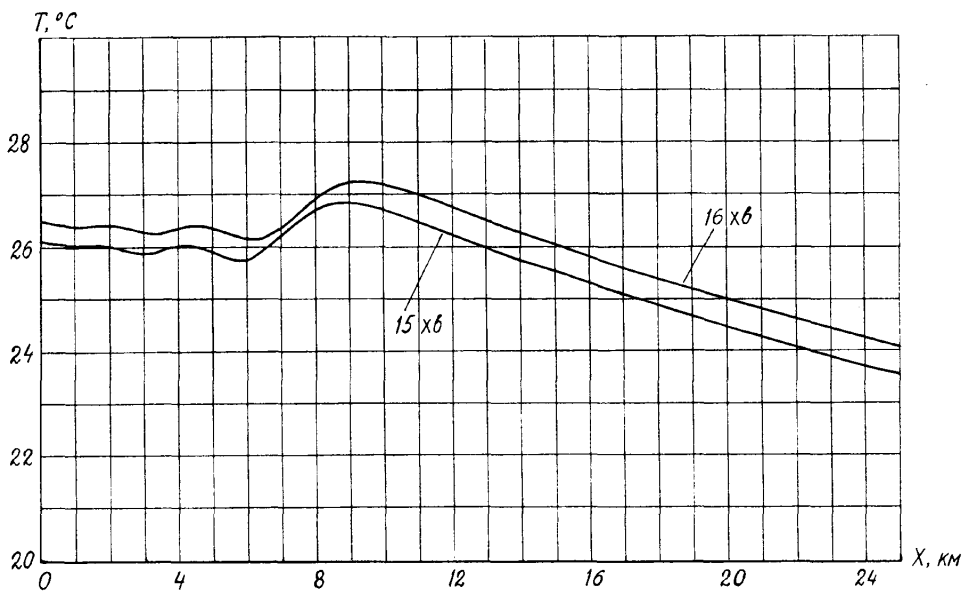


Рис. 4.6. Залежність температури газу  $T_r$  в трубопроводі від координати  $x$  його перерізів для моментів часу  $\tau=15$  і  $16$  хв

Крім того, як видно із рис. 4.5 і рис. 4.6 зі збільшенням часу  $\tau$  роботи компресорної станції зростає температура газу по всій ділянці газопроводу. Через 45хв від початку роботи станції температура газу в перерізі  $x=0$  збільшилася майже в 3 рази. З певного моменту часу різниця між температурами газу в крайніх перерізах ділянці газопроводу зменшується, тобто відбувається вирівнювання температури газу.

#### 4.4 Порівняння результатів стабілізації температури, тиску і масової швидкості реального газу при зупинці газопроводу

Задача стабілізації температури, тиску і витрати газу при зупинці горизонтального газопроводу розглядалася в праці [13]. При цьому зміна швидкості руху газу по координаті  $x$  газопроводу і по часу  $\tau$  не враховувалася ( $\partial v/\partial x = 0, \partial v/\partial \tau = 0$ ). До зупинки газопровід працював у стаціонарному режимі, для якого було задано тиск і температуру газу на початку ділянці ( $p_{\text{н}} = 5,5 \text{ МПа}, T_{\text{н}} = 320 \text{ К}$ ), масову витрату газу ( $G_{\text{н}} = 100 \text{ кг/с}$ ). Крім того, було відомо, що довжина ділянці газопроводу  $L = 100 \text{ км}$ , діаметр газопроводу  $D = 0,7 \text{ м}$ , температура ґрунту навколо газопроводу  $T_0 = 285 \text{ К}$ , газ – метан.

У початковий момент часу ( $\tau = 0$ ) ділянку газопроводу перекрили, тобто при  $x = 0$  і  $x = 100 \text{ км}$   $G = 0$ . Необхідно було знайти зміну тиску, температури і витрати газу у процесі їх стабілізації.

Сформульована задача розв'язувалася авторами праці [13] методом сіток з використанням явної різницевої схеми. Ця ж задача розглянута і нами, але при врахуванні того, що при зупинці газопроводу  $\partial v/\partial x \neq 0, \partial v/\partial \tau \neq 0$ . При цьому використано метод характеристик.

При стаціонарному русі газу в газопроводі рівняння (4.21)-(4.23) спрощуються і будуть



$$-\nu \frac{dp}{dx} + C_1 \nu \frac{dT_r}{dx} = D_1, \quad (4.44)$$

$$B_2(\nu + c) \frac{dp}{dx} + C_2(\nu + c) \frac{dT_r}{dx} = D_2, \quad (4.45)$$

$$B_3(\nu - c) \frac{dp}{dx} + C_3(\nu - c) \frac{dT_r}{dx} = D_3. \quad (4.46)$$

Із рівнянь (4.45) і (4.46) отримуємо

$$(B_2 - B_3) \frac{dp}{dx} = \frac{D_2}{\nu + c} - \frac{D_3}{\nu - c}. \quad (4.47)$$

Після підстановки величин  $B_2, B_3, D_2, D_3$  у рівняння (4.47), заміни швидкості газу  $\nu$  через величини  $m, p$  і  $T_r$  і ряду перетворень матимемо

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\lambda \chi z p m^2 R T_r}{2D(m^2 R T_r - \chi p^2)} + \frac{(\chi - 1) m p}{D z_2 (m^2 R T_r - \chi p^2)} \left( 4q^* + \frac{\lambda z^2 R^2 T_r^2 m^3}{2p^2} \right). \quad (4.48)$$

Розв'язуємо рівняння (4.44) відносно похідної температури газу по координаті  $x$

$$\frac{dT_r}{dx} = \frac{D_1}{C_1 \nu} + \frac{1}{C_1} \frac{dp}{dx}. \quad (4.49)$$

Заміняємо в (4.49) похідну  $dp/dx$  правою частиною рівняння (4.48). Після підстановки величин  $C_1, D_1$  і цілого ряду перетворень одержуємо

$$\frac{dT_r}{dx} = \frac{\lambda(\chi - 1)zm^2RT_r^2}{2Dz_2(m^2RT_r - \chi p^2)} + \frac{(\chi - 1)(m^2RT_r - p^2)}{Dz_2^2mR(m^2RT_r - \chi p^2)} \left( 4q^* + \frac{\lambda z^2 R^2 T_r^2 m^3}{2p^2} \right). \quad (4.50)$$

Рівняння (4.48) і (4.50) визначають зміну тиску і температури газу при стаціонарному русі газу в газопроводі і характеризують початкові умови задачі про зупинку газопроводу. Розв'язок системи квазілінійних рівнянь (4.48), (4.50) отримано числовим методом Адамса-Крилова.

Для визначення тиску, температури і масової швидкості газу від початку зупинки газопроводу, як і в 4.2, використовуємо метод фіксованої сітки характеристик. Вся довжина ділянки газопроводу ділиться на рівні інтервали довжиною  $\Delta x$ , а час дослідження  $\tau$  ділиться на інтервали  $\Delta \tau$ . При цьому на кожному часовому шарі  $\tau_0 + \Delta \tau \cdot i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;  $n$  - кількість часових інтервалів) отримано  $m$  вузлових точок ( $m = L/\Delta x$ ), відстань між якими дорівнює  $\Delta x$ . Кроки  $\Delta x$  і  $\Delta \tau$  повинні задовольняти нерівності (4.33), щоб забезпечити сходимість явної скінченно-різницевої схеми, яка використовується.

У всіх внутрішніх вузлових точках на кожному часовому шарі тиск  $p$ , температура  $T_r$  і масова швидкість газу  $m$  визначаються за формулами (4.35). У правій граничній точці  $x = L$  ділянки гранична умова ( $m = 0$  при  $x = L$ ) така ж, як і в задачі, що розглядалася в 4.2, тому для визначення тиску і температури в цій точці використовуються формули (4.36).

У лівій граничній точці  $x = 0$  необхідно прийняти до уваги граничну умову  $m = 0$ , третє рівняння (4.34), поклавши в ньому  $m_p = 0$ . Але цього недостатньо, оскільки маємо три невідомих. Використовуємо диференціальне рівняння (4.21), яке у цій граничній точці приймає вигляд

$$-\frac{\partial p}{\partial \tau} + C_1 \frac{\partial T_r}{\partial \tau} = D_1. \quad (4.51)$$

В останньому рівнянні похідні записуємо за допомогою скінченно-різницевої відношень

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \tau} \right|_{x=0} \cong \frac{p_p - p_p^{(i-1)}}{\Delta \tau}, \quad \left. \frac{\partial T_r}{\partial \tau} \right|_{x=0} \cong \frac{T_{rp} - T_{rp}^{(i-1)}}{\Delta \tau}, \quad (4.52)$$

де  $p_p^{(i-1)}, T_{rp}^{(i-1)}$  - тиск і температура газу у вузловій точці  $x=0$  попереднього часового шару. Величини  $C_i$  і  $D_i$  також беруться для  $i-1$  часового шару (попереднього). В результаті рівняння (4.51) набуває вигляду

$$-(p_p - p_p^{(i-1)}) + C_i^{(i-1)}(T_{rp} - T_{rp}^{(i-1)}) = D_i^{(i-1)} \Delta \tau, \quad (4.53)$$

де  $C_i^{(i-1)}, D_i^{(i-1)}$  - це величини  $C_i$  і  $D_i$ , взяті на попередньому  $i-1$ -ому часовому шарі.

Для знаходження температури  $T_{rp}$  і тиску  $p_p$  на  $i$ -ому часовому шарі при  $x=0$  розв'язуємо разом третє рівняння (4.34), прийнявши в ньому  $m_p = 0$ , і рівняння (4.53). Після розв'язку цієї системи рівнянь отримуємо

$$T_{rp} = \frac{m_s + D_{3S} \Delta \tau + C_{3S} T_s - B_{3S} (p_p^{(i-1)} - C_i^{(i-1)} T_{rp}^{(i-1)} - D_i^{(i-1)} \Delta \tau - p_s)}{B_{3S} C_i^{(i-1)} + C_{3S}}, \quad (4.54)$$

$$p_p = p_p^{(i-1)} + C_i^{(i-1)}(T_{rp} - T_{rp}^{(i-1)}) - D_i^{(i-1)} \Delta \tau.$$

Рівняння (4.35), (4.36), (4.54) разом з граничними умовами ( $m=0$  при  $x=0$  і  $x=L$ ) дають можливість знайти тиск  $p$ , температуру  $T_r$  і масову швидкість газу  $m$  у всіх вузлових точках площини  $x\tau$ .

З метою отримання числових результатів розв'язку задачі (визначення величин  $p, T_r$  і  $m$  в газопроводі при його зупинці) була розроблена комп'ютерна програма DPG3, яка у певній мірі подібна до програми DPG2 (Додаток Д). Вихідні дані для роботи цієї програми були прийняті такі:  $p_n = 5,5 \text{ МПа}, T_n = 320^\circ \text{ К}$ ,

$G_u = 100 \text{ кг/с}$ ,  $L = 100 \text{ км}$ ,  $D = 0,7 \text{ м}$ ,  $T_0 = 285^\circ \text{ К}$ , газ – метан,  $\lambda = 0,012$ ,  
 $k_{sp} = 5 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ ,  $p_c = 4,626 \text{ МПа}$ ,  $T_c = 190,77^\circ \text{ К}$ ,  $R = 518,25 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ .

При визначенні коефіцієнта  $\chi$  ( $\chi = c_p/c_v$ ) ізобарна теплоємність обчислювалася за допомогою емпіричної формули [87]

$$c_p = 70,46 T_r^{0,6} + \frac{4,7 \cdot 10^{12} p}{T_r^{4,335}}. \quad (4.55)$$

у (4.55)  $c_p$  отримується в  $\text{Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ , а тиск газу  $p$  у цю формулу необхідно підставляти в  $\text{МПа}$ . Наші вихідні дані такі ж, як і у [13]. Виключення складають тільки коефіцієнт гідравлічного опору  $\lambda$ , коефіцієнт теплопередачі  $k_{sp}$  і ізобарна теплоємність  $c_p$ , числові значення яких у статті [13] не приводяться.

За допомогою отриманих результатів розв'язку задачі на рис.4.7, рис.4.8 і рис.4.9 побудовано криві стабілізації тиску  $p$ , температури  $T_r$  і масової швидкості  $m$  газу і на тих же рисунках пунктиром зображено ті ж величини, що отримані в [13].

На рис.4.7 зображено криві стабілізації тиску газу залежно від координати  $x$  ділянки газопроводу для різних моментів часу, починаючи від  $\tau = 0$ . З рисунка видно, що за отриманими нами результатами вирівнювання тиску відбувається повільніше, ніж це одержано в [13]. Такий результат зумовлений тим, що в [13] прийнято спрощення:  $\partial v/\partial \tau = 0$ ,  $\partial v/\partial x = 0$ .

Якщо пунктирна крива 4' ( $\tau = 8 \text{ хв}$ ) (рис.4.7) є горизонтальною лінією, що вказує на повну стабілізацію тиску, то крива 4 для того ж моменту часу є такою, для якої різниця між тисками в граничних точках ділянки складає  $0,14779 \text{ МПа}$ . Повна стабілізація тиску не настає навіть і через  $\tau = 13 \text{ хв}$ . Про це свідчить крива 5. При цьому тиск газу у правій частині ділянки став більшим ніж у лівій. Максимальна різниця між тисками складає  $0,0244 \text{ МПа}$ . Тобто, процес стабілізації тиску в газопроводі носить затухаючий коливний характер.

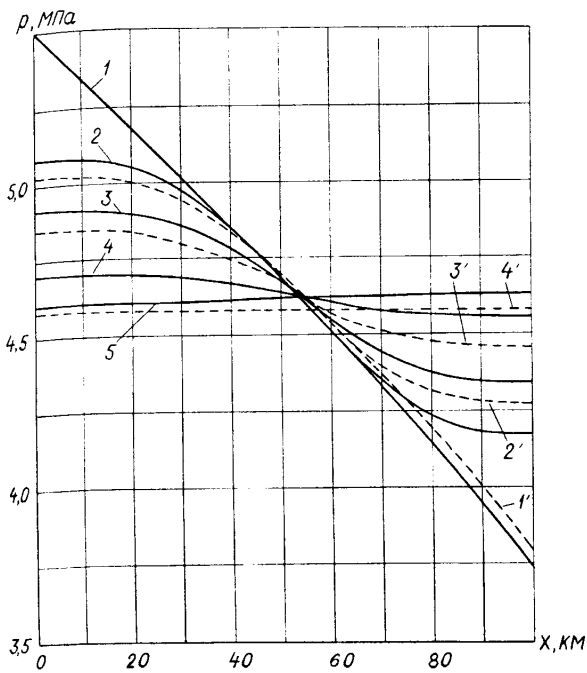


Рис. 4.7. Криві стабілізації тиску  
(порівняння з результатами праці [13])

1;1'- $\tau=0$  хв; 2;2'- $\tau=2$  хв; 3;3'-  $\tau=4$  хв;  
4;4'- $\tau=8$  хв; 5- $\tau=13$  хв

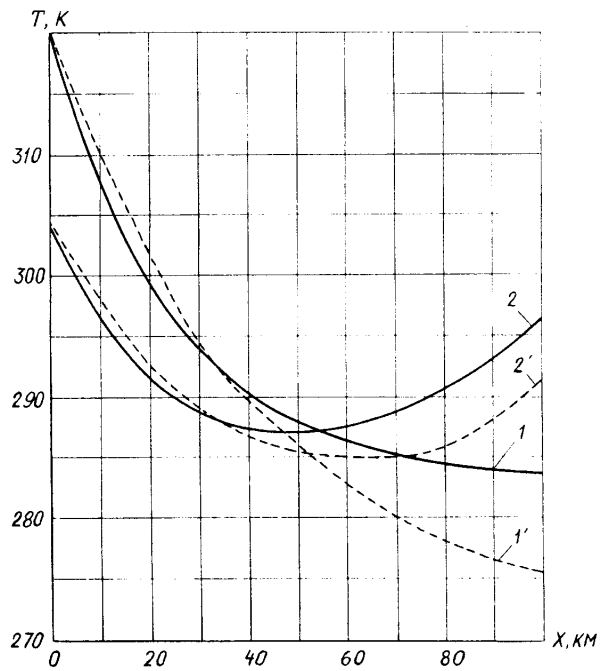


Рис. 4.8. Криві стабілізації  
температури (порівняння з  
результатами [13])

1;1'- $\tau=0$  хв; 2;2'- $\tau=8$  хв;

Криві стабілізації температури газу представлено на рис. 4.8. На відміну від тиску стабілізація температури відбувається досить повільно і проходить за рахунок теплопередачі в ґрунт. Потрібно вказати на неспівпадання кривих 1 і 1', що відповідають стаціонарному руху газу в трубопроводі. Очевидно, це викликано неоднаковими числовими значеннями однієї або декількох величин, що були прийняті при розв'язанні задачі в одному і другому випадках.

На рис. 4.9 викреслено криві стабілізації масової швидкості газу залежно від координати  $x$  газопроводу для різних моментів часу. І знову ж, як і для тиску, за результатами даної роботи масова швидкість зменшується повільніше ніж за результатами [13]. Із збільшенням часу  $\tau$  ця різниця зростає. Якщо при  $\tau = 4$  хв найбільша різниця складає приблизно  $37,2 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ , то при  $\tau = 9$  хв така ж різниця дорівнює приблизно  $81 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ . При  $\tau$  приблизно рівному 10 хв за

даними [13] наступає повна стабілізація витрати (масової швидкості) газу по всій ділянці газопроводу.

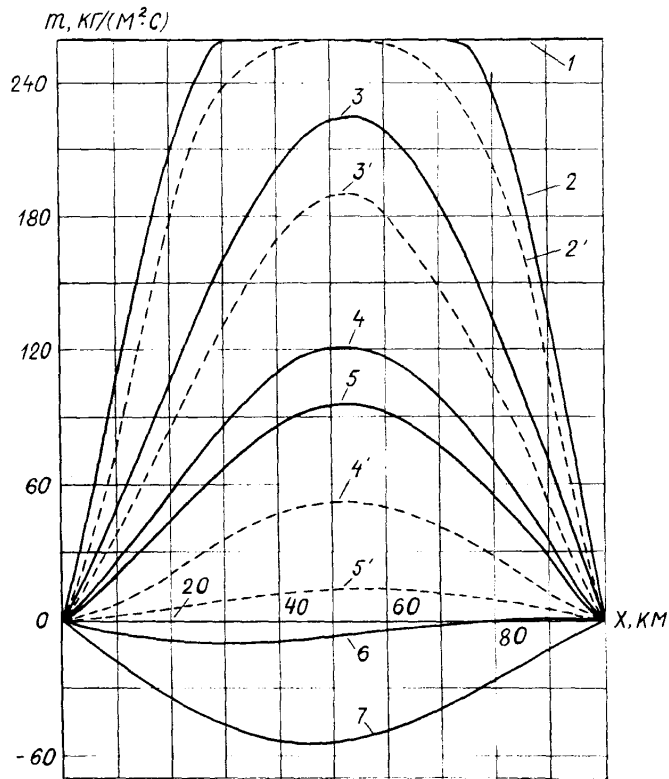


Рис. 4.9. Криві стабілізації масової швидкості газу  
(порівняння з результатами [13])

1- $\tau=0$  хв; 2;2'- $\tau=1$  хв; 3;3'-  $\tau=4$  хв; 4;4'- $\tau=8$  хв;

5;5'- $\tau=9$  хв; 6- $\tau=13$  хв; 7- $\tau=15$  хв

В той же час криві 6 і 7 показують, що при  $\tau = 13$  хв;  $15$  хв стабілізація масової швидкості не наступає, а виникає рух газу в зворотному напрямі. При цьому масова швидкість руху газу у зворотному напрямі з часом зростає до певної величини, а потім зменшується. Тобто рух газу в ділянці газопроводу після перекриття її граничних перерізів має затухаючий коливний характер.

Такий характер руху газу пояснюється тим, що після перекриття початку і кінця ділянці газопроводу газ, маючи певну кінетичну енергію, продовжує рухатися у попередньому напрямі. Це призводить до того, що тиск у лівій половині ділянці зменшується, а в правій навпаки зростає, що викликає у свою

чергу зменшення швидкості руху газу. У певний момент часу тиск газу справа стає дещо більшим ніж зліва. При цьому швидкість руху газу швидко падає до нуля, а більший тиск справа викликає рух газу у зворотному напрямі, швидкість якого зростатиме до тих пір, поки сили, що прикладені до об'ємів газу, не стануть рівними нулю, далі настає гальмування і т.д.

Із викладеного можна зробити висновок, що математична модель, яка була прийнята у праці [13] неповністю адекватно описує фізичні процеси, що відбуваються в ділянці газопроводу при її зупинці.

#### 4.5. Висновки

1. Для визначення тиску газу, його температури і масової швидкості при нестационарних режимах роботи газопроводу, що протікають протягом короткого проміжку часу, використано ефективний метод дослідження – метод характеристик.

2. При дослідженні короткочасних динамічних процесів у газопроводах потік теплообміну  $q^*$  між газом у трубопроводі і ґрунтом можна визначити за формулою (4.25), вважаючи в ній середнє значення температури ґрунту по контуру контакту газопроводу з ґрунтом  $T_{|Г_i}$  сталою величиною.

3. У випадку некороткочасних нестационарних процесів у газопроводах (декілька годин і більше) потік теплообміну  $q^*$  потрібно визначати або за тією ж формулою (4.25), але величина  $T_{|Г_i}$  при цьому буде змінною, або користуватися формулою (3.46), враховуючи залежність  $q^* = q(\tau)/(2\pi R_0)$ .

У першому випадку термогазодинамічна задача для газопроводу і задача теплопровідності для ґрунту навколо газопроводу повинні розв'язуватися сумісно.

4. Розв'язано нестационарну задачу роботи газопроводу в пусковий період і встановлено закономірності зміни тиску газу, його температури і масової швидкості на протязі цього періоду вздовж всієї ділянки газопроводу.

5. Проведені дослідження результатів розв'язку задачі пуску газопроводу показали, що температура газу з часом по всій ділянці газопроводу зростає, а в напрямі руху газу зменшується, але при певній координаті вздовж осі газопроводу має максимум величиною до 4%, який в подальшому переміщається з потоком газу. Причиною цього явища є скачок масової швидкості газу на початку ділянки газопроводу в момент початку роботи компресорної станції ( $\tau = 0$ ).

6. Знайдено розв'язок задачі стабілізації тиску, температури і масової швидкості газу при зупинці газопроводу і врахуванні всіх доданків газових рівнянь.

7. Отримані результати задачі стабілізації тиску, температури і масової швидкості газу порівнювалися з результатами такої ж задачі, розв'язаної раніше, при спрощеннях у газових рівняннях ( $\frac{\partial v}{\partial \tau} = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0$ ). Повна стабілізація тиску і масової швидкості у випадку спрощеної задачі настає приблизно через 10хв від моменту перекриття кінців ділянки газопроводу, а у випадку неспрощеної задачі і через 15хв стабілізація вказаних величин ще не настає. Крім того, стабілізація тиску і масової швидкості у спрощеній задачі має тільки затухаючий характер, а у неспрощеній задачі – коливний затухаючий характер, що цілком узгоджується з фізичними процесами, які протікають в ділянці газопроводу при її зупинці.



## ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ПІДСУМКОВІ ВИСНОВКИ

З метою зменшення похибок, що виникають при дослідженні термогазодинамічних процесів в газопроводах, поставлено і розв'язано ряд задач, які дають можливість більш точно врахувати теплову взаємодію газопроводу і ґрунту.

Сформульована і розв'язана задача визначення природного температурного поля в ґрунті, яке є функцією глибини точок у ґрунті і часу. Використання природної температури ґрунту при виконанні досліджень є важливим, оскільки вона суттєво впливає на загальну температуру ґрунту навколо газопроводу, а остання разом з температурою газу в трубопроводі визначає величину теплообміну між газопроводом і ґрунтом. Величина теплообміну у свою чергу впливає на функції тиску  $p(x, \tau)$ , температури газу  $T_g(x, \tau)$  і його масової швидкості  $m(x, \tau)$  в трубопроводі.

Заміняючи теплову дію двох паралельних і однакових газопроводів лінійними джерелами тепла постійної потужності і враховуючи природне температурне поле в ґрунті, знайдено і досліджено температурне поле в ґрунті навколо джерел тепла з врахуванням тепловіддачі в навколишнє повітря. При цьому температура в ґрунті розглядалася як сума природної температури ґрунту  $T_1$  і температури ґрунту  $T_2$ , яка є результатом тільки теплової дії газопроводу. Встановлено наявність інтерференції температурних полів, створюваних кожним із джерел тепла.

Наближеним аналітичним методом визначено температурне поле навколо двох паралельних однакових газопроводів при врахуванні природного температурного поля в ґрунті і при граничних умовах 3-го роду на границях ґрунт-повітря і трубопроводу-ґрунт. Виконано дослідження температурного поля навколо газопроводів і визначено тепловий вплив одного газопроводу на другий.

Отримано аналітичний вираз для функції теплового потоку в ґрунт при врахуванні природного температурного поля і температури газу в газопроводі.

Проведено дослідження функції теплового потоку при використанні як одержаного аналітичного виразу, так і температурного поля в ґрунті навколо газопроводу. Запропоновано при дослідженні динамічних процесів в газопроводах величину теплообміну між газопроводом і ґрунтом  $q^*$  визначати не через добуток коефіцієнта теплопередачі від газопроводу  $k$  і різниці природної температури в ґрунті і температури в трубопроводі, а через використання граничної умови 3-го роду на межі зовнішня поверхня газопроводу-ґрунт або через використання аналітичного виразу (3.46) для функції теплового потоку від газопроводу в ґрунт. Поява цієї пропозиції пов'язана з тим, що коефіцієнт  $k$  для нестационарних процесів є змінною величиною, що залежить від часу, але, не дивлячись на те, при дослідженнях термогазодинамічних процесів в трубопроводах його приймають сталим, що призводить до додаткових похибок.

Для забезпечення врахування всіх доданків у загальних рівняннях одновимірного нестационарного неізотермічного руху газу в трубопроводі при дослідженні термогазодинамічних процесів у трубопроводах ці рівняння були попередньо зведені до характеристичної форми. А рівняння в характеристичній формі використано для розв'язку динамічної задачі, пов'язаної з визначенням функцій температури газу  $T_r(x, \tau)$ , його тиску  $p(x, \tau)$  і масової швидкості  $m(x, \tau)$  під час пуску ділянки газопроводу, коли на початку ділянки працює компресорна станція, а другий кінець ділянки газопроводу перекритий.

Враховуючи отримані результати в дисертації, можна зробити такі висновки:

1. На основі аналітичних досліджень термогазодинамічних процесів у магістральних газопроводах і їх системах, а також нестационарного теплообміну з навколишнім середовищем розв'язано важливу науково-технічну задачу прогнозування пускових режимів газопроводів та їх температурного впливу на навколишнє середовище.
2. Розроблено математичні моделі температурного поля в ґрунті для систем магістральних газопроводів, в яких паралельні нитки розглядаються як лінійні джерела тепла, і як такі, що нагрівають ґрунт за

рахунок теплопередачі від газу. Застосовані методики реалізації створених математичних моделей дозволили побудувати нестационарні температурні поля в ґрунті навколо складних газотранспортних систем, які визначають взаємовплив між газопроводами і навколишнім середовищем - ґрунтом. Цей вплив необхідно враховувати при дослідженні термогазодинамічних процесів у трубопроводах.

3. Побудовані математичні моделі нестационарного теплового потоку для складних газотранспортних систем і розроблені методи їх реалізації. Аналіз отриманих результатів показав, що при реальних віддальх між паралельними нитками газопроводів вплив однієї з ниток на температурне поле поблизу іншої нитки газопроводу не перевищує  $0,25^{\circ}\text{C} \dots 0,5^{\circ}\text{C}$  при тепловій потужності нитки газопроводу  $100 \dots 200 \text{ Вт м}$ . Тому при практичних розрахунках теплових потоків взаємовпливом між нитками можна знехтувати.
4. Використання функцій тиску  $p(x, \tau)$ , температури  $T_r(x, \tau)$ , отриманих при дослідженні термогазодинамічних процесів у газопроводах, для визначення кількості газу в газопроводі показує, що для квазістационарних процесів застосування запропонованих в роботі моделей визначення вказаних термодинамічних величин вносить поправку в результати, що не перевищує 0,5%, а для нестационарних технологічних режимів ця поправка суттєво зростає (до 10%). Крім того, застосування вказаних математичних моделей для визначення функцій тиску, температури і масової швидкості при зупинці газопроводу дозволило на відміну від існуючих моделей отримати фізичну картину процесу, яка адекватна реальній.
5. В результаті реалізації математичної моделі пускового режиму магістрального газопроводу встановлено, що термогазодинамічний процес в трубопроводі характеризується значною нестационарністю температурних і газодинамічних параметрів, при цьому температура газу

як функція лінійної координати, має максимум величиною до 4%, який з часом переміщається в напрямі руху газу.

6. На основі створених математичних моделей і методів їх реалізації розроблено “Методику розрахунку розподілення потоків газу в складних газотранспортних системах і підрахунку його запасу в трубах”, яка затверджена як керівний документ ДК “Укртрансгаз”.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Чарный И.А. Основы газовой динамики.-М.: Гостопиздат,1960.-200с.
2. Черников В.И., Бобровский С.А. и др. Некоторые вопросы проектирования газопроводов //Развитие газовой промышленности СССР.-М.: ГТТИ,1960.
3. Бобровский С.А., Черников В.И. Температурный режим магистральных газопроводов //Изв. вузов. Нефть и газ.-1962.-№10.-С.89-94.
4. Кривошеин Б.Л., Тугунов П.И. Магистральный трубопроводный транспорт (физико-технический и технико-экономический анализ).-М.: Наука, 1985.-236с.
5. Оруджалиев Э.А. К теории течения реального газа в магистральных газопроводах // Изв. вузов. Нефть и газ.-1961.-№6.-С.111-116.
6. Оруджалиев Э.А. Расчетные уравнения для течения реального газа в магистральных газопроводах при наличии теплообмена на головном участке // Изв. вузов. Нефть и газ.-1961.-№7.-С.81-90.
7. Шалимов Б.В. Неизотермическое течение реального газа в газопроводе // Инженерно-физический журнал.-1963.-Т.6,№2.-С.95-101.
8. Ходанович И.Е., Галиуллин З.Т., Кривошеин Б.Л. Неизотермическое течение реального газа в газопроводе при переменном коэффициенте теплопередачи // Труды ВНИИГаза, вып.21/29.-М.:Недра,1964.-С.38-42.
9. Галиуллин З.Т., Кривошеин Б.Л. Неадиабатическое течение реального газа в газопроводе // Инженерно-физический журнал.-1964.-Т.7,№11.-С.47-54.
- 10.Кривошеин Б.Л. К вопросу о неадиабатическом течении газа в газопроводах //Научно-техн. сб. по геол., разработке, трансп. и использ. природного газа. Тр. ВНИИГаза, вып.III.-М.:Недра,1965.-С.203-216.
- 11.Ходанович И.Е., Зарембо К.С., Шалимов Б.В., Кривошеин Б.Л. Расчет изменения температуры газа по длине газопровода // Труды ВНИИГаза, вып.21/29.-М.:Недра,1964.-С.42-48.

- 12.Белоконь Н.И. Неизотермическое течение реального газа по трубопроводу // Транспорт и хранение нефти и газа. Тр.МИНХ и ГП, вып.97.-М.:Недра,1971.-С.14-20.
- 13.Кривошеин Б.Л., Радченко В.П., Хубларян М.Г. Стабилизация температуры и давления реального газа в остановленном газопроводе // Инженерно-физический журнал.-1967.-Т.13,№2.-С.168-176.
- 14.Кривошеин Б.Л., Минский Е.М., Радченко В.П., Ходанович И.Е., Хубларян М.Г. Численные решения уравнений, описывающих неизотермические течения реального газа в трубопроводах // Инженерно-физический журнал.-1967.-Т.13,№4.-С.542-548.
- 15.Радченко В.П., Кривошеин Б.Л. Использование разностных схем метода сеток со слабым ограничением устойчивости для расчетов нестационарных неизотермических течений реальных газов в трубах // Инженерно-физический журнал.-1969.-Т.16,№2.-С.308-315.
- 16.Кривошеин Б.Л., Ходанович И.Е., Радченко В.П., Хубларян М.Г. Нестационарные неизотермические течения реального газа в трубопроводах // Вопросы транспорта природного газа.Тр. ВНИИГаза, вып.38/46.-М.:Недра,1970.-С.71-84.
- 17.Неизотермическое течение газа в трубах /О.Ф.Васильев, Э.А.Бондарев, А.Ф.Воеводин, М.А.Каниболотский /Под ред. О.Ф.Васильева.- Новосибирск : Наука,1978.-128с.
- 18.Воеводин А.Ф., Есипович Л.Я., Коган В.Р. Разностный метод расчета нестационарных одномерных течений газа //Журнал вычислительной математики и математической физики.- 1976.-Т.16, №4.-С.1006-1016.
- 19.СулеймановВ.А. Система характеристических уравнений неустановившегося неизотермического движения реального газа в горизонтальном трубопроводе и ее численное решение //Сб. Вопросы транспорта газа.-М.: ВНИИГАЗ, 1985.-С.45-58.
- 20.Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений, т.П.-М.: Физматгиз, 1962.- 640с.

- 21.Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений.- М.: Наука,1968.-592с.
- 22.Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции.- М.: Наука,1974.-432с.
- 23.Фокс Дж.А. Гидравлический анализ неустановившегося течения в трубопроводах : Пер. с англ.-М.: Энергоиздат,1981.-247с.
- 24.Бикчентай Р.Н., Кочергин В.И. Дроссельный эффект при расчетах течения реального газа в охлажденном состоянии //Термодинамика и теплопередача в технологических процессах нефтяной и газовой промышленности. Тр. МИНХ и ГП, вып.114.-М.,1975.-С.64-68.
- 25.Теплотехнические расчеты процессов транспорта и регазификации природных газов. Справочное пособие /Загорученко В.А., Бикчентай Р.Н., Вассерман А.А. и др.-М.: Недра, 1980.-320с.
- 26.Кочергин В.И., Бикчентай Р.Н. Некоторые закономерности изменения температуры газа при увеличении диаметра и рабочего давления газопровода //Термодинамика и теплопередача в технологических процессах нефтяной и газовой промышленности. Тр. МИНХ и ГП, вып.114.-М.,1975.-С.104-108.
- 27.Капцов И.И. Определение расхода топливного газа на компрессорных станциях газопроводов с газотурбинным приводом //Тр. МИНХ и ГП, вып.97.-М.,1971.-С.85-89.
- 28.Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена.-М.: Атомиздат, 1979.-416с.
- 29.Ходанович И.Е., Кривошеин Б.Л., Бикчентай Р.Н. Тепловые режимы магистральных газопроводов.-М.: Недра, 1971.-216с.
- 30.Альтшулер Л.М. Температурное поле труб в массиве //Журнал технической физики.-1957.-Т.27,№7.-С.1495-1502.
- 31.Альтшулер Л.М. О методе “дополнительного слоя” в задачах Форхгеймера // Журнал технической физики.-1959.-Т.29,№2.-С.232-238.

- 32.Альтшулер Л.М. Температурное поле цилиндрического источника в полуограниченном массиве //Инженерно-физический журнал.-1961.-Т.4,№3.-С.64-71.
- 33.Кутателадзе С.С., Боришанский Ю.М. Применение понятия о дополнительной стенке к расчету подземных теплопроводов //Проблемы теплофикации. Тр. ЦКТИ, вып.11.-М.-Л.:ОНТИ НКТП СССР, 1936.-С.107-114.
- 34.Тугунов П.И., Яблонский В.С. Определение количества тепла, аккумулированного грунтом вокруг трубопровода //Изв. вузов. Нефть и газ.-1963.-№6.-С.111-115.
- 35.Тугунов П.И., Яблонский В.С. Прогрев грунта линейным и цилиндрическим источниками //Изв. вузов. Нефть и газ.-1963.-№9.-С.81-86.
- 36.Карслоу Х.С. Теория теплопроводности : Пер. с англ.-М.: Гостехиздат, 1947.
- 37.Джафаров М.Д., Зарембо К.С. Из опыта измерения температур на магистральных газопроводах //Газовая промышленность.-1962.-№8.-С.43-47.
- 38.Зарембо К.С., Павлова Н.М. Основные характеристики температурных режимов магистральных газопроводов //Тр. ВНИИГаза, вып.21/29.-М.: Недра,1964.-С.78-86.
- 39.Кривошеин Б.Л., Семенов Л.П. Экспериментальные исследования теплоотдачи от труб, уложенных в грунт //Инженерно-физический журнал.-1967.-Т.13,№1.-С.44-50.
- 40.Кривошеин Б.Л., Кошелев А.А., Балышев О.А. Тепловое взаимодействие подземного трубопровода с окружающей средой //Газовая промышленность.-1969.-№10.-С.14-18.
- 41.Кривошеин Б.Л., Новаковский В.Н. Метод термогазодинамического расчета магистральных газопроводов с учетом теплового взаимодействия



- с окружающей средой //Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.-1971.- №5.-С.114-123.
- 42.Кривошеин Б.Л., Новаковский В.Н. Теплообмен в цилиндрическом канале, расположенном в полуограниченном массиве //Инженерно-физический журнал.-1974.-Т.27,№5.-С.887-894.
- 43.Кривошеин Б.Л., Новаковский В.Н., Радченко В.П. Математическое моделирование теплового взаимодействия магистральных газопроводов большого диаметра с окружающей средой //Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.-1975.-№1.-С.122-130.
- 44.Кривошеин Б.Л., Агапкин В.М. Нестационарные тепловые потери подземных трубопроводов //Инженерно-физический журнал.-1977.- Т.33,№2.-С.339-345.
- 45.Фурман А.В., Дячук Р.П. Теплопередача трубопровода в массиве //Изв. вузов. Нефть и газ.-1977.-№7.-С.83-88.
- 46.Бенусович А.С. Тепловое взаимодействие трубопровода с полуограниченным массивом при краевом условии третьего рода на его границе //Изв. вузов.Строительство и архитектура.-1978.-№3.-С.123-129.
- 47.Кривошеин Б.Л., Агапкин В.М., Ковальков В.П. Обоснование параметров теплоизолированных трубопроводов исходя из требований охраны окружающей среды //Строительство трубопроводов.-1978.-№1.- С.28-30.
- 48.Кочергин В.И., Шуэр А.Г. Рациональная толщина теплоизоляции трубопровода охлажденного газа //Изв. вузов. Нефть и газ.-1975.-№9.- С.79-82.
- 49.Кривошеин Б.Л. Исследование и оптимизация тепловых режимов магистральных газо- и нефтепроводов //Изв. АН СССР.Энергетика и транспорт.-1979.-№4.-С.47-59.
- 50.Исмаилов И.А., Кошелев А.А., Кривошеин Б.Л. Зависимость для определения коэффициента теплопередачи подземного газопровода в

непромерзающих грунтах //Газовая промышленность.-1976.-№10.-С.53-56.

51.Кривошеин Б.Л. Методы определения тепловых потерь подземных трубопроводов //Строительство трубопроводов.-1977.-№5.-С.18-20.

52.Кошелев А.А., Тарабрин В.А. Динамика теплового режима системы газопровод-грунт-воздух //Динамика тепловых процессов.-Киев,1980.-С.20-26.

53.Дубина М.М., Красовицкий Б.А. Теплообмен и механика взаимодействия трубопроводов и скважин с грунтами.-Новосибирск : Наука,1983.-134с.

54.Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел : Пер. с англ.-М.: Наука,1964.-488с.

55.Лыков А.В. Теория теплопроводности.-М.: Высшая школа,1967.-600с.

56.Лыков А.В. Тепломассообмен (справочник).-М.: Энергия,1978.-479с.

57.Чудновский А.Ф. Физика теплообмена в почве.-М.: Гостехиздат,1948.-220с.

58.Рвачев В.Л., Слесаренко А.П. Алгебра логики и интегральные преобразования в краевых задачах.- Киев : Наукова думка,1976.-288с.

59.Рвачев В.Л., Слесаренко А.П. Алгебро-логические и проекционные методы в задачах теплообмена.- Киев : Наукова думка,1978.-140с.

60.Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров : Пер. с англ.-М.: Наука,1970.-720с.

61.Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного.-М.: Наука,1973.-736с.

62.Тутко Т.Ф. Математичне моделювання теплової взаємодії газопроводу з навколишнім середовищем //Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Серія : Транспорт і зберігання нафти і газу.- 1999.-Вип.36(т.5).-С.74-80.

63.Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа.- М.-Л.: Физматгиз,1962.-695с.

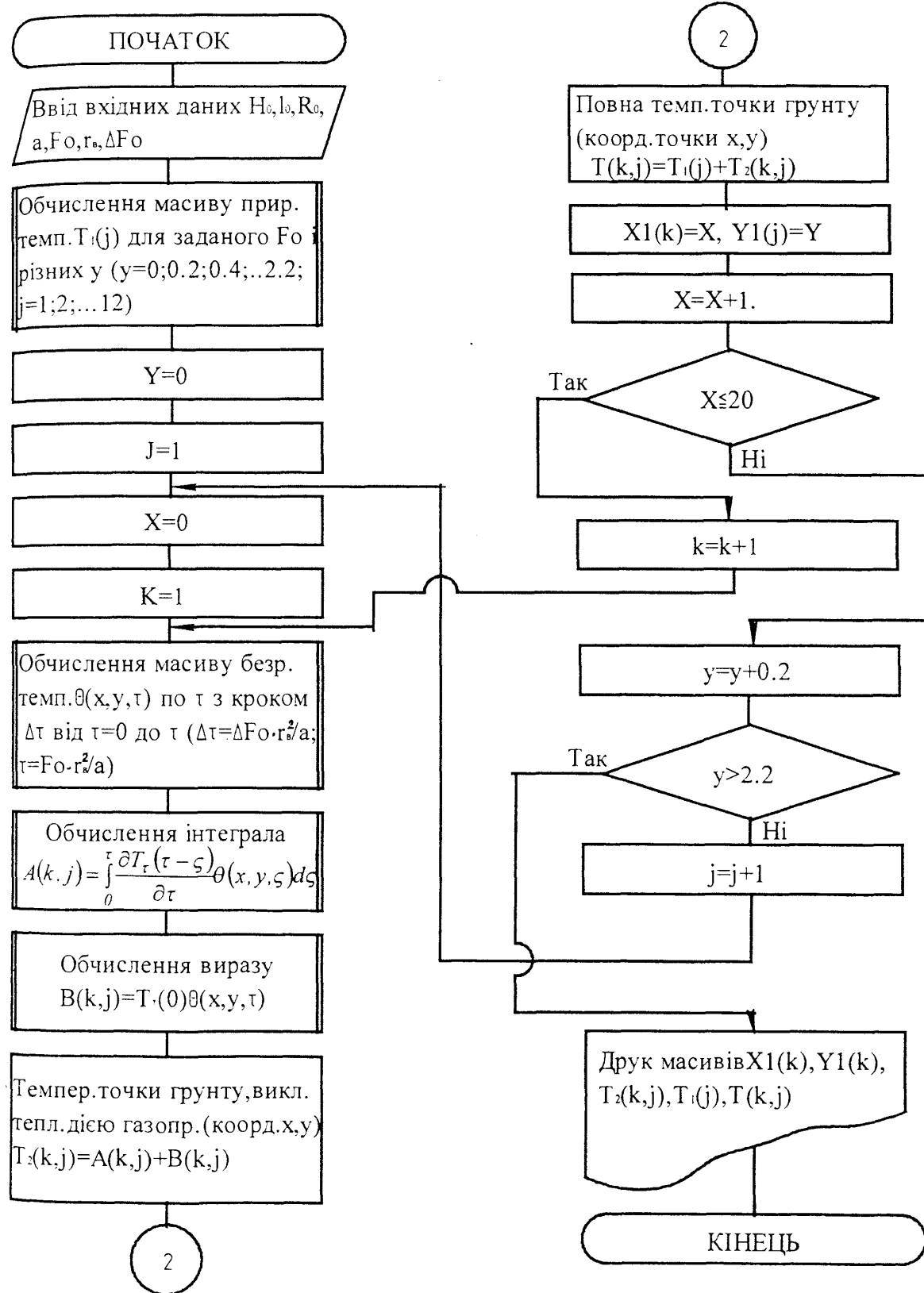
64. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике.-М.: Гостехиздат,1957.-512с.
65. Гутенберг Б. Физика земных недр.-М.: Изд-во иностр. литер.,1963.-264с.
66. Грудз В.Я., Тутко Т.Ф. Природне температурне поле верхніх шарів ґрунту //Матеріали 6-ої Міжнародної науково-практичної конференції “Нафта і газ України -2000”, т.3.- Івано-Франківськ : Факел,2000.-С.10-14.
67. Диткин В.А., Прудников А.П. Операционное исчисление.-М.: Высшая школа,1975.-407с.
68. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования : Пер. с нем.-М.: Наука,1971.-288с.
69. Природа Івано-Франківської області. За ред. Геренчука К.І.-К.: Вища школа,1973.-160с.
70. Тутко Т.Ф. Теплові режими газопроводів. В кн.:Трубопровідний транспорт газу //М.П.Ковалко, В.Я.Грудз, В.Б.Михалків та інш.-Київ, 2002.- С.153-175.
71. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики.-М.: Высшая школа,1970.-712с.
72. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы нестационарной теплопроводности.-М.: Высшая школа,1978.-328с.
73. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению.-М.: Высшая школа,1965.-467с.
74. Бейтмен Г. и Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований, т.1. Преобразование Фурье, Лапласа, Меллина : Пер. с англ.-М.: Наука,1969.-344с.
75. Пехович А.И. и Жидких В.М. Расчеты теплового режима твердых тел.-Л.: Энергия,1968.-304с.
76. Грудз В.Я., Тутко Т.Ф. Нестационарне температурне поле в ґрунті навколо двох паралельних газопроводів //Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Серія : Розробка та експлуатація нафтових і газових родовищ.- 2001.-Вип.38(т.3).-С.161-172.

- 77.Кривошеин Б.Л. Теплофизические расчеты газопроводов.-М.: Недра,1982.-168с.
- 78.Грудз В.Я., Тутко Т.Ф. Визначення потоку теплообміну між газопроводом і ґрунтом //Наук.вісник Івано-Франків.національного техн. ун-ту нафти і газу.- 2001.-№1-С.72-75.
- 79.Вукалович М.П., Новиков И.И. Уравнение состояния реального газа.-М.-Л.: Госэнергоиздат,1948.-340с.
- 80.Годнев И.Н. Вычисление термодинамических функций по молекулярным данным.-М.: Гостехиздат,1956.
- 81.Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике.-М.: Наука,1978.
- 82.Вулис Л.А. Термодинамика газовых потоков.-М.: Госэнергоиздат,1950.-304с.
- 83.Тутко Т.Ф. Система характеристичних рівнянь нестационарного неізотермічного руху газу в негоризонтальних трубопроводах// Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Серія : Методи і засоби технічної діагностики.- 2001.-Вип.38(т.8).-С.193-200.
- 84.Грудз В.Я., Тутко Т.Ф. Пускові динамічні параметри газу на ділянці магістрального газопроводу //Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. Серія : Транспорт і зберігання нафти і газу.- 2001.-Вип.38(т.5).- С.45-61.
- 85.Курант Р., Фридрихс К., Леви Х. О разностных уравнениях математической физики //Успехи математических наук.-1940.- Вып.8.- С.125-161.
- 86.Волков М.М., Михеев А.Л., Конев К.А. Справочник работника газовой промышленности.-М.: Недра,1989.-286с.
- 87.Касперович В.К. Трубопровідний транспорт газу.-Івано-Франківськ: Факел, 1999.-198с.

## **ДОДАТКИ**

## Додаток А

Блок-схема програми ТЕ (визначення температур  $T_1(y, \tau)$ ,  $T_2(x, y, \tau)$ ,  $T(x, y, \tau)$  точок ґрунту навколо газопроводу)



## Додаток А

```

ПРОГРАМА ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУР T1(Y,TAY),T2(X,Y,TAY),T(X,Y,TAY)
В ҐРУНТІ НАВКОЛО ГАЗОПРОВОДУ
PROGRAM TE
REAL INTOT(13,12)
DIMENSION T1(12),T2(13,12),T(13,12),TETMO(201),TETM1(161)
DIMENSION TETM2(181),TETM3(181),TETM4(401),TETM5(501),TETM6(501)
DIMENSION TETM7(601),TETM8(501),Y1(12),X1(13)
OPEN(UNIT=10,FILE='REZTE')
H0=1.5
ELO=20.
R0=0.7
F00=0.02
DF00=0.0001
F01=0.1
DF01=0.0005
F02=1.
DF02=0.005
F03=10.
DF03=0.05
F04=50.
DF04=0.1
F05=100.
DF05=0.1
F06=200.
DF06=0.2
F07=500.
DF07=0.5
F08=1000.
DF08=1.
RE=0.14313
AK=0.002
R1=ELO/2.
R2=R0*R0
R2=R2*RE
FO=F03
CALL TEPR(FO,T1)
Y=0.
DO 20 J=1,12
X=8.5
IF(Y.GT.0.8.AND.Y.LT.2.2) THEN
R3=Y-H0
R4=R3*R3
R5=SQRT(R2-R4)
R6=R1-R5
R7=R1+R5
ELSE
GOTO 15
ENDIF
15 DO 21 K=1,13
FOP=0.
RP=1.01
IF(Y.GT.0.8.AND.Y.LT.2.2) THEN
GOTO 16
ELSE
D=1.
GOTO 17
ENDIF
16 IF(X.GT.R6.AND.X.LT.R7) THEN
T2(K,J)=0.
D=0.
GOTO 81
ELSE
D=1.

```

```

ENDIF
17 M=201
CALL TEBR(X,Y,FOP,FOO,M,RP,RK,TETMO)
SUM=0.
DZET=0.
DZ=DFOO*RBZ/AK
I=1
SUM=SUM+TETMO(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 5 I=2,200,2
SUM=SUM+4.*TETMO(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.200) THEN
  C=2.
ELSE
  C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*TETMO(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.200) THEN
  B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
5 CONTINUE
SUM1=SUM*DZ/3.
FOP=FOO
RP=RK
M=161
CALL TEBR(X,Y,FOP,FO1,M,RP,RK,TETM1)
SUM=0.
I=1
SUM=SUM+TETM1(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZ=DFO1*RBZ/AK
DZET=DZET+DZ
DO 6 I=2,160,2
SUM=SUM+4.*TETM1(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.160) THEN
  C=2.
ELSE
  C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*TETM1(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.160) THEN
  B=0.
ENDIF
DZET=DZET+DZ*B
6 CONTINUE
SUM2=SUM*DZ/3.
FOP=FO1
RP=RK
M=181
CALL TEBR(X,Y,FOP,FO2,M,RP,RK,TETM2)
SUM=0.
I=1
SUM=SUM+TETM2(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZ=DFO2*RBZ/AK
DZET=DZET+DZ
DO 7 I=2,180,2
SUM=SUM+4.*TETM2(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.180) THEN

```



```

      C=2.
ELSE
      C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*TETM2(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.180) THEN
      B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
7 CONTINUE
SUM3=SUM*DZ/3.
SUMA=SUM1+SUM2+SUM3
IF((FO-O.001).LT.1.) THEN
      EK=TETM2(181)
      GOTO 70
ENDIF
FOP=FO2
RP=RK
M=181
CALL TEBR(X,Y,FOP,FO3,M,RP,RK,TETM3)
SUM=0.
DZ=DF03*RB2/AK
I=1
SUM=SUM+TETM3(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 62 I=2,180,2
SUM=SUM+4.*TETM3(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.180) THEN
      C=2.
ELSE
      C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*TETM3(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.180) THEN
      B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
62 CONTINUE
SUM4=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM4
EK=TETM3(181)
IF((FO-O.001).LT.10.) THEN
      GOTO 70
ENDIF
FOP=FO3
RP=RK
M=401
CALL TEBR(X,Y,FOP,FO4,M,RP,RK,TETM4)
SUM=0.
DZ=DF04*RB2/AK
I=1
SUM=SUM+TETM4(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 32 I=2,400,2
SUM=SUM+4.*TETM4(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.400) THEN
      C=2.
ELSE
      C=1.

```

```

ENDIF
SUM=SUM+C*TETM4(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.400) THEN
  B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
32 CONTINUE
SUM5=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM5
EK=TETM4(401)
IF((FO-0.001).LT.50.) THEN
  GOTO 70
ENDIF
FOP=F04
RP=RK
M=501
CALL TEBR(X,Y,FOP,F05,M,RP,RK,TETM5)
SUM=0.
DZ=DF05*RB2/AK
I=1
SUM=SUM+TETM5(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 33 I=2,500,2
SUM=SUM+4.*TETM5(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.500) THEN
  C=2.
ELSE
  C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*TETM5(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.500) THEN
  B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
33 CONTINUE
SUM6=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM6
EK=TETM5(501)
IF((FO-0.001).LT.100.) THEN
  GOTO 70
ENDIF
FOP=F05
RP=RK
M=501
CALL TEBR(X,Y,FOP,F06,M,RP,RK,TETM6)
SUM=0.
DZ=DF06*RB2/AK
I=1
SUM=SUM+TETM6(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 34 I=2,500,2
SUM=SUM+4.*TETM6(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.500) THEN
  C=2.
ELSE
  C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*TETM6(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.

```

```

IF(I.EQ.500) THEN
  B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
34 CONTINUE
SUM7=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM7
EK=TETM6(501)
IF((FO-0.001).LT.200.) THEN
  GOTO 70
ENDIF
FOP=F06
RP=RK
M=601
CALL TEBR(X,Y,FOP,F07,M,RP,RK,TETM7)
SUM=0.
DZ=DF07*RB2/AK
I=1
SUM=SUM+TETM7(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 35 I=2,600,2
SUM=SUM+4.*TETM7(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.600) THEN
  C=2.
ELSE
  C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*TETM7(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.600) THEN
  B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
35 CONTINUE
SUM8=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM8
EK=TETM7(601)
IF((FO-0.001).LT.500.) THEN
  GOTO 70
ENDIF
FOP=F07
RP=RK
M=501
CALL TEBR(X,Y,FOP,F08,M,RP,RK,TETM8)
SUM=0.
DZ=DF08*RB2/AK
I=1
SUM=SUM+TETM8(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 36 I=2,500,2
SUM=SUM+4.*TETM8(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.500) THEN
  C=2.
ELSE
  C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*TETM8(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.500) THEN
  B=0.
ENDIF

```

```

DZET=DZET+B*DZ
36 CONTINUE
SUM9=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM9
EK=TETMB(501)
70 INTOT(K,J)=SUMA
T2(K,J)=TTAYO()*EK+INTOT(K,J)
81 T(K,J)=D*T1(J)+T2(K,J)
X1(K)=X
Y1(J)=Y
X=X+0.25
21 CONTINUE
Y=Y+0.2
20 CONTINUE
WRITE(10,100)
100 FORMAT(/25X,'ВХІДНІ ДАНІ ПРОГРАМИ ТЕ'/)
WRITE(10,101) HO,ELO,RO,FO
101 FORMAT(6X,'HO=',F4.1,2X,'ELO=',F5.1,2X,'RO=',F4.1,2X,'FO=',F7.1)
WRITE(10,102)
102 FORMAT(6X,'TG=50. AK=0.002 ALFAP=10. KA=0.9 LAMBDA=1.')
WRITE(10,103)
103 FORMAT(6X,'TSR=6.7 GE=0.04167 A=-11.8 OMEGA=0.717259E-03')
WRITE(10,104)
104 FORMAT(6X,'TAY1=4380 ГОД- МОМЕНТ ПУСКУ ГАЗОПРОВ. ВІД ПОЧАТ. РОКУ')
WRITE(10,105)
105 FORMAT(/20X,'РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ПРОГРАМИ ТЕ'/)
WRITE(10,106)
106 FORMAT(/10X,'N',5X,'X',6X,'Y',9X,'T2',12X,'T1',13X,'T'/)
N=1
      ЗАПИС РЕЗУЛЬТАТІВ У ФАЙЛ REZTE
DO 90 J=1,12
DO 91 K=1,13
WRITE(10,107) N,X1(K),Y1(J),T2(K,J),T1(J),T(K,J)
N=N+1
91 CONTINUE
90 CONTINUE
CLOSE(10)
107 FORMAT(9X,13,2X,F5.2,2X,F4.1,2X,E13.6,2X,E13.6,1X,E13.6)
STOP
END

```

```

ПІДПРОГРАМА ВИЗНАЧЕННЯ МАСИВУ БЕЗРОЗМІРНОЇ ТЕМПЕРАТУРИ
TETM ЯК ФУНКЦІЇ ЧАСУ ТАУ ДЛЯ ПЕРВИХ X I Y
SUBROUTINE TETR(X,Y,FOP,FO,K,RP,RK,TETM)
REAL LO,LOO,KSIS,KSISZ,LOOZ,KA
PARAMETER(N=601)
DIMENSION TETM(N),RMAS(N)
ВХІДНІ ДАНІ ПІДПРОГРАМИ
AK=0.002
RO=0.7
HO=1.5
ALFAP=10.
LAMBDA=1.
LO=20.
KA=0.9
ПЕРЕХІД ДО БЕЗРОЗМІРНИХ ЗМІННИХ
YD=LAMBDA/ALFAP
RE=RO*EXP(-LAMBDA/(KA*RO))
DZETA=X/RB
ETA=(Y+YD)/RB
BE=(HO+YD)/RB
LOO=LO/RB
РОБОЧА ЧАСТИНА ПІДПРОГРАМИ
DELFO=(FO-FOP)/(K-1)
CALL ERB(RP,DELFO,K,RMAS)
RK=RMAS(K)
LOOZ=LOO*LOO
CE=LOO/2.
P1=CE-DZETA
P2=BE-ETA
P3=P1*P1
P4=P2*P2
ER=SQRT(P3+P4)
ERZ=ER*ER
DE=(CE-DZETA)/ER
DO 15 M=1,K
Z=RMAS(M)
SUM=0.
ВПЛИВ РЕАЛЬНОГО І ФІКТИВНОГО ДЖЕРЕЛ ЛІВОГО РЯДУ НА
БЕЗРОЗМІРНУ ТЕМПЕРАТУРУ
S=0.
2 KSIS=2.*S*(BE-1.)
KSISZ=KSIS*KSIS
ERS=SQRT(ERZ+KSISZ-2.*KSIS*(ETA-BE))
IF(Z.GT.ERS) THEN
A1=LOG(Z)-1.+1./Z
A2=LOG(Z/ERS)+ERS/Z-1.
FIS=A2/A1
ELSE
FIS=0.
GOTO 3
ENDIF
SUM=SUM+FIS
S=S+1.
GOTO 2
ВПЛИВ ФІКТИВНИХ СТОКІВ ЛІВОГО РЯДУ НА БЕЗРОЗМІРНУ ТЕМПЕРАТУРУ
3 S=1.
5 KSIS=2.*S*(BE-1.)+2.
KSISZ=KSIS*KSIS
ERS=SQRT(ERZ+KSISZ+2.*KSIS*(ETA-BE))
IF(Z.GT.ERS) THEN
A2=LOG(Z/ERS)+ERS/Z-1.
FIS=-A2/A1
ELSE

```

```

    FIS=0.
    GOTO 4
ENDIF
SUM=SUM+FIS
S=S+1.
GOTO 5
4 IF(DZETA.LE.CE) THEN
    GOTO 20
ELSE
    GOTO 8
ENDIF
    ВПЛИВ ДЖЕРЕЛ ПРАВОГО РЯДУ НА БЕЗРОЗМІРНУ ТЕМПЕРАТУРУ
20 S=0.
    C2=ACOS(DE)
7 K SIS=2.*S*(BE-1.)
    K SIS2=K SIS*K SIS
    P SIS=SQRT(L002+K SIS2)
    P SIS2=P SIS*P SIS
    C1=ACOS(L00/P SIS)
    IF(ETA.LE.BE) THEN
        F I2S=C1+C2
        GOTO 32
    ELSE
        GOTO 30
    ENDIF
30 IF(C1.GT.C2) THEN
    F I2S=C1-C2
ELSE
    F I2S=C2-C1
ENDIF
32 ERS=SQRT(ER2+P SIS2-2.*ER*P SIS*COS(F I2S))
    IF(Z.GT.ERS) THEN
        A2=LOG(Z/ERS)+ERS/Z-1.
        FIS=A2/A1
    ELSE
        FIS=0.
        GOTO 6
    ENDIF
SUM=SUM+FIS
S=S+1.
GOTO 7
    ВПЛИВ СТОКІВ ПРАВОГО РЯДУ НА БЕЗРОЗМІРНУ ТЕМПЕРАТУРУ
6 S=1.
9 K SIS=2.*S*(BE-1.)+2.
    K SIS2=K SIS*K SIS
    P SIS=SQRT(L002+K SIS2)
    P SIS2=P SIS*P SIS
    C1=ACOS(L00/P SIS)
    IF(ETA.LE.BE) THEN
        GOTO 40
    ELSE
        F I2S=C1+C2
        GOTO 45
    ENDIF
40 IF(C1.GT.C2) THEN
    F I2S=C1-C2
ELSE
    F I2S=C2-C1
ENDIF
45 ERS=SQRT(ER2+P SIS2-2.*ER*P SIS*COS(F I2S))
    IF(Z.GT.ERS) THEN
        A2=LOG(Z/ERS)+ERS/Z-1.
        FIS=-A2/A1
    
```

```

ELSE
  FIS=0.
  GOTO 8
ENDIF
SUM=SUM+FIS
S=S+1.
GOTO 9
8 TETM(M)=SUM
15 CONTINUE
RETURN
END

```

ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ DTTAY (ПОХІДНА ФУНКЦІЇ TTAY ПО ЧАСУ)  
 FUNCTION DTTAY(FO,DZET)

```

A=-11.8
AH=10.
OMEGA=0.717259E-03
HO=1.5
OMEG1=0.4234557
RO=0.7
AK=0.002
AHO=0.9
RB=0.14313
TAY1=4380.
  TAY1-ЧАС ВІД ПОЧАТКУ РОКУ,ЩО ВІДПОВІДАЄ МОМЕНТУ
  ПУСКУ ГАЗОПРОВОДУ (ПОЧАТОК ЛИПНЯ МІСЯЦЯ)
TAY=FO*RB*RB/AK
R1=OMEG1*HO
R2=AH+OMEG1
R3=R2*R2+OMEG1*OMEG1
R4=SQRT(R3)
R5=A*AH*OMEGA*EXP(-R1)
DELTA=ATAN(OMEG1/R2)
R6=OMEGA*(TAY1+(TAY-DZET))-R1-DELTA
R8=RO*OMEGA/(2.*AHO*AK)
R9=-R5*(R8*COS(R6)-SIN(R6))/R4
DTTAY=R9
RETURN
END

```

```

      ПІДПРОГРАМА ВИЗНАЧЕННЯ ПРИРОДНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ
SUBROUTINE TPR(FO,Y1,T1)
DIMENSION Y1(32),T1(32)
TSR=6.7
GE=0.04167
A=-11.8
AH=10.
TAY1=4380.
OMEGA=0.717259E-03
OMEG1=0.4234557
AK=0.002
RB=0.14313
TAY=FO*RB*RB/AK
R1=AH+OMEG1
R2=R1*R1
R3=OMEG1*OMEG1
R4=SQRT(R2+R3)
DELTA=ATAN(OMEG1/R1)
R5=OMEGA*(TAY+TAY1)-DELTA
DO 2 I=1,32
Y=Y1(I)
S1=TSR+GE*(Y+1./AH)
S2=OMEG1*Y
S3=COS(R5-S2)
S4=A*AH*EXP(-S2)/R4
T1(I)=S1+S4*S3
2 CONTINUE
RETURN
END

```

```

      ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ TTAYO
FUNCTION TTAYO()
TG=50.
TSR=6.7
GE=0.04167
AH=10.
HO=1.5
A=-11.8
AHO=0.9
OMEGA=0.717259E-03
OMEG1=0.4234557
RO=0.7
AK=0.002
TAY1=4380.
R1=OMEGA*TAY1
R2=OMEG1*HO
R3=AH+OMEG1
DELTA=ATAN(OMEG1/R3)
R4=R1-R2-DELTA
R5=SQRT(R3*R3+OMEG1*OMEG1)
R6=A*AH*EXP(-R2)/R5
R7=RO*OMEGA/(2.*AHO*AK)
R8=GE*(HO+1./AH)
R9=TG-TSR-R8-R6*(COS(R4)+R7*SIN(R4))
TTAYO=R9
RETURN
END

```



```

ПІДПРОГРАМА ВИЗНАЧЕННЯ МАСИВУ БЕЗРОЗМІРНИХ РАДІУСІВ
ТЕПЛОВОГО ВПЛИВУ ЗАЛЕЖНО ВІД FO
SUBROUTINE ERB(YO,H,M,Y)
PARAMETER(N=601)
DIMENSION Y(N),ETA(N),DEETA(N),DZETA(N),D3ZETA(N),D4ETA(N),DELY(N)
I=1
Y(I)=YO
Z=Y(I)
ETA(I)=FU(Z)*H
DELY(I)=ETA(I)
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
Z=Y(I+1)
ETA(I+1)=FU(Z)*H
DEETA(I)=ETA(I+1)-ETA(I)
DELY(I)=ETA(I)+0.5*DEETA(I)
DELY(I+1)=ETA(I+1)+0.5*DEETA(I)
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
Y(I+2)=Y(I+1)+DELY(I+1)
Z=Y(I+1)
ETA(I+1)=FU(Z)*H
Z=Y(I+2)
ETA(I+2)=FU(Z)*H
DEETA(I)=ETA(I+1)-ETA(I)
DEETA(I+1)=ETA(I+2)-ETA(I+1)
DZETA(I)=DEETA(I+1)-DEETA(I)
DELY(I)=ETA(I)+0.5*DEETA(I)-DZETA(I)/12.
DELY(I+1)=ETA(I+1)+0.5*DEETA(I)+5.*DZETA(I)/12.
DELY(I+2)=ETA(I+2)+0.5*DEETA(I+1)+5.*DZETA(I)/12.
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
Y(I+2)=Y(I+1)+DELY(I+1)
Y(I+3)=Y(I+2)+DELY(I+2)
Z=Y(I+1)
ETA(I+1)=FU(Z)*H
Z=Y(I+2)
ETA(I+2)=FU(Z)*H
Z=Y(I+3)
ETA(I+3)=FU(Z)*H
DEETA(I)=ETA(I+1)-ETA(I)
DEETA(I+1)=ETA(I+2)-ETA(I+1)
DEETA(I+2)=ETA(I+3)-ETA(I+2)
DZETA(I)=DEETA(I+1)-DEETA(I)
DZETA(I+1)=DEETA(I+2)-DEETA(I+1)
D3ZETA(I)=DZETA(I+1)-DZETA(I)
DELY(I)=ETA(I)+0.5*DEETA(I)-DZETA(I)/12.+D3ZETA(I)/24.
DELY(I+1)=ETA(I+1)+0.5*DEETA(I)+5.*DZETA(I)/12.-D3ZETA(I)/24.
DELY(I+2)=ETA(I+2)+0.5*DEETA(I+1)+5.*DZETA(I)/12.+3.*D3ZETA(I)/8.
DELY(I+3)=ETA(I+3)+0.5*DEETA(I+2)+5.*DZETA(I+1)/12.+3.*D3ZETA(I)/8.
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
D1=Y(I+1)
Y(I+2)=Y(I+1)+DELY(I+1)
D2=Y(I+2)
Y(I+3)=Y(I+2)+DELY(I+2)
D3=Y(I+3)
Y(I+4)=Y(I+3)+DELY(I+3)
D4=Y(I+4)
Z=Y(I+1)
ETA(I+1)=FU(Z)*H
Z=Y(I+2)
ETA(I+2)=FU(Z)*H
Z=Y(I+3)
ETA(I+3)=FU(Z)*H
Z=Y(I+4)
ETA(I+4)=FU(Z)*H

```

```

DEETA(I)=ETA(I+1)-ETA(I)
DEETA(I+1)=ETA(I+2)-ETA(I+1)
DEETA(I+2)=ETA(I+3)-ETA(I+2)
DEETA(I+3)=ETA(I+4)-ETA(I+3)
D2ETA(I)=DEETA(I+1)-DEETA(I)
D2ETA(I+1)=DEETA(I+2)-DEETA(I+1)
D2ETA(I+2)=DEETA(I+3)-DEETA(I+2)
D3ETA(I)=D2ETA(I+1)-D2ETA(I)
D3ETA(I+1)=D2ETA(I+2)-D2ETA(I+1)
D4ETA(I)=D3ETA(I+1)-D3ETA(I)
DELY(I)=ETA(I)+0.5*DEETA(I)-D2ETA(I)/12.+D3ETA(I)/24.-
*19.*D4ETA(I)/720.
DELY(I+1)=ETA(I+1)+0.5*DEETA(I)+5.*D2ETA(I)/12.-D3ETA(I)/24.+
*11.*D4ETA(I)/720.
DELY(I+2)=ETA(I+2)+0.5*DEETA(I+1)+5.*D2ETA(I)/12.+3.*D3ETA(I)/8.-
*19.*D4ETA(I)/720.
DELY(I+3)=ETA(I+3)+0.5*DEETA(I+2)+5.*D2ETA(I+1)/12.+
*3.*D3ETA(I)/8.+251.*D4ETA(I)/720.
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
Y(I+2)=Y(I+1)+DELY(I+1)
Y(I+3)=Y(I+2)+DELY(I+2)
Y(I+4)=Y(I+3)+DELY(I+3)
E1=Y(I+1)
E2=Y(I+2)
E3=Y(I+3)
E4=Y(I+4)
IF(ABS((E1-D1)/E1).GT.0.00001.OR.ABS((E2-D2)/E2).GT.0.00001) THEN
  GOTO 2
ELSE
  GOTO 4
ENDIF
4 IF(ABS((E3-D3)/E3).GT.0.00001.OR.ABS((E4-D4)/E4).GT.0.00001) THEN
  GOTO 2
ELSE
  GOTO 6
ENDIF
2 D1=Y(I+1)
D2=Y(I+2)
D3=Y(I+3)
D4=Y(I+4)
Z=Y(I+1)
ETA(I+1)=FU(Z)*H
Z=Y(I+2)
ETA(I+2)=FU(Z)*H
Z=Y(I+3)
ETA(I+3)=FU(Z)*H
Z=Y(I+4)
ETA(I+4)=FU(Z)*H
DEETA(I)=ETA(I+1)-ETA(I)
DEETA(I+1)=ETA(I+2)-ETA(I+1)
DEETA(I+2)=ETA(I+3)-ETA(I+2)
DEETA(I+3)=ETA(I+4)-ETA(I+3)
D2ETA(I)=DEETA(I+1)-DEETA(I)
D2ETA(I+1)=DEETA(I+2)-DEETA(I+1)
D2ETA(I+2)=DEETA(I+3)-DEETA(I+2)
D3ETA(I)=D2ETA(I+1)-D2ETA(I)
D3ETA(I+1)=D2ETA(I+2)-D2ETA(I+1)
D4ETA(I)=D3ETA(I+1)-D3ETA(I)
DELY(I)=ETA(I)+0.5*DEETA(I)-D2ETA(I)/12.+D3ETA(I)/24.-
*19.*D4ETA(I)/720.
DELY(I+1)=ETA(I+1)+0.5*DEETA(I)+5.*D2ETA(I)/12.-D3ETA(I)/24.+
*11.*D4ETA(I)/720.
DELY(I+2)=ETA(I+2)+0.5*DEETA(I+1)+5.*D2ETA(I)/12.+3.*D3ETA(I)/8.-

```

```

*19.*D4ETA(I)/720.
  DELY(I+3)=ETA(I+3)+0.5*DEETA(I+2)+5.*D2ETA(I+1)/12.+3.*D3ETA(I)
*/8.+251.*D4ETA(I)/720.
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
E1=Y(I+1)
Y(I+2)=Y(I+1)+DELY(I+1)
E2=Y(I+2)
Y(I+3)=Y(I+2)+DELY(I+2)
E3=Y(I+3)
Y(I+4)=Y(I+3)+DELY(I+3)
E4=Y(I+4)
IF(ABS((E1-D1)/E1).GT.0.00001.OR.ABS((E2-D2)/E2).GT.0.00001) THEN
  GOTO 2
ELSE
  GOTO 8
ENDIF
8 IF(ABS((E3-D3)/E3).GT.0.00001.OR.ABS((E4-D4)/E4).GT.0.00001) THEN
  GOTO 2
ELSE
  GOTO 6
ENDIF
6 DO 10 I=6,M
  DELY(I-1)=ETA(I-1)+0.5*DEETA(I-2)+5.*D2ETA(I-3)/12.+
*3.*D3ETA(I-4)/8.+251.*D4ETA(I-5)/720.
Y(I)=Y(I-1)+DELY(I-1)
Z=Y(I)
ETA(I)=FU(Z)*H
DEETA(I-1)=ETA(I)-ETA(I-1)
D2ETA(I-2)=DEETA(I-1)-DEETA(I-2)
D3ETA(I-3)=D2ETA(I-2)-D2ETA(I-3)
D4ETA(I-4)=D3ETA(I-3)-D3ETA(I-4)
10 CONTINUE
RETURN
END

```

ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ ПРАВОЇ ЧАСТИНИ ДИФРІВНЯННЯ

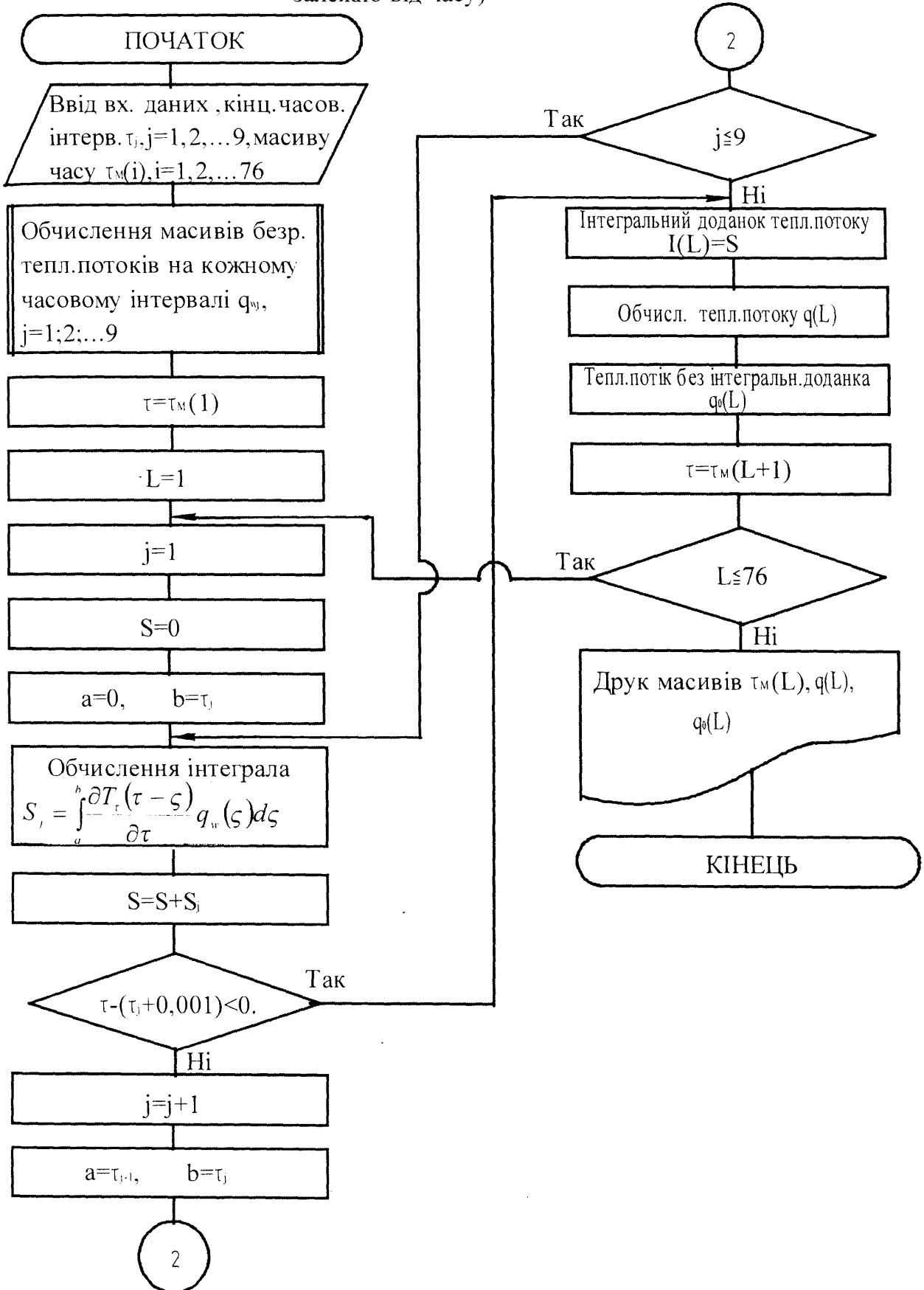
```

FUNCTION FU(Y)
C1=LOG(Y)
C2=Y*Y
C3=12.*(Y*(C1-1.))+1.)
C4=2.*(C2+Y+1.)*C1+3.*(1.-C2)
C5=C3/C4
FU=C5
RETURN
END

```

## Додаток Б

Блок-схема програми ТР01 (визначення теплового потоку від газопроводу в ґрунт залежно від часу)



```
ПРОГРАМА ВИЗНАЧЕННЯ ТЕПЛОВОГО ПОТОКУ QTAY ВІД ГАЗОПРОВОДУ
В ГРУНТ (З 1 М ЙОГО ДОВЖИНИ) ЗАЛЕЖНО ВІД ЧАСУ
PROGRAM TPO1
REAL INTOT(76),LAMBDA
DIMENSION FOM(76),TAY(76),QWO(201),QW1(161),QW2(181),QW3(181),
*QW4(401),QW5(501),QW6(501),QW7(601),QW8(501),QTAY(76),QTAYO(76)
OPEN(UNIT=10,FILE='REZTPO1')
HO=1.5
LAMBDA=1.
PI=3.1415926
A=-11.8
RO=0.7
AH=10.
OMEG1=0.4234557
OMEGA=0.717259E-03
TAY1=4380.
RB=0.14313
AK=0.002
FOO=0.02
DFOO=0.0001
FO1=0.1
DFO1=0.0005
FO2=1.
DFO2=0.005
FO3=10.
DFO3=0.05
FO4=50.
DFO4=0.1
FO5=100.
DFO5=0.1
FO6=200.
DFO6=0.2
FO7=500.
DFO7=0.5
FO8=1000.
DFO8=1.
DATA FOM/0.02,0.1,0.5,1.,2.,3.,4.,5.,6.,7.,8.,9.,10.,15.,20.,25.,
*30.,35.,40.,45.,50.,60.,70.,80.,90.,100.,110.,120.,130.,140.,150.,
*160.,170.,180.,190.,200.,220.,240.,260.,280.,300.,320.,340.,360.,
*380.,400.,420.,440.,460.,480.,500.,520.,540.,560.,580.,600.,620.,
*640.,660.,680.,700.,720.,740.,760.,780.,800.,820.,840.,860.,880.,
*900.,920.,940.,960.,980.,1000./
RB2=RB*RB
FOP=0.
RP=1.01
M=201
CALL TPOB(FOP,RP,DFOO,M,RK,QWO)
FOP=FOO
RP=RK
M=161
CALL TPOB(FOP,RP,DFO1,M,RK,QW1)
FOP=FO1
RP=RK
M=181
CALL TPOB(FOP,RP,DFO2,M,RK,QW2)
FOP=FO2
RP=RK
M=181
CALL TPOB(FOP,RP,DFO3,M,RK,QW3)
FOP=FO3
RP=RK
M=401
CALL TPOB(FOP,RP,DFO4,M,RK,QW4)
```

```

FOP=F04
RP=RK
M=501
CALL TPOB(FOP,RP,DF05,M,RK,QW5)
FOP=F05
RP=RK
M=501
CALL TPOB(FOP,RP,DF06,M,RK,QW6)
FOP=F06
RP=RK
M=601
CALL TPOB(FOP,RP,DF07,M,RK,QW7)
FOP=F07
RP=RK
M=501
CALL TPOB(FOP,RP,DF08,M,RK,QW8)
FO=FOM(1)
DO 20 L=1,76
SUM=0.
M=201
DZET=0.
DZ=DF00*RB2/AK
I=1
SUM=SUM+QWO(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 5 I=2,200,2
SUM=SUM+4.*QWO(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.200) THEN
  C=2.
ELSE
  C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*QWO(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.200) THEN
  B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
CONTINUE
SUM1=SUM*DZ/3.
SUMA=SUM1
IF(FO.LT.0.021) THEN
  EK=QWO(201)
  GOTO 70
ENDIF
SUM=0.
I=1
SUM=SUM+QW1(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZ=DF01*RB2/AK
DZET=DZET+DZ
DO 6 I=2,160,2
SUM=SUM+4.*QW1(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.160) THEN
  C=2.
ELSE
  C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*QW1(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.160) THEN
  B=0.

```

```

ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
6 CONTINUE
SUM2=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM2
IF(FO.LT.0.11) THEN
  EK=QW1(161)
  GOTO 70
ENDIF
SUM=0.
IF(FO.LT.0.99) THEN
  M=NINT((FO-FO1)/DFO2+1.)
ELSE
  M=181
ENDIF
I=1
SUM=SUM+QW2(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZ=DF02*RB2/AK
DZET=DZET+DZ
DO 7 I=2,M-1,2
SUM=SUM+4.*QW2(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.(M-1)) THEN
  C=2.
ELSE
  C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*QW2(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.(M-1)) THEN
  B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
7 CONTINUE
SUM3=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM3
IF(FO.LT.1.01) THEN
  EK=QW2(M)
  GOTO 70
ENDIF
SUM=0.
DZ=DF03*RB2/AK
IF(FO.LT.9.99) THEN
  M=NINT((FO-FO2)/DFO3+1.)
ELSE
  M=181
ENDIF
I=1
SUM=SUM+QW3(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 62 I=2,M-1,2
SUM=SUM+4.*QW3(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.(M-1)) THEN
  C=2.
ELSE
  C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*QW3(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.(M-1)) THEN
  B=0.
ENDIF

```

```

DZET=DZET+B*DZ
62 CONTINUE
SUM4=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM4
IF(FO.LT.10.01) THEN
    EK=QW3(M)
    GOTO 70
ENDIF
SUM=0.
IF(FO.LT.49.99) THEN
    M=NINT((FO-FO3)/DFO4+1.)
ELSE
    M=401
ENDIF
I=1
SUM=SUM+QW4(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZ=DFO4*RB2/AK
DZET=DZET+DZ
DO 32 I=2,M-1,2
SUM=SUM+4.*QW4(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.(M-1)) THEN
    C=2.
ELSE
    C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*QW4(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.(M-1)) THEN
    B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
32 CONTINUE
SUM5=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM5
IF(FO.LT.50.01) THEN
    EK=QW4(M)
    GOTO 70
ENDIF
SUM=0.
IF(FO.LT.99.99) THEN
    M=NINT((FO-FO4)/DFO5+1.)
ELSE
    M=501
ENDIF
I=1
DZ=DF05*RB2/AK
SUM=SUM+QW5(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 33 I=2,M-1,2
SUM=SUM+4.*QW5(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.(M-1)) THEN
    C=2.
ELSE
    C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*QW5(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.(M-1)) THEN
    B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ

```



```

33 CONTINUE
SUM6=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM6
IF(FO.LT.100.01) THEN
    EK=QW5(M)
    GOTO 70
ENDIF
SUM=0.
IF(FO.LT.199.99) THEN
    M=NINT((FO-F05)/DF06+1.)
ELSE
    M=501
ENDIF
I=1
DZ=DF06*RB2/AK
SUM=SUM+QW6(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 34 I=2,M-1,2
SUM=SUM+4.*QW6(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.(M-1)) THEN
    C=2.
ELSE
    C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*QW6(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.(M-1)) THEN
    B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
34 CONTINUE
SUM7=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM7
IF(FO.LT.200.01) THEN
    EK=QW6(M)
    GOTO 70
ENDIF
SUM=0.
IF(FO.LT.499.99) THEN
    M=NINT((FO-F06)/DF07+1.)
ELSE
    M=601
ENDIF
DZ=DF07*RB2/AK
I=1
SUM=SUM+QW7(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 35 I=2,M-1,2
SUM=SUM+4.*QW7(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.(M-1)) THEN
    C=2.
ELSE
    C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*QW7(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.(M-1)) THEN
    B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
35 CONTINUE

```

```

SUMB=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUMB
IF(FO.LT.500.01) THEN
    EK=QW7(M)
    GOTO 70
ENDIF
SUM=0.
IF(FO.LT.999.99) THEN
    M=NINT((FO-F07)/DF08+1.)
ELSE
    M=501
ENDIF
DZ=DF08*RB2/AK
I=1
SUM=SUM+QW8(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
DO 36 I=2,M-1,2
SUM=SUM+4.*QW8(I)*DTTAY(FO,DZET)
DZET=DZET+DZ
IF(I.LT.(M-1)) THEN
    C=2.
ELSE
    C=1.
ENDIF
SUM=SUM+C*QW8(I+1)*DTTAY(FO,DZET)
B=1.
IF(I.EQ.(M-1)) THEN
    B=0.
ENDIF
DZET=DZET+B*DZ
36 CONTINUE
SUM9=SUM*DZ/3.
SUMA=SUMA+SUM9
EK=QW8(M)
70 INTOT(L)=SUMA
TAY(L)=FO*RB2/AK
R1=OMEG1*H0
R2=OMEG1*OMEG1
R3=AH+OMEG1
R4=R3*R3
R5=R0*R0*A*AH*R2
R6=R5*EXP(-R1)
R7=SQRT(R4+R2)
DELTA=ATAN(OMEG1/R3)
R8=OMEGA*(TAY1+TAY(L))
R9=SIN(R8-R1-DELTA)
R10=R6*R9/R7
S=2.*PI*LAMBDA
QTAY(L)=S*(TTAYO( )*EK+INTOT(L)+R10)
QTAYO(L)=QTAY(L)-S*INTOT(L)
FO=FOM(L+1)
20 CONTINUE
WRITE(10,100)
100 FORMAT(/25X,'ВХІДНІ ДАНІ ПРОГРАМИ ТР01'/)
WRITE(10,101) H0,A,R0,AH
101 FORMAT(6X,'H0=',F4.1,2X,'A=',F5.1,2X,'R0=',F4.1,2X,'AH=',F4.0)
WRITE(10,102) OMEG1,OMEGA,TAY1
102 FORMAT(6X,'OMEG1=',F10.7,2X,'OMEGA=',E13.6,2X,'TAY1=',F6.0)
WRITE(10,103) LAMBDA,AK,RB
103 FORMAT(6X,'LAMBDA=',F3.0,2X,'AK=',F6.3,2X,'RB=',F8.5)
WRITE(10,104)
104 FORMAT(6X,'TG=50. ALFAP=10. KA=0.9 TSR=6.7 GE=0.04167')
WRITE(10,105)

```

```

105 FORMAT(/20X,'РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ПРОГРАМИ ТРО1'/)
WRITE(10,106)
106 FORMAT(/10X,'N',5X,'FO',8X,'TAY',9X,'QTAY',10X,'QTAYO'/)
N=1
DO 90 L=1,76
WRITE(10,107) N,FOM(L),TAY(L),QTAY(L),QTAYO(L)
107 FORMAT(10X,I2,2X,F8.2,2X,F8.1,2(2X,E13.6))
N=N+1
90 CONTINUE
WRITE(10,108)
108 FORMAT(/6X,'QTAY-ТЕПЛОВ. ПОТІК В ҐРУНТ,ВТ/М'/)
WRITE(10,109)
109 FORMAT(/6X,'QTAYO-ТЕПЛ. ПОТІК БЕЗ ІНТЕГР. ЧЛЕНА, ВТ/М'/)
CLOSE(10)
STOP
END

```

ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ DTTAY (ПОХІДНА ФУНКЦІІ TTAY ПО ЧАСУ)  
 FUNCTION DTTAY(FO,DZET)

```

A=-11.8
AH=10.
OMEGA=0.717259E-03
HO=1.5
OMEG1=0.4234557
RO=0.7
AK=0.002
AHO=0.9
RB=0.14313
TAY1=4380.
TAY1-ЧАС ВІД ПОЧАТКУ РОКУ,ЩО ВІДПОВІДАЄ МОМЕНТУ
ПУСКУ ГАЗОПРОВІДУ (ПОЧАТОК ЛИПНЯ МІСЯЦЯ)
TAY=FO*RB*RB/AK
R1=OMEG1*HO
R2=AH+OMEG1
R3=R2*R2+OMEG1*OMEG1
R4=SQRT(R3)
R5=A*AH*OMEGA*EXP(-R1)
DELTA=ATAN(OMEG1/R2)
R6=OMEGA*(TAY1+(TAY-DZET))-R1-DELTA
R8=RO*OMEGA/(2.*AHO*AK)
R9=-R5*(R8*COS(R6)-SIN(R6))/R4
DTTAY=R9
RETURN
END

```

```

ПІДПРОГРАМА ВИЗНАЧЕННЯ МАСИВУ БЕЗРОЗМІРНОГО ТЕПЛОВОГО
ПОТОКУ QW
SUBROUTINE TPOB(FOP,RP,DELFO,K,RK,QWTAY)
PARAMETER(N=601)
DIMENSION RMAS(N),QWTAY(N)
  ВХІДНІ ДАНІ ПРОГРАМИ
HO=1.5
AH=10.
RB=0.14313
PI=3.1415926
AO=1.38629436
A1=0.09666344
A2=0.03590092
A3=0.03742564
A4=0.01451196
EO=0.5
E1=0.12498594
E2=0.06880249
E3=0.03328355
E4=0.00441787
C1=0.44325141
C2=0.06260601
C3=0.04757384
C4=0.01736506
D1=0.24998368
D2=0.09200180
D3=0.04069698
D4=0.00526450
  ОСНОВНА ЧАСТИНА ПІДПРОГРАМИ
HZW=(HO+1./AH)/RB
CALL ERB(RP,DELFO,K,RMAS)
RK=RMAS(K)
DO 2 I=1,K
ES=(RMAS(I)-1.)/(2.*(HZW-1.))
M=INT(ES)
E1=RMAS(I)-1.
E2=RMAS(I)*LOG(RMAS(I))
E3=E1/(E2-E1)
SUM=0.
IF(M.GT.0) THEN
  GOTO 6
ELSE
  GOTO 5
ENDIF
6 DO 4 J=1,M
AJ=REAL(J)
QK=2.*AJ*(HZW-1.)
Z1=1.+QK
Z2=QK+3.
DK=2.*SQRT(QK)/Z1
BK=2.*SQRT(QK+2.)/Z2
BK2=BK*BK
DK2=DK*DK
EM1=1.-BK2
EM2=1.-DK2
EIN1B=((A4*EM1+A3)*EM1+A2)*EM1+A1)*EM1+AO+(((B4*EM1+B3)*EM1+B2)*
*EM1+B1)*EM1+BO)*LOG(1./EM1)
EIN1D=((A4*EM2+A3)*EM2+A2)*EM2+A1)*EM2+AO+(((B4*EM2+B3)*EM2+B2)*
*EM2+B1)*EM2+BO)*LOG(1./EM2)
EIN2B=((C4*EM1+C3)*EM1+C2)*EM1+C1)*EM1+1.+(((D4*EM1+D3)*EM1+D2)*
*EM1+D1)*EM1*LOG(1./EM1)
EIN2D=((C4*EM2+C3)*EM2+C2)*EM2+C1)*EM2+1.+(((D4*EM2+D3)*EM2+D2)*
*EM2+D1)*EM2*LOG(1./EM2)

```

```

E4=(1.-OK)*EIN1D+Z1*EIN2D+Z1*EIN1B-Z2*EIN2B
SUM=SUM+E4
4 CONTINUE
5 QWTAY(I)=E3*(1.-SUM/(PI*E1))
2 CONTINUE
RETURN
END

```

```

      ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ TTAYO
FUNCTION TTAYO( )
TG=50.
TSR=6.7
GE=0.04167
AH=10.
HO=1.5
A=-11.8
AHO=0.9
OMEGA=0.717259E-03
OMEG1=0.4234557
RO=0.7
AK=0.002
TAY1=4380.
R1=OMEGA*TAY1
R2=OMEG1*HO
R3=AH+OMEG1
DELTA=ATAN(OMEG1/R3)
R4=R1-R2-DELTA
R5=SQRT(R3*R3+OMEG1*OMEG1)
R6=A*AH*EXP(-R2)/R5
R7=RO*OMEGA/(2.*AHO*AK)
R8=GE*(HO+1./AH)
R9=TG-TSR-R8-R6*(COS(R4)+R7*SIN(R4))
TTAYO=R9
RETURN
END

```

ПІДПРОГРАМА ВИЗНАЧЕННЯ МАСИВУ БЕЗРОЗМІРНИХ РАДІУСІВ  
 ТЕПЛОВОГО ВПЛИВУ ЗАЛЕЖНО ВІД FO

```

SUBROUTINE ERB(YO,H,M,Y)
PARAMETER(N=601)
DIMENSION Y(N),ETA(N),DEETA(N),D2ZETA(N),D3ZETA(N),D4ETA(N),DELY(N)
I=1
Y(I)=YO
Z=Y(I)
ETA(I)=FU(Z)*H
DELY(I)=ETA(I)
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
Z=Y(I+1)
ETA(I+1)=FU(Z)*H
DEETA(I)=ETA(I+1)-ETA(I)
DELY(I)=ETA(I)+0.5*DEETA(I)
DELY(I+1)=ETA(I+1)+0.5*DEETA(I)
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
Y(I+2)=Y(I+1)+DELY(I+1)
Z=Y(I+1)
ETA(I+1)=FU(Z)*H
Z=Y(I+2)
ETA(I+2)=FU(Z)*H
DEETA(I)=ETA(I+1)-ETA(I)
DEETA(I+1)=ETA(I+2)-ETA(I+1)
D2ZETA(I)=DEETA(I+1)-DEETA(I)
DELY(I)=ETA(I)+0.5*DEETA(I)-D2ZETA(I)/12.
DELY(I+1)=ETA(I+1)+0.5*DEETA(I)+5.*D2ZETA(I)/12.
DELY(I+2)=ETA(I+2)+0.5*DEETA(I+1)+5.*D2ZETA(I)/12.
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
Y(I+2)=Y(I+1)+DELY(I+1)
Y(I+3)=Y(I+2)+DELY(I+2)
Z=Y(I+1)
ETA(I+1)=FU(Z)*H
Z=Y(I+2)
ETA(I+2)=FU(Z)*H
Z=Y(I+3)
ETA(I+3)=FU(Z)*H
DEETA(I)=ETA(I+1)-ETA(I)
DEETA(I+1)=ETA(I+2)-ETA(I+1)
DEETA(I+2)=ETA(I+3)-ETA(I+2)
D2ZETA(I)=DEETA(I+1)-DEETA(I)
D2ZETA(I+1)=DEETA(I+2)-DEETA(I+1)
D3ZETA(I)=D2ZETA(I+1)-D2ZETA(I)
DELY(I)=ETA(I)+0.5*DEETA(I)-D2ZETA(I)/12.+D3ZETA(I)/24.
DELY(I+1)=ETA(I+1)+0.5*DEETA(I)+5.*D2ZETA(I)/12.-D3ZETA(I)/24.
DELY(I+2)=ETA(I+2)+0.5*DEETA(I+1)+5.*D2ZETA(I)/12.+3.*D3ZETA(I)/8.
DELY(I+3)=ETA(I+3)+0.5*DEETA(I+2)+5.*D2ZETA(I+1)/12.+3.*D3ZETA(I)/8.
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
D1=Y(I+1)
Y(I+2)=Y(I+1)+DELY(I+1)
D2=Y(I+2)
Y(I+3)=Y(I+2)+DELY(I+2)
D3=Y(I+3)
Y(I+4)=Y(I+3)+DELY(I+3)
D4=Y(I+4)
Z=Y(I+1)
ETA(I+1)=FU(Z)*H
Z=Y(I+2)
ETA(I+2)=FU(Z)*H
Z=Y(I+3)
ETA(I+3)=FU(Z)*H
Z=Y(I+4)
ETA(I+4)=FU(Z)*H
  
```

```

DEETA(I)=ETA(I+1)-ETA(I)
DEETA(I+1)=ETA(I+2)-ETA(I+1)
DEETA(I+2)=ETA(I+3)-ETA(I+2)
DEETA(I+3)=ETA(I+4)-ETA(I+3)
D2ETA(I)=DEETA(I+1)-DEETA(I)
D2ETA(I+1)=DEETA(I+2)-DEETA(I+1)
D2ETA(I+2)=DEETA(I+3)-DEETA(I+2)
D3ETA(I)=D2ETA(I+1)-D2ETA(I)
D3ETA(I+1)=D2ETA(I+2)-D2ETA(I+1)
D4ETA(I)=D3ETA(I+1)-D3ETA(I)
DELY(I)=ETA(I)+0.5*DEETA(I)-D2ETA(I)/12.+D3ETA(I)/24.-
*19.*D4ETA(I)/720.
DELY(I+1)=ETA(I+1)+0.5*DEETA(I)+5.*D2ETA(I)/12.-D3ETA(I)/24.+
*11.*D4ETA(I)/720.
DELY(I+2)=ETA(I+2)+0.5*DEETA(I+1)+5.*D2ETA(I)/12.+3.*D3ETA(I)/8.-
*19.*D4ETA(I)/720.
DELY(I+3)=ETA(I+3)+0.5*DEETA(I+2)+5.*D2ETA(I+1)/12.+
*3.*D3ETA(I)/8.+251.*D4ETA(I)/720.
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
Y(I+2)=Y(I+1)+DELY(I+1)
Y(I+3)=Y(I+2)+DELY(I+2)
Y(I+4)=Y(I+3)+DELY(I+3)
E1=Y(I+1)
E2=Y(I+2)
E3=Y(I+3)
E4=Y(I+4)
IF(ABS((E1-D1)/E1).GT.0.00001.OR.ABS((E2-D2)/E2).GT.0.00001) THEN
  GOTO 2
ELSE
  GOTO 4
ENDIF
4 IF(ABS((E3-D3)/E3).GT.0.00001.OR.ABS((E4-D4)/E4).GT.0.00001) THEN
  GOTO 2
ELSE
  GOTO 6
ENDIF
2 D1=Y(I+1)
D2=Y(I+2)
D3=Y(I+3)
D4=Y(I+4)
Z=Y(I+1)
ETA(I+1)=FU(Z)*H
Z=Y(I+2)
ETA(I+2)=FU(Z)*H
Z=Y(I+3)
ETA(I+3)=FU(Z)*H
Z=Y(I+4)
ETA(I+4)=FU(Z)*H
DEETA(I)=ETA(I+1)-ETA(I)
DEETA(I+1)=ETA(I+2)-ETA(I+1)
DEETA(I+2)=ETA(I+3)-ETA(I+2)
DEETA(I+3)=ETA(I+4)-ETA(I+3)
D2ETA(I)=DEETA(I+1)-DEETA(I)
D2ETA(I+1)=DEETA(I+2)-DEETA(I+1)
D2ETA(I+2)=DEETA(I+3)-DEETA(I+2)
D3ETA(I)=D2ETA(I+1)-D2ETA(I)
D3ETA(I+1)=D2ETA(I+2)-D2ETA(I+1)
D4ETA(I)=D3ETA(I+1)-D3ETA(I)
DELY(I)=ETA(I)+0.5*DEETA(I)-D2ETA(I)/12.+D3ETA(I)/24.-
*19.*D4ETA(I)/720.
DELY(I+1)=ETA(I+1)+0.5*DEETA(I)+5.*D2ETA(I)/12.-D3ETA(I)/24.+
*11.*D4ETA(I)/720.
DELY(I+2)=ETA(I+2)+0.5*DEETA(I+1)+5.*D2ETA(I)/12.+3.*D3ETA(I)/8.-

```

```

*19.*D4ETA(I)/720.
  DELY(I+3)=ETA(I+3)+0.5*DEETA(I+2)+5.*D2ETA(I+1)/12.+3.*D3ETA(I)
*/8.+251.*D4ETA(I)/720.
Y(I+1)=Y(I)+DELY(I)
E1=Y(I+1)
Y(I+2)=Y(I+1)+DELY(I+1)
E2=Y(I+2)
Y(I+3)=Y(I+2)+DELY(I+2)
E3=Y(I+3)
Y(I+4)=Y(I+3)+DELY(I+3)
E4=Y(I+4)
IF(ABS((E1-D1)/E1).GT.0.00001.OR.ABS((E2-D2)/E2).GT.0.00001) THEN
  GOTO 2
ELSE
  GOTO 8
ENDIF
8 IF(ABS((E3-D3)/E3).GT.0.00001.OR.ABS((E4-D4)/E4).GT.0.00001) THEN
  GOTO 2
ELSE
  GOTO 6
ENDIF
6 DO 10 I=6,M
  DELY(I-1)=ETA(I-1)+0.5*DEETA(I-2)+5.*D2ETA(I-3)/12.+
*3.*D3ETA(I-4)/8.+251.*D4ETA(I-5)/720.
  Y(I)=Y(I-1)+DELY(I-1)
  Z=Y(I)
  ETA(I)=FU(Z)*H
  DEETA(I-1)=ETA(I)-ETA(I-1)
  D2ETA(I-2)=DEETA(I-1)-DEETA(I-2)
  D3ETA(I-3)=D2ETA(I-2)-D2ETA(I-3)
  D4ETA(I-4)=D3ETA(I-3)-D3ETA(I-4)
10 CONTINUE
RETURN
END

```

ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ ПРАВОЇ ЧАСТИНИ ДИФРІВНЯННЯ

```

FUNCTION FU(Y)
C1=LOG(Y)
C2=Y*Y
C3=12.*(Y*(C1-1.)+1.)
C4=2.*(C2+Y+1.)*C1+3.*(1.-C2)
C5=C3/C4
FU=C5
RETURN
END

```



## Додаток В

Визначення впливу заміни граничної умови 3-го роду граничною умовою 1-го роду на величину теплового потоку через границю тіла

Необхідно в'яснити характер похибки теплового потоку (від чого вона залежить, межі цієї похибки, при яких умовах вона зменшується) на границі тіла, на якій гранична умова 3-го роду замінена умовою 1-го роду.

Розглядаємо теплову задачу для масиву (рис.В.1). На глибині  $H_0$  діє плоске джерело тепла, потужність якого  $q$  ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ), а з границі  $x=0$  має місце тепловіддача в навколишнє середовище за законом Ньютона. В початковий момент часу температура в точках півплощини дорівнює нулю.

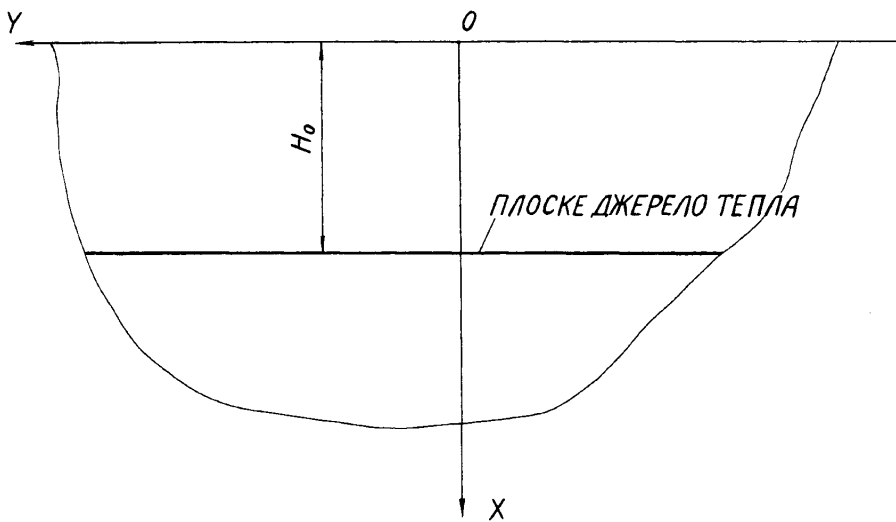


Рис. В. 1. Масив з плоским джерелом тепла в ньому

Математично сформульована задача записується так:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial t}{\partial \tau} - \frac{q}{\lambda} \delta(x - H_0), \quad (\text{В.1})$$

$$\left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} - \alpha t \right)_{|x=0} = 0, \quad t_{|x \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad (\text{В.2})$$

$$t(x, 0) = 0, \quad (\text{В.3})$$

де  $t$  - температурне поле в масиві;

$\lambda, a$  - коефіцієнти теплопровідності і температуропровідності масиву;

$\tau$  - час;

$\alpha$  - коефіцієнт тепловіддачі з поверхні масиву в навколишнє середовище;

$\delta(x - H_0)$  - дельта-функція Дірака [60].

Задачу (В.1)-(В.3) розв'язуємо за допомогою перетворення Лапласа [55, 67, 68]. При цьому отримуємо

$$\frac{d^2 \bar{t}}{dx^2} - \frac{s}{a} \bar{t} = -\frac{q}{\lambda s} \delta(x - H_0), \quad (B.4)$$

$$\left( \lambda \frac{d\bar{t}}{dx} - \alpha \bar{t} \right) \Big|_{x=0} = 0, \quad \bar{t} \Big|_{x \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad (B.5)$$

де  $\bar{t}$  - перетворення Лапласа функції температури  $t$ ;

$s$  - аргумент перетворення Лапласа.

Розв'язок задачі (В.4), (В.5) має вигляд

$$\begin{aligned} \bar{t} = & \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda s\sqrt{s}} e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}(H_0-x)} S(H_0-x) + \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda s\sqrt{s}} e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}(x-H_0)} S(x-H_0) + \\ & + \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda s\sqrt{s}} \frac{(\lambda\sqrt{s} - \alpha\sqrt{a})}{(\lambda\sqrt{s} + \alpha\sqrt{a})} e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}(x+H_0)}, \end{aligned} \quad (B.6)$$

де  $S(H_0 - x), S(x - H_0)$  - функції Хевісайда [60].

Для знаходження оригінала функції (В.6) користуємось таблицями обернених перетворень Лапласа [73,74] і одержуємо

$$\begin{aligned}
t = & \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda} \left[ 2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp\left(-\frac{(H_0 - x)^2}{4a\tau}\right) - \frac{H_0 - x}{\sqrt{a}} \operatorname{erfc} \frac{H_0 - x}{2\sqrt{a\tau}} \right] S(H_0 - x) + \\
& + \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda} \left[ 2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp\left(-\frac{(x - H_0)^2}{4a\tau}\right) - \frac{x - H_0}{\sqrt{a}} \operatorname{erfc} \frac{x - H_0}{2\sqrt{a\tau}} \right] S(x - H_0) + \\
& + \frac{q}{2\alpha} \left[ \operatorname{erfc} \frac{x + H_0}{2\sqrt{a\tau}} - \exp\left(\frac{\alpha(x + H_0)}{\lambda} + \frac{a\alpha^2\tau}{\lambda^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha}{\lambda}\sqrt{a\tau} + \frac{x + H_0}{2\sqrt{a\tau}}\right) \right] - \\
& - \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda} \left[ 2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp\left(-\frac{(x + H_0)^2}{4a\tau}\right) - \frac{(\lambda + \alpha(x + H_0))}{\alpha\sqrt{a}} \times \right. \\
& \left. \times \operatorname{erfc} \frac{x + H_0}{2\sqrt{a\tau}} + \frac{\lambda}{\alpha\sqrt{a}} \exp\left(\frac{\alpha}{\lambda}(x + H_0) + \frac{a\alpha^2\tau}{\lambda^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x + H_0}{2\sqrt{a\tau}} + \frac{\alpha}{\lambda}\sqrt{a\tau}\right) \right]. \quad (\text{B.7})
\end{aligned}$$

Переходячи в (B.7) до границі  $\tau \rightarrow \infty$ , знаходимо аналітичний вираз для стаціонарного температурного поля в масиві у такому вигляді:

$$t = -\frac{q}{\lambda}(x - H_0)S(x - H_0) + \frac{qx}{\lambda} + \frac{q}{\alpha}. \quad (\text{B.8})$$

Величина нестационарного теплового потоку, що проходить через поверхню  $x = 0$ , згідно (B.7) буде

$$\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=0} = q \left[ \operatorname{erfc} \frac{H_0}{2\sqrt{a\tau}} - \exp\left(\frac{\alpha H_0}{\lambda} + \frac{a\alpha^2\tau}{\lambda^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha}{\lambda}\sqrt{a\tau} + \frac{H_0}{2\sqrt{a\tau}}\right) \right]. \quad (\text{B.9})$$

Переходимо до розглядання тієї ж задачі (B.1)-(B.3), тільки граничну умову 3-го роду (B.2) заміняємо граничною умовою 1-го роду за допомогою введення додаткового шару [33] (рис. B.2). Товщина цього шару  $\Delta l = \lambda/\alpha$ . Початок координат переносимо із точки  $O$  в точку  $O'$ . В новій системі координат  $X'O'Y$  координата у має ті ж значення, що і в попередній задачі, а  $x' = x + \Delta l$ . Таким чином, одержуємо таку математичну задачу:

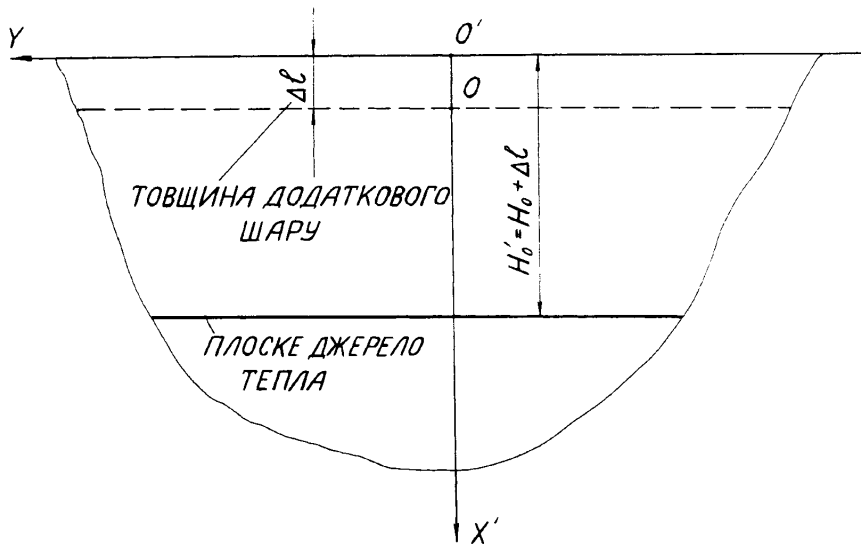


Рис. В. 2. Масив з плоским джерелом тепла в ньому і додатковим шаром на границі

$$\frac{\partial^2 t^*}{\partial x'^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial t^*}{\partial \tau} - \frac{q}{\lambda} \delta(x' - H_0'), \quad H_0' = H_0 + \Delta l, \quad (\text{В.10})$$

$$t^*_{|x'=0} = 0, \quad t^*_{|x' \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad (\text{В.11})$$

$$t^*(x', 0) = 0, \quad (\text{В.12})$$

де  $t^*(x, \tau)$  - температурне поле в масиві при граничній умові 1-го роду.

Задачу (В.10)-(В.12) розв'язуємо аналогічно як і (В.1)-(В.3) і отримуємо

$$\begin{aligned}
 t^* = & \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda} \left[ 2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp\left(-\frac{(H_0' - x')^2}{4a\tau}\right) - \frac{H_0' - x'}{\sqrt{a}} \operatorname{erfc} \frac{H_0' - x'}{2\sqrt{a\tau}} \right] \mathcal{S}(H_0' - x') + \\
 & + \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda} \left[ 2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp\left(-\frac{(x' - H_0')^2}{4a\tau}\right) - \frac{x' - H_0'}{\sqrt{a}} \operatorname{erfc} \frac{x' - H_0'}{2\sqrt{a\tau}} \right] \mathcal{S}(x' - H_0') - \\
 & - \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda} \left[ 2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \exp\left(-\frac{(x' + H_0')^2}{4a\tau}\right) - \frac{x' + H_0'}{\sqrt{a}} \operatorname{erfc} \frac{x' + H_0'}{2\sqrt{a\tau}} \right]. \quad (\text{В.13})
 \end{aligned}$$

Із (В.13) знаходимо аналітичний вираз для теплового потоку при  $x' < H_0'$

$$\lambda \frac{\partial t^*}{\partial x'} \Big|_{x' < H_0'} = \frac{q}{2} \left( \operatorname{erfc} \frac{H_0' - x'}{2\sqrt{a\tau}} + \operatorname{erfc} \frac{x' + H_0'}{2\sqrt{a\tau}} \right). \quad (\text{В.14})$$

Величини теплового потоку на вході в додатковий шар ( $x' = \Delta l$ ) і на виході з нього ( $x' = 0$ ), користуючись (В.14), відповідно будуть

$$\lambda \frac{\partial t^*}{\partial x'} \Big|_{x' = \Delta l} = \frac{q}{2} \left( \operatorname{erfc} \frac{H_0}{2\sqrt{a\tau}} + \operatorname{erfc} \frac{H_0 + 2\Delta l}{2\sqrt{a\tau}} \right), \quad (\text{В.15})$$

$$\lambda \frac{\partial t^*}{\partial x'} \Big|_{x' = 0} = q \operatorname{erfc} \left( \frac{H_0 + \Delta l}{2\sqrt{a\tau}} \right). \quad (\text{В.16})$$

За формулами (В.9), (В.15) і (В.16) проведено розрахунок теплового потоку при таких вихідних даних:  $H_0 = 0,5 \text{ м}$ ,  $a = 0,1 \text{ м}^2/\text{год}$ ,  $\lambda = 1 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$ ,  $\alpha = 2 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$  і  $\alpha = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$ . Отримані при цьому результати подані в табл. В.1.

Заміна граничної умови 3-го роду граничною умовою 1-го роду за допомогою введення додаткового шару показує (табл.В.1), що тепловий потік на вході в додатковий шар ( $x' = \Delta l$ ) є більший ніж на виході із додаткового шару. При збільшенні часу нагрівання відносна різниця між вказаними тепловими потоками, обчислена у відсотках, зменшується і тим скоріше, чим більшим є коефіцієнт тепловіддачі.

Тепловий потік при граничній умові 3-го роду є постійно більшим ніж тепловий потік на виході із додаткового шару і меншим ніж на вході в додатковий шар, якщо  $\tau$  не є досить великим (в даній задачі при  $\tau < 10 \text{ год}$ ). При збільшенні часу  $\tau$  цей тепловий потік наближається до теплового потоку на вході у додатковий шар і в подальшому коливається навколо нього. Ці коливання незначні, так що ними можна знехтувати (при  $\alpha = 2 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$ ) вказане

Числові значення нестационарного теплового потоку через границю масиву  
при граничних умовах 3-го і 1-го родів

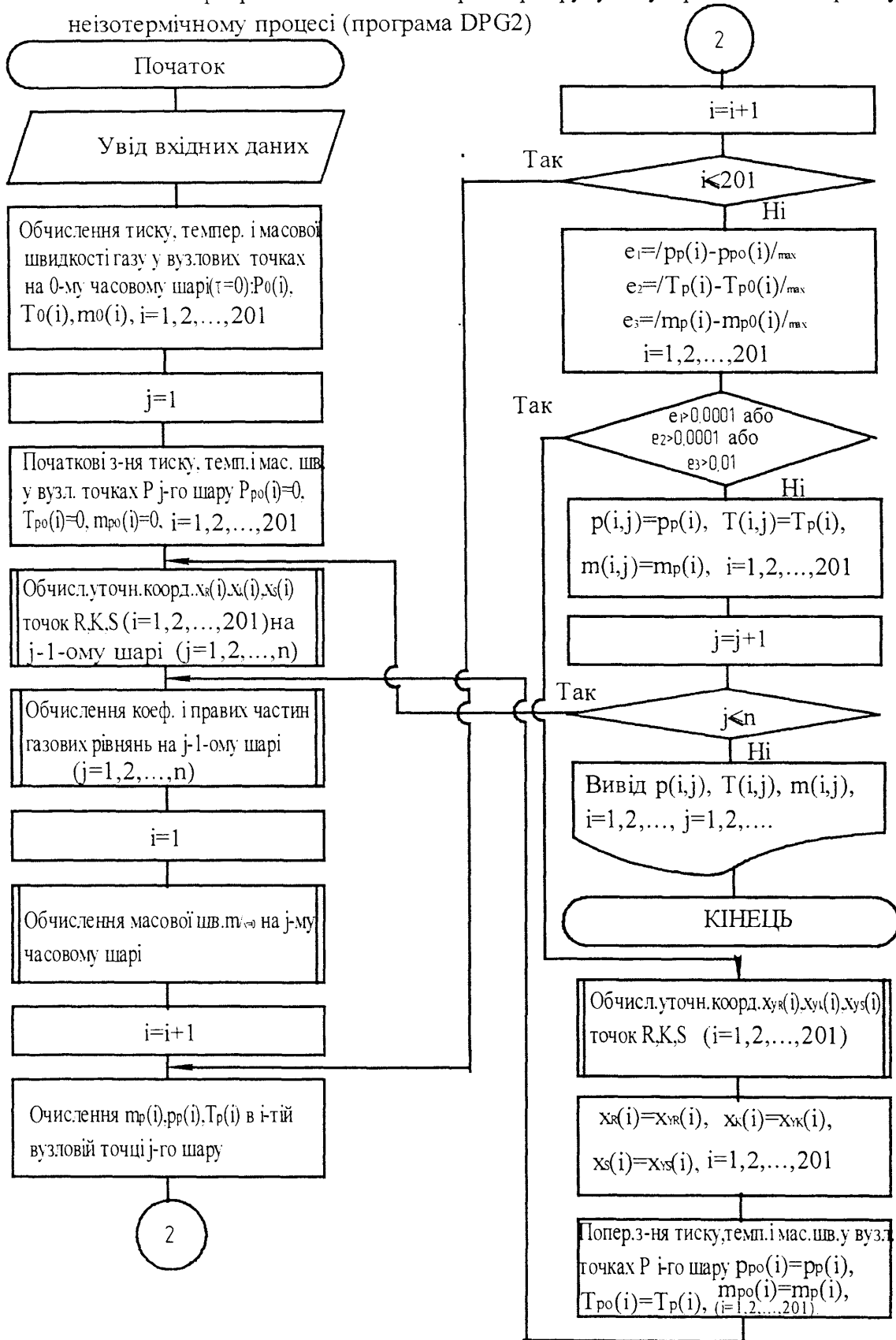
№ п/п	Час нагрівання, год	Тепловий потік, $Вт/м^2$			
		Коефіцієнт тепловіддачі $\alpha = 2 \text{ Вт}/(м^2 \cdot \text{град})$		Коефіцієнт тепловіддачі $\alpha = 10 \text{ Вт}/(м^2 \cdot \text{град})$	
		Гранична умова 3-го роду, $x=0$	Гранична умова 1-го роду (додатковий шар) $x' = \Delta l$	Гранична умова 3-го роду, $x=0$	Гранична умова 1-го роду (додатковий шар) $x' = \Delta l$
1	0,1	$0,268469 \cdot 10^{-4} q$	$0,154782 \cdot 10^{-11} q$	$0,10679710^{-3} q$	$0,22105210^{-4} q$
2	0,5	$0,246792 \cdot 10^{-1} q$	$0,156553 \cdot 10^{-2} q$	$0,56924210^{-1} q$	$0,577794 \cdot 10^{-1} q$
3	1,0	$0,844295 \cdot 10^{-1} q$	$0,253472 \cdot 10^{-1} q$	$0,132175q$	$0,179713q$
4	2,0	$0,188223q$	$0,113846q$	$0,223451q$	$0,342782q$
5	3,0	$0,264229q$	$0,196706q$	$0,285706q$	$0,438578q$
6	5,0	$0,367626q$	$0,317311q$	$0,375345q$	$0,548506q$
7	10,0	$0,506568q$	$0,479500q$	$0,506259q$	$0,671373q$
8	15,0	$0,580984q$	$0,563703q$	$0,579653q$	$0,729035q$
9	25,0	$0,663831q$	$0,654721q$	$0,662699q$	$0,788447q$
10	50,0	$0,754944q$	$0,751830q$	$0,754812q$	$0,849516q$
11	100,0	$0,823158q$	$0,823064q$	$0,824148q$	$0,893273q$
12	500,0	$0,920475q$	$0,920344q$	$0,920443q$	$0,952155q$

максимальне відхилення в більшу сторону складає 0,2%, а при  $\alpha = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$  - 0,009% від теплового потоку на вході в додатковий шар).

Таким чином, можна вважати, що тепловий потік при граничній умові 3-го роду за величиною знаходиться між тепловими потоками на вході і виході із додаткового шару (гранична умова 1-го роду), різниця між якими зменшується при збільшенні  $\tau$ , а також при збільшенні коефіцієнта тепловіддачі,

## Додаток Д

Блок-схема програми визначення параметрів руху газу при нестационарному неізотермічному процесі (програма DPG2)





```

*      ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ГАЗУ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ
*      НЕІЗОТЕРМІЧНОМУ ПРОЦЕСІ
PROGRAM DPG2
  DIMENSION P(201),T(201),EM(201),PE(201,3),TE(201,3),EME(201,3),
*XR(201),XK(201),XS(201),VR(201),VK(201),VS(201),CR(201),CS(201),
*XYR(201),XYK(201),XYS(201),C1K(201),D1K(201),B2R(201),C2R(201),
*D2R(201),B3S(201),C3S(201),D3S(201)
  DIMENSION TR(201),TK(201),TS(201),PR(201),PK(201),PS(201),
*EMR(201),EMK(201),EMS(201),PP(201),TP(201),EMP(201),PPO(201),
*TPO(201),EMPO(201)
  OPEN(UNIT=10,FILE='REZDPG2')
  A1=7.8077437
  A2=0.2366412
  A3=46.1584E+12
  A4=2.5616816E+08
  T0=285.69
  DX=0.5E+03
  DT=1.
  EMO=0.
  PO=4.0E+06
*      ТИСК P , ТЕМПЕРАТУРА T І МАСОВА ШВИДКІСТЬ EM ГАЗУ НА
*      НУЛЬОВОМУ ШАРІ
DO 2 I=1,201
  P(I)=PO
  T(I)=T0
  EM(I)=EMO
2 CONTINUE
  I=1
DO 10 L=1,201
  PE(L,1)=P(I)
  TE(L,1)=T(I)
  EME(L,1)=EM(I)
  I=I+1
10 CONTINUE
DO 19 I=1,201
  PPO(I)=0.
  TPO(I)=0.
  EMPO(I)=0.
19 CONTINUE
  M1=1
*      ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ XR,XK,XS, КОЕФІЦІЕНТІВ І ПРАВИХ ЧАСТИН
*      ГАЗОВИХ РІВНЯНЬ (ПОПЕРЕДНЕ) НА J-1-ОМУ ШАРІ
DO 30 J=2,961
  CALL XRKS(P,T,EM,XR,XK,XS,VR,VK,VS,CR,CS)
14 CALL BCDY(P,T,EM,XR,XK,XS,C1K,D1K,B2R,C2R,D2R,B3S,C3S,D3S,
*TR,TK,TS,PR,PK,PS,EMR,EMK,EMS)
*      ВИЗНАЧЕННЯ ТИСКУ P,ТЕМПЕРАТУРИ ГАЗУ T І ЙОГО МАСОВОЇ
*      ШВИДКОСТІ EM НА J-ОМУ ШАРІ (ПОПЕРЕДНЕ)
DO 3 I=1,201
  IF(I.EQ.1) THEN
    B3S1=B3S(I)
    C3S1=C3S(I)
    EMS1=EMS(I)
    PS1=PS(I)
    TS1=TS(I)
    D3S1=D3S(I)
    EMP(I)=RTRK(B3S1,C3S1,D3S1,EMS1,PS1,TS1)
    DO=EMP(I)*EMP(I)
    D1=A3-A4*DO
    PP(I)=SQRT(D1)
    D2=0.5*A2
    D3=D2*LOG(D1)
    TP(I)=A1*EXP(D3)

```

```

      GOTO 3
ELSE
  GOTO 4
ENDIF
4 IF(I.GT.1.AND.I.LT.201) THEN
  R1=EMR(I)-EMS(I)+B2R(I)*PR(I)-B3S(I)*PS(I)
  R2=(D2R(I)-D3S(I))*DT
  R3=C2R(I)*TR(I)-C3S(I)*TS(I)
  R4=B2R(I)-B3S(I)
  R5=R4*(C1K(I)*TK(I)-PK(I)+D1K(I)*DT)
  R6=C2R(I)-C3S(I)
  TP(I)=(R1+R2+R3+R5)/(C1K(I)*R4+R6)
  R7=(C3S(I)-C2R(I))*TP(I)
  PP(I)=(R1+R2+R3+R7)/R4
  EMP(I)=EMR(I)+B2R(I)*(PR(I)-PP(I))+C2R(I)*(TR(I)-TP(I))+
*   D2R(I)*DT
  GOTO 3
ELSE
  GOTO 5
ENDIF
5 R1=B2R(I)*C1K(I)+C2R(I)
  R2=EMR(I)-B2R(I)*(PK(I)-PR(I))
  R3=B2R(I)*(C1K(I)*TK(I)+D1K(I)*DT)
  R4=C2R(I)*TR(I)+D2R(I)*DT
  TP(I)=(R2+R3+R4)/R1
  R5=C2R(I)*(TR(I)-TK(I))
  R6=(C1K(I)*D2R(I)-C2R(I)*D1K(I))*DT
  PP(I)=PK(I)+(C1K(I)*(R2+R5)+R6)/R1
  EMP(I)=0.
3 CONTINUE
M=0
DO 15 K=1,200
  E1=(PP(K)-PPO(K))/PP(K)
  E2=(TP(K)-TPO(K))/TP(K)
  E3=EMP(K)-EMPO(K)
  IF(E1.GT.0.0001.OR.E2.GT.0.0001.OR.E3.GT.0.01) THEN
    M=M+1
  ENDIF
15 CONTINUE
  IF(M.GT.0) THEN
    GOTO 16
  ELSE
    GOTO 17
  ENDIF
*   ВИЗНАЧЕННЯ УТОЧНЕНИХ КООРДИНАТ XYR,XYK,XYS
16 CALL XYRKS(PP,TP,EMP,VR,VK,VS,CR,CS,XYR,XYK,XYS)
  CALL VYRKS(P,T,EM,XYR,XYK,XYS,VR,VK,VS,CR,CS)
  DO 18 K=1,201
    XR(K)=XYR(K)
    XK(K)=XYK(K)
    XS(K)=XYS(K)
18 CONTINUE
  DO 25 K=1,201
    PPO(K)=PP(K)
    TPO(K)=TP(K)
    EMPO(K)=EMP(K)
25 CONTINUE
  GOTO 14
17 DO 26 K=1,201
  P(K)=PP(K)
  T(K)=TP(K)
  EM(K)=EMP(K)
26 CONTINUE

```

```

I=1
IF(J.EQ.900.OR.J.EQ.960) THEN
  DO 40 L=1,201
    PE(L,M1+1)=PP(I)
    TE(L,M1+1)=TP(I)
    EME(L,M1+1)=EMP(I)
    I=I+1
40  CONTINUE
    M1=M1+1
  ELSE
    GOTO 30
  ENDIF
30  CONTINUE
*   ЗАПИС ВХІДНИХ ДАНИХ У ФАЙЛ REZDPG2
  WRITE(10,100)
100 FORMAT(/25X,'ВХІДНІ ДАНІ ПРОГРАМИ DPG2'/)
  WRITE(10,101) TO,DX,DT,EMO,PO
101 FORMAT(6X,'TO=' ,F7.2,1X,'DX=' ,E8.1,2X,'DT=' ,F4.0,1X,'EMO=' ,
  *F4.0,1X,'PO=' ,E8.1)
  WRITE(10,102)
102 FORMAT(6X,'D=1.38  KAP=1.44  K=1.16  LAMBDA=0.0159')
  WRITE(10,103)
103 FORMAT(6X,'PKR=0.4626E+07  TKR=190.77  R=518.25')
  WRITE(10,104)
104 FORMAT(6X,'EL=100 КМ  ТЕМПЕР. ГРУНТУ TGR=TO=285.69')
  WRITE(10,105)
105 FORMAT(/20X,'РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ПРОГРАМИ DPG2'/)
*   ЗАПИС РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ ПРОГРАМИ DPG2 У ФАЙЛ REZDPG2
  WRITE(10,106)
106 FORMAT(/7X,'N' ,4X,'TAY' ,7X,'X' ,11X,'PE' ,11X,'TE' ,13X,'EME'/)
  N=1
  X=0.
  TAY=0.
  DO 50 J=1,3
  DO 51 I=1,201
  WRITE(10,107) N,TAY,X,PE(I,J),TE(I,J),EME(I,J)
  N=N+1
  X=X+500.
51  CONTINUE
  IF((J+1).EQ.2) THEN
    TAY=900.
  ELSE
    TAY=960.
  ENDIF
  X=0.
50  CONTINUE
  CLOSE(10)
107 FORMAT(6X,I4,2X,F6.0,2X,E9.2,3(2X,E13.6))
  STOP
  END

```

```

      ПІДПРОГРАМА ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ XR, XK, XS
      SUBROUTINE XRKS(P, T, EM, XR, XK, XS, VR, VK, VS, CR, CS)
      DIMENSION P(201), T(201), EM(201), XR(201), XK(201), XS(201), R1(201),
      *R2(201), R3(201), VR(201), VK(201), VS(201), CR(201), CS(201),
      *R10(201), R20(201), R30(201)
      DX=0.5E+03
      DT=1.
      ПОПЕРЕДНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ XR, XK, XS
      DO 2 I=1,201
      B=REAL(I)-1.
      IF(I.EQ.1) THEN
        R10(I)=0.
        R20(I)=0.
        EM1=EM(I)
        P1=P(I)
        T1=T(I)
        V1=V(EM1, P1, T1)
        EM2=EM(I+1)
        P2=P(I+1)
        T2=T(I+1)
        V2=V(EM2, P2, T2)
        VI=0.5*(V1+V2)
        C1=C(T1, P1)
        C2=C(T2, P2)
        CI=0.5*(C1+C2)
        R30(I)=DT*ABS(VI-CI)
        GOTO 2
      ELSE
        GOTO 3
      ENDIF
3 IF(I.GT.1.AND.I.LT.201) THEN
      EM1=EM(I-1)
      EM2=EM(I)
      EM3=EM(I+1)
      P1=P(I-1)
      P2=P(I)
      P3=P(I+1)
      T1=T(I-1)
      T2=T(I)
      T3=T(I+1)
      V1=V(EM1, P1, T1)
      V2=V(EM2, P2, T2)
      V3=V(EM3, P3, T3)
      VI=0.5*(V1+V2)
      VJ=0.5*(V2+V3)
      C1=C(T1, P1)
      C2=C(T2, P2)
      C3=C(T3, P3)
      CI=0.5*(C1+C2)
      CJ=0.5*(C2+C3)
      R10(I)=B*DX-DT*(VI+CI)
      R20(I)=B*DX-DT*VI
      R30(I)=B*DX+DT*ABS(VJ-CJ)
      GOTO 2
    ELSE
      GOTO 4
    ENDIF
4 EM1=EM(I-1)
  P1=P(I-1)
  T1=T(I-1)
  V1=V(EM1, P1, T1)
  EM2=EM(I)
  P2=P(I)

```

```

T2=T(I)
V2=V(EM2,P2,T2)
VI=0.5*(V1+V2)
C1=C(T1,P1)
C2=C(T2,P2)
CI=0.5*(C1+C2)
R10(I)=B*DX-DT*(VI+CI)
R20(I)=B*DX-DT*VI
R30(I)=200.*DX
2 CONTINUE
12 M=0
* УТОЧНЕНИЯ КООРДИНАТ XR, XK, XS
DO 6 I=1,201
E=REAL(I)-2.
IF(I.EQ.1) THEN
R1(I)=0.
R2(I)=0.
VR(I)=0.
VK(I)=0.
CR(I)=0.
P1=P(I)+(P(I+1)-P(I))*R30(I)/DX
T1=T(I)+(T(I+1)-T(I))*R30(I)/DX
EM1=EM(I)+(EM(I+1)-EM(I))*R30(I)/DX
VS(I)=V(EM1,P1,T1)
CS(I)=C(T1,P1)
R3(I)=DT*ABS(VS(I)-CS(I))
IF(ABS(R3(I)-R30(I)).GT.0.01) THEN
M=M+1
ENDIF
GOTO 6
ELSE
GOTO 7
ENDIF
7 IF(I.GT.1.AND.I.LT.201) THEN
P1=P(I-1)+(P(I)-P(I-1))*(R10(I)-B*DX)/DX
P2=P(I-1)+(P(I)-P(I-1))*(R20(I)-B*DX)/DX
P3=P(I)+(P(I+1)-P(I))*(R30(I)-(B+1.)*DX)/DX
T1=T(I-1)+(T(I)-T(I-1))*(R10(I)-B*DX)/DX
T2=T(I-1)+(T(I)-T(I-1))*(R20(I)-B*DX)/DX
T3=T(I)+(T(I+1)-T(I))*(R30(I)-(B+1.)*DX)/DX
EM1=EM(I-1)+(EM(I)-EM(I-1))*(R10(I)-B*DX)/DX
EM2=EM(I-1)+(EM(I)-EM(I-1))*(R20(I)-B*DX)/DX
EM3=EM(I)+(EM(I+1)-EM(I))*(R30(I)-(B+1.)*DX)/DX
VR(I)=V(EM1,P1,T1)
VK(I)=V(EM2,P2,T2)
VS(I)=V(EM3,P3,T3)
CR(I)=C(T1,P1)
CS(I)=C(T3,P3)
R1(I)=(B+1.)*DX-DT*(VR(I)+CR(I))
IF(ABS(R1(I)-R10(I)).GT.0.01) THEN
M=M+1
ENDIF
R2(I)=(B+1.)*DX-DT*VK(I)
IF(ABS(R2(I)-R20(I)).GT.0.01) THEN
M=M+1
ENDIF
R3(I)=(B+1.)*DX+DT*ABS(VS(I)-CS(I))
IF(ABS(R3(I)-R30(I)).GT.0.01) THEN
M=M+1
ENDIF
GOTO 6
ELSE
GOTO 8

```

```

ENDIF
8 P1=P(I-1)+(P(I)-P(I-1))*(R10(I)-B*DX)/DX
P2=P(I-1)+(P(I)-P(I-1))*(R20(I)-B*DX)/DX
T1=T(I-1)+(T(I)-T(I-1))*(R10(I)-B*DX)/DX
T2=T(I-1)+(T(I)-T(I-1))*(R20(I)-B*DX)/DX
EM1=EM(I-1)+(EM(I)-EM(I-1))*(R10(I)-B*DX)/DX
EM2=EM(I-1)+(EM(I)-EM(I-1))*(R20(I)-B*DX)/DX
VR(I)=V(EM1,P1,T1)
VK(I)=V(EM2,P2,T2)
CR(I)=C(T1,P1)
R1(I)=(B+1.)*DX-DT*(VR(I)+CR(I))
IF(ABS(R1(I)-R10(I)).GT.0.01) THEN
    M=M+1
ENDIF
R2(I)=(B+1.)*DX-DT*VK(I)
IF(ABS(R2(I)-R20(I)).GT.0.01) THEN
    M=M+1
ENDIF
R3(I)=200.*DX
VS(I)=0.
CS(I)=0.
6 CONTINUE
IF(M.GT.0) THEN
    DO 20 I=1,201
        R10(I)=R1(I)
        R20(I)=R2(I)
        R30(I)=R3(I)
20 CONTINUE
    GOTO 12
ELSE
    DO 21 I=1,201
        XR(I)=R1(I)
        XK(I)=R2(I)
        XS(I)=R3(I)
21 CONTINUE
    GOTO 22
ENDIF
22 RETURN
END

```

```

*     ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ГАЗУ
FUNCTION V(EM,P,T)
*     EM - МАСОВА ШВИДКІСТЬ ГАЗУ, КГ/МЗ*С
R1=RO(P,T)
R2=EM/R1
V=R2
RETURN
END

```

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ І ПРАВІХ ЧАСТИН ГАЗОВИХ РІВНЯНЬ  
(УТОЧНЕНЕ)

```

SUBROUTINE BCDY(P,T,EM,XR,XK,XS,C1K,D1K,B2R,C2R,D2R,B3S,C3S,
*D3S,TR,TK,TS,PR,PK,PS,EMR,EMK,EMS)
  DIMENSION P(201),T(201),EM(201),XR(201),XK(201),XS(201),C1K(201),
*D1K(201),B2R(201),C2R(201),D2R(201),B3S(201),C3S(201),D3S(201),
*TR(201),TK(201),TS(201),PR(201),PK(201),PS(201),EMR(201),EMK(201),
*EMS(201)
  REAL KAP,K,LAMBDA
  D=1.38
  DX=0.5E+03
  KAP=1.44
  K=1.16
  TO=285.69
  LAMBDA=0.0159
  DO 2 I=1,201
  B=REAL(I)-2.
  IF(I.EQ.1) THEN
    C1K(I)=0.
    D1K(I)=0.
    B2R(I)=0.
    C2R(I)=0.
    D2R(I)=0.
    PR(I)=0.
    TR(I)=0.
    TK(I)=0.
    PK(I)=0.
    EMR(I)=0.
    EMK(I)=0.
    DP1=P(I+1)-P(I)
    DP2=P(I+2)-P(I+1)
    D2P=DP2-DP1
    Q=XS(I)/DX
    PS(I)=P(I)+Q*DP1+0.5*Q*(Q-1.)*D2P
    DT1=T(I+1)-T(I)
    DT2=T(I+2)-T(I+1)
    D2T=DT2-DT1
    TS(I)=T(I)+Q*DT1+0.5*Q*(Q-1.)*D2T
    DEM1=EM(I+1)-EM(I)
    DEM2=EM(I+2)-EM(I+1)
    D2EM=DEM2-DEM1
    EMS(I)=EM(I)+Q*DEM1+0.5*Q*(Q-1.)*D2EM
    PS1=PS(I)
    TS1=TS(I)
    EMS1=EMS(I)
    VS=V(EMS1,PS1,TS1)
    CS=C(TS1,PS1)
    ZS=Z(TS1,PS1)
    Z2S=Z2(TS1,PS1)
    ROS=RO(PS1,TS1)
    VS2=VS*VS
    B3S(I)=- (CS+KAP*VS)/(CS*CS)
    C3S(I)=EMS1*Z2S/(ZS*TS1)
    R4=-ROS*LAMBDA*VS2/(2.*D)
    R5=ZS*(KAP-1.)/(Z2S*CS)
    R6=4.*K*(TO-TS1)/D
    D3S(I)=R4-R5*(R6-R4*VS)
    GOTO 2
  ELSE
    GOTO 3
  ENDIF
3 IF(I.GT.1.AND.I.LT.200) THEN
  QR=(XR(I)-B*DX)/DX

```

```

QK=(XK(I)-B*DX)/DX
QS=(XS(I)-(B+1.)*DX)/DX
DP1=P(I)-P(I-1)
DP2=P(I+1)-P(I)
D2P=DP2-DP1
PR(I)=P(I-1)+QR*DP1+0.5*QR*(QR-1.)*D2P
PK(I)=P(I-1)+QK*DP1+0.5*QK*(QK-1.)*D2P
DT1=T(I)-T(I-1)
DT2=T(I+1)-T(I)
D2T=DT2-DT1
TR(I)=T(I-1)+QR*DT1+0.5*QR*(QR-1.)*D2T
TK(I)=T(I-1)+QK*DT1+0.5*QK*(QK-1.)*D2T
DEM1=EM(I)-EM(I-1)
DEM2=EM(I+1)-EM(I)
DZEM=DEM2-DEM1
EMR(I)=EM(I-1)+QR*DEM1+0.5*QR*(QR-1.)*DZEM
EMK(I)=EM(I-1)+QK*DEM1+0.5*QK*(QK-1.)*DZEM
DP1=P(I+1)-P(I)
DP2=P(I+2)-P(I+1)
D2P=DP2-DP1
PS(I)=P(I)+QS*DP1+0.5*QS*(QS-1.)*D2P
DT1=T(I+1)-T(I)
DT2=T(I+2)-T(I+1)
D2T=DT2-DT1
TS(I)=T(I)+QS*DT1+0.5*QS*(QS-1.)*D2T
DEM1=EM(I+1)-EM(I)
DEM2=EM(I+2)-EM(I+1)
DZEM=DEM2-DEM1
EMS(I)=EM(I)+QS*DEM1+0.5*QS*(QS-1.)*DZEM
TR1=TR(I)
PR1=PR(I)
EMR1=EMR(I)
ZR=Z(TR1,PR1)
ZZR=Z2(TR1,PR1)
VR=V(EMR1,PR1,TR1)
ROR=RO(PR1,TR1)
CR=C(TR1,PR1)
BZR(I)=(CR-KAP*VR)/(CR*CR)
CZR(I)=EMR1*ZZR/(ZR*TR1)
R1=ROR*LAMBDA*VR*VR/(Z.*D)
R2=ZR*(KAP-1.)/(ZZR*CR)
R3=4.*K*(TO-TR1)/D
DZR(I)=-R1+R2*(R3+R1*VR)
TK1=TK(I)
PK1=PK(I)
EMK1=EMK(I)
ZK=Z(TK1,PK1)
ZZK=Z2(TK1,PK1)
VK=V(EMK1,PK1,TK1)
ROK=RO(PK1,TK1)
C1K(I)=ZZK*KAP*PK1/((KAP-1.)*TK1)
R4=4.*K*(TO-TK1)/D
R5=ROK*LAMBDA*VK*VK/(Z.*D)
D1K(I)=ZK*(R4+R5*VK)/ZZK
TS1=TS(I)
PS1=PS(I)
EMS1=EMS(I)
CS=C(TS1,PS1)
VS=V(EMS1,PS1,TS1)
ROS=RO(PS1,TS1)
ZS=Z(TS1,PS1)
ZZS=Z2(TS1,PS1)
B3S(I)=- (CS+KAP*VS)/(CS*CS)

```



```

C3S(I)=EMS1*Z2S/(ZS*TS1)
R6=-R0S*LAMBDA*VS*VS/(2.*D)
R7=ZS*(KAP-1.)/(Z2S*CS)
R8=4.*K*(TO-TS1)/D
D3S(I)=R6-R7*(R8-R6*VS)
GOTO 2
ELSE
  GOTO 4
ENDIF
4 IF(I.EQ.200) THEN
  QR=(XR(I)-B*DX)/DX
  QK=(XK(I)-B*DX)/DX
  DP1=P(I)-P(I-1)
  DP2=P(I+1)-P(I)
  D2P=DP2-DP1
  PR(I)=P(I-1)+QR*DP1+0.5*QR*(QR-1.)*D2P
  PK(I)=P(I-1)+QK*DP1+0.5*QK*(QK-1.)*D2P
  DT1=T(I)-T(I-1)
  DT2=T(I+1)-T(I)
  D2T=DT2-DT1
  TR(I)=T(I-1)+QR*DT1+0.5*QR*(QR-1.)*D2T
  TK(I)=T(I-1)+QK*DT1+0.5*QK*(QK-1.)*D2T
  DEM1=EM(I)-EM(I-1)
  DEM2=EM(I+1)-EM(I)
  D2EM=DEM2-DEM1
  EMR(I)=EM(I-1)+QR*DEM1+0.5*QR*(QR-1.)*D2EM
  EMK(I)=EM(I-1)+QK*DEM1+0.5*QK*(QK-1.)*D2EM
  QS=(XS(I)-(B+2.)*DX)/DX
  DP1=P(I+1)-P(I)
  DP2=P(I)-P(I-1)
  D2P=DP1-DP2
  PS(I)=P(I+1)+QS*DP1+0.5*QS*(QS+1.)*D2P
  DT1=T(I+1)-T(I)
  DT2=T(I)-T(I-1)
  D2T=DT1-DT2
  TS(I)=T(I+1)+QS*DT1+0.5*QS*(QS+1.)*D2T
  EM1=EM(I+1)-EM(I)
  EM2=EM(I)-EM(I-1)
  D2EM=EM1-EM2
  EMS(I)=EM(I+1)+QS*DEM1+0.5*QS*(QS+1.)*D2EM
  TR1=TR(I)
  PR1=PR(I)
  EMR1=EMR(I)
  ZR=Z(TR1,PR1)
  Z2R=Z2(TR1,PR1)
  VR=V(EMR1,PR1,TR1)
  ROR=RO(PR1,TR1)
  CR=C(TR1,PR1)
  B2R(I)=(CR-KAP*VR)/(CR*CR)
  C2R(I)=EMR1*Z2R/(ZR*TR1)
  R1=ROR*LAMBDA*VR*VR/(2.*D)
  R2=ZR*(KAP-1.)/(Z2R*CR)
  R3=4.*K*(TO-TR1)/D
  D2R(I)=-R1+R2*(R3+R1*VR)
  TK1=TK(I)
  PK1=PK(I)
  EMK1=EMK(I)
  ZK=Z(TK1,PK1)
  Z2K=Z2(TK1,PK1)
  VK=V(EMK1,PK1,TK1)
  ROK=RO(PK1,TK1)
  C1K(I)=Z2K*KAP*PK1/((KAP-1.)*TK1)
  R4=4.*K*(TO-TK1)/D

```

```

R5=ROK*LAMBDA*VK*VK/(2.*D)
D1K(I)=ZK*(R4+R5*VK)/Z2K
TS1=TS(I)
PS1=PS(I)
EMS1=EMS(I)
CS=C(TS1,PS1)
VS=V(EMS1,PS1,TS1)
ROS=RO(PS1,TS1)
ZS=Z(TS1,PS1)
Z2S=Z2(TS1,PS1)
B3S(I)=- (CS+KAP*VS)/(CS*CS)
C3S(I)=EMS1*Z2S/(ZS*TS1)
R6=-ROS*LAMBDA*VS*VS/(2.*D)
R7=ZS*(KAP-1.)/(Z2S*CS)
R8=4.*K*(TO-TS1)/D
D3S(I)=R6-R7*(R8-R6*VS)
GOTO 2
ELSE
GOTO 5
ENDIF
5 QR=(XR(I)-(B+2.)*DX)/DX
QK=(XK(I)-(B+2.)*DX)/DX
DP1=P(I)-P(I-1)
DP2=P(I-1)-P(I-2)
D2P=DP1-DP2
PR(I)=P(I)+QR*DP1+0.5*QR*(QR+1.)*D2P
PK(I)=P(I)+QK*DP1+0.5*QK*(QK+1.)*D2P
DT1=T(I)-T(I-1)
DT2=T(I-1)-T(I-2)
D2T=DT1-DT2
TR(I)=T(I)+QR*DT1+0.5*QR*(QR+1.)*D2T
TK(I)=T(I)+QK*DT1+0.5*QK*(QK+1.)*D2T
DEM1=EM(I)-EM(I-1)
DEM2=EM(I-1)-EM(I-2)
D2EM=DEM1-DEM2
EMR(I)=EM(I)+QR*DEM1+0.5*QR*(QR+1.)*D2EM
EMK(I)=EM(I)+QK*DEM1+0.5*QK*(QK+1.)*D2EM
PR1=PR(I)
PK1=PK(I)
TR1=TR(I)
TK1=TK(I)
EMR1=EMR(I)
EMK1=EMK(I)
ZR=Z(TR1,PR1)
Z2R=Z2(TR1,PR1)
VR=V(EMR1,PR1,TR1)
ROR=RO(PR1,TR1)
CR=C(TR1,PR1)
B2R(I)=(CR-KAP*VR)/(CR*CR)
C2R(I)=EMR1*Z2R/(ZR*TR1)
R1=-ROR*LAMBDA*VR*VR/(2.*D)
R2=ZR*(KAP-1.)/(Z2R*CR)
R3=4.*K*(TO-TR1)/D
D2R(I)=R1+R2*(R3-R1*VR)
ZK=Z(TK1,PK1)
Z2K=Z2(TK1,PK1)
VK=V(EMK1,PK1,TK1)
ROK=RO(PK1,TK1)
C1K(I)=Z2K*KAP*PK1/((KAP-1.)*TK1)
R4=4.*K*(TO-TK1)/D
VK2=VK*VK
R5=ROK*LAMBDA*VK2*VK/(2.*D)
D1K(I)=ZK*(R4+R5)/Z2K

```

```
B3S(I)=0.  
C3S(I)=0.  
D3S(I)=0.  
PS(I)=0.  
TS(I)=0.  
EMS(I)=0.  
2 CONTINUE  
RETURN  
END
```

```
*      ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ В ГАЗІ  
FUNCTION C(T,P)  
REAL KAPPA  
*      ГАЗ МЕТАН, R-ГАЗОВА СТАЛА  
KAPPA=1.44  
R=518.25  
R1=Z(T,P)  
R2=KAPPA*R*T  
R3=SQRT(R2)  
R4=R1*R3  
C=R4  
RETURN  
END
```

```
*      ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ Z  
FUNCTION Z(T,P)  
*      КРИТИЧНІ ТИСК І ТЕМПЕРАТУРА ГАЗУ (МЕТАНУ)  
PKR=0.4626E+07  
TKR=190.77  
R1=TKR/T  
R2=P/PKR  
R3=R1*R1  
R4=R1*R2  
R5=1.+0.07*R4*(1.-6.*R3)  
Z=R5  
RETURN  
END
```

```

*      ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ МАСОВОЇ ШВИДКОСТІ ГАЗУ
*      ПРИ X=0 ІЗ РОЗВ'ЯЗКУ ТРАНСЦЕНДЕНТНОГО РІВНЯННЯ
FUNCTION RTRK(B3S1,C3S1,D3S1,EMS1,PS1,TS1)
A=100.
B=350.
EN=10.
DEM=(B-A)/EN
EM=A
Y1=YEM(B3S1,C3S1,D3S1,EMS1,PS1,TS1,EM)
5 EM=EM+DEM
Y2=YEM(B3S1,C3S1,D3S1,EMS1,PS1,TS1,EM)
EF=Y2/Y1
IF(EF) 2,3,3
2 B=EM
A=EM-DEM
GOTO 4
3 Y1=Y2
GOTO 5
4 EM1=(Y2*A-Y1*B)/(Y2-Y1)
Y3=YEM(B3S1,C3S1,D3S1,EMS1,PS1,TS1,EM1)
IF(ABS(Y3)-0.01) 6,6,7
7 EF1=Y3/Y1
IF(EF1) 8,9,9
8 B=EM1
Y2=Y3
GOTO 4
9 A=EM1
Y1=Y3
GOTO 4
6 RTRK=EM1
RETURN
END

```

```

*      ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ МАСОВОЇ ШВИДКОСТІ
*      ПРИ X=0
FUNCTION YEM(B3S,C3S,D3S,EMS,PS,TS,EMP)
A1=7.8077437
A2=0.2366412
A3=46.1584E+12
A4=2.5616816E+08
DT=1.
EMP2=EMP*EMP
R1=B3S*PS
R2=C3S*TS
R3=D3S*DT
R4=A3-A4*EMP2
R5=B3S*EXP(0.5*LOG(R4))
R6=C3S*A1*EXP(0.5*A2*LOG(R4))
Y=EMP+R5+R6-EMS-R1-R2-R3
YEM=Y
RETURN
END

```

```

        ПІДПРОГРАМА ВИЗНАЧЕННЯ УТОЧНЕНИХ КООРДИНАТ XYR,XYK,XYC
SUBROUTINE XYRKS(PP,TP,EMP,VR,VK,VS,CR,CS,XYR,XYK,XYC)
DIMENSION PP(201),TP(201),EMP(201),VR(201),VK(201),VS(201),
*CR(201),CS(201),XYR(201),XYK(201),XYC(201),VP(201),CP(201)
DX=0.5E+03
DT=1.
DO 2 I=1,201
TY=TP(I)
PY=PP(I)
CP(I)=C(TY,PY)
EMY=EMP(I)
VP(I)=V(EMY,PY,TY)
2 CONTINUE
DO 3 I=1,201
B=REAL(I)-1.
IF(I.EQ.1) THEN
XYR(I)=0.
XYK(I)=0.
XYC(I)=0.5*DT*ABS(VS(I)-CS(I)+VP(I)-CP(I))
GOTO 3
ELSE
GOTO 4
ENDIF
4 IF(I.GT.1.AND.I.LT.201) THEN
XYR(I)=B*DX-0.5*DT*(VR(I)+CR(I)+VP(I)+CP(I))
XYK(I)=B*DX-0.5*DT*(VK(I)+VP(I))
XYC(I)=B*DX+0.5*DT*ABS(VS(I)-CS(I)+VP(I)-CP(I))
GOTO 3
ELSE
GOTO 5
ENDIF
5 XYR(I)=B*DX-0.5*DT*(VR(I)+CR(I)+VP(I)+CP(I))
XYK(I)=B*DX-0.5*DT*(VK(I)+VP(I))
XYC(I)=200.*DX
3 CONTINUE
RETURN
END

```

```

        ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ Z2
FUNCTION Z2(T,P)
        КРИТИЧНІ ТИСК І ТЕМПЕРАТУРА ГАЗУ (МЕТАНУ)
PKR=0.4626E+07
TKR=190.77
R1=P/PKR
R2=TKR/T
R3=R2*R2
R4=R2*R3
R5=1.+0.84*R4*R1
Z2=R5
RETURN
END

```

```

ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТЕЙ VR, VK, VS, CR, CS ДЛЯ КООРДИНАТ XYR, XYK, XYS
SUBROUTINE VYRKS(P, T, EM, XYR, XYK, XYS, VR, VK, VS, CR, CS)
DIMENSION P(201), T(201), EM(201), XYR(201), XYK(201), XYS(201),
*VR(201), VK(201), VS(201), CR(201), CS(201)
DX=0.5E+03
DT=1.
DO 2 I=1,201
B=REAL(I)-2.
IF(I.EQ.1) THEN
  VR(I)=0.
  VK(I)=0.
  CR(I)=0.
  DP1=P(I+1)-P(I)
  DP2=P(I+2)-P(I+1)
  D2P=DP2-DP1
  Q=XYS(I)/DX
  PS=P(I)+Q*DP1+0.5*Q*(Q-1.)*D2P
  DT1=T(I+1)-T(I)
  DT2=T(I+2)-T(I+1)
  D2T=DT2-DT1
  TS=T(I)+Q*DT1+0.5*Q*(Q-1.)*D2T
  DEM1=EM(I+1)-EM(I)
  DEM2=EM(I+2)-EM(I+1)
  D2EM=DEM2-DEM1
  EMS=EM(I)+Q*DEM1+0.5*Q*(Q-1.)*D2EM
  VS(I)=V(EMS, PS, TS)
  CS(I)=C(TS, PS)
  GOTO 2
ELSE
  GOTO 3
ENDIF
3 IF(I.GT.1.AND.I.LT.200) THEN
  QR=(XYR(I)-B*DX)/DX
  QK=(XYK(I)-B*DX)/DX
  QS=(XYS(I)-(B+1.)*DX)/DX
  DP1=P(I)-P(I-1)
  DP2=P(I+1)-P(I)
  D2P=DP2-DP1
  PR=P(I-1)+QR*DP1+0.5*QR*(QR-1.)*D2P
  PK=P(I-1)+QK*DP1+0.5*QK*(QK-1.)*D2P
  DT1=T(I)-T(I-1)
  DT2=T(I+1)-T(I)
  D2T=DT2-DT1
  TR=T(I-1)+QR*DT1+0.5*QR*(QR-1.)*D2T
  TK=T(I-1)+QK*DT1+0.5*QK*(QK-1.)*D2T
  DEM1=EM(I)-EM(I-1)
  DEM2=EM(I+1)-EM(I)
  D2EM=DEM2-DEM1
  EMR=EM(I-1)+QR*DEM1+0.5*QR*(QR-1.)*D2EM
  EMK=EM(I-1)+QK*DEM1+0.5*QK*(QK-1.)*D2EM
  VR(I)=V(EMR, PR, TR)
  VK(I)=V(EMK, PK, TK)
  CR(I)=C(TR, PR)
  DP1=P(I+1)-P(I)
  DP2=P(I+2)-P(I+1)
  D2P=DP2-DP1
  PS=P(I)+QS*DP1+0.5*QS*(QS-1.)*D2P
  DT1=T(I+1)-T(I)
  DT2=T(I+2)-T(I+1)
  D2T=DT2-DT1
  TS=T(I)+QS*DT1+0.5*QS*(QS-1.)*D2T
  DEM1=EM(I+1)-EM(I)
  DEM2=EM(I+2)-EM(I+1)

```

```

D2EM=DEM2-DEM1
EMS=EM(I)+QS*DEM1+0.5*QS*(QS-1.)*D2EM
VS(I)=V(EMS,PS,TS)
CS(I)=C(TS,PS)
GOTO 2
ELSE
  GOTO 4
ENDIF
4 IF(I.EQ.200) THEN
  QR=(XYR(I)-B*DX)/DX
  QK=(XYK(I)-B*DX)/DX
  DP1=P(I)-P(I-1)
  DP2=P(I+1)-P(I)
  D2P=DP2-DP1
  PR=P(I-1)+QR*DP1+0.5*QR*(QR-1.)*D2P
  DT1=T(I)-T(I-1)
  DT2=T(I+1)-T(I)
  D2T=DT2-DT1
  TR=T(I-1)+QR*DT1+0.5*QR*(QR-1.)*D2T
  DEM1=EM(I)-EM(I-1)
  DEM2=EM(I+1)-EM(I)
  D2EM=DEM2-DEM1
  EMR=EM(I-1)+QR*DEM1+0.5*QR*(QR-1.)*D2EM
  PK=P(I-1)+QK*DP1+0.5*QK*(QK-1.)*D2P
  TK=T(I-1)+QK*DT1+0.5*QK*(QK-1.)*D2T
  EMK=EM(I-1)+QK*DEM1+0.5*QK*(QK-1.)*D2EM
  QS=(XYS(I)-(B+2.)*DX)/DX
  DP1=P(I+1)-P(I)
  DP2=P(I)-P(I-1)
  D2P=DP1-DP2
  PS=P(I+1)+QS*DP1+0.5*QS*(QS+1.)*D2P
  DT1=T(I+1)-T(I)
  DT2=T(I)-T(I-1)
  D2T=DT1-DT2
  TS=T(I+1)+QS*DT1+0.5*QS*(QS+1.)*D2T
  DEM1=EM(I+1)-EM(I)
  DEM2=EM(I)-EM(I-1)
  D2EM=DEM1-DEM2
  EMS=EM(I+1)+QS*DEM1+0.5*QS*(QS+1.)*D2EM
  VR(I)=V(EMR,PR,TR)
  VK(I)=V(EMK,PK,TK)
  VS(I)=V(EMS,PS,TS)
  CR(I)=C(TR,PR)
  CS(I)=C(TS,PS)
  GOTO 2
ELSE
  GOTO 5
ENDIF
5 QR=(XYR(I)-(B+2.)*DX)/DX
  QK=(XYK(I)-(B+2.)*DX)/DX
  DP1=P(I)-P(I-1)
  DP2=P(I-1)-P(I-2)
  D2P=DP1-DP2
  PR=P(I)+QR*DP1+0.5*QR*(QR+1.)*D2P
  PK=P(I)+QK*DP1+0.5*QK*(QK+1.)*D2P
  DT1=T(I)-T(I-1)
  DT2=T(I-1)-T(I-2)
  D2T=DT1-DT2
  TR=T(I)+QR*DT1+0.5*QR*(QR+1.)*D2T
  TK=T(I)+QK*DT1+0.5*QK*(QK+1.)*D2T
  DEM1=EM(I)-EM(I-1)
  DEM2=EM(I-1)-EM(I-2)
  D2EM=DEM1-DEM2

```

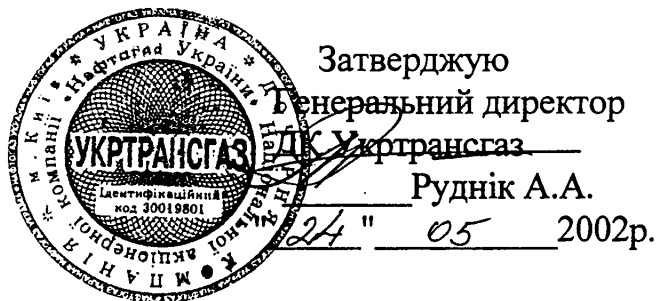
```
EMR=EM(I)+QR*DEM1+0.5*QR*(QR+1.)*DZEM
EMK=EM(I)+QK*DEM1+0.5*QK*(QK+1.)*DZEM
VR(I)=V(EMR,PR,TR)
VK(I)=V(EMK,PK,TK)
CR(I)=C(TR,PR)
VS(I)=0.
CS(I)=0.
2 CONTINUE
RETURN
END
```

```
      ПІДПРОГРАМА-ФУНКЦІЯ ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ ГАЗУ
FUNCTION RO(P,T)
      ГАЗ МЕТАН, R-ГАЗОВА СТАЛА
      R=518.25
      R1=Z(T,P)
      R2=R*T*R1
      R3=P/R2
      RO=R3
RETURN
END
```



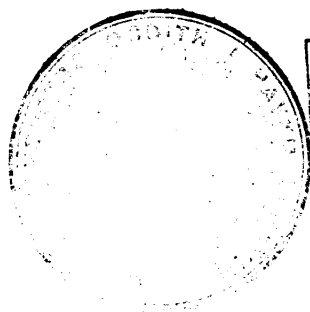
## Додаток Е

Міністерство освіти і науки України  
Івано-Франківський національний технічний  
університет нафти і газу



## Методика

розрахунку розподілення потоків газу в складних  
газотранспортних системах і підрахунку його запасу в  
трубах



Копія на вхідну:  
начальник відділу кадрів Івано-  
Франківського національного технічного  
університету нафти і газу  
УН 47. Сидорак  
25 XI 02р.


## Методику розробили

Науковий керівник  
докт.техн.наук, проф.,  
зав.кафедри спорудження  
і ремонту газопроводів та  
газонафтосховищ



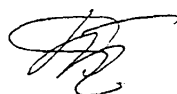
Грудз В.Я.

Докт.техн.наук, проф.  
кафедри прикладної математики



Тимків Д.Ф.

Ассистент кафедри інженерної  
та комп'ютерної графіки



Тутко Т.Ф.

## Зміст

1 Загальні положення.....	4
2 Агрегативно-імітаційний метод розрахунку газодинамічних процесів у складних системах газопроводів.....	5
3 Моделювання газодинамічних процесів у лінійній ділянці газопроводу.....	9
4 Математична модель компресорної станції.....	13
5 Визначення кількості газу в газопроводі.....	15
6 Структура пакета програм.....	15
Список використаних джерел.....	17
Додатки.....	18

## 1 Загальні положення

1.1 Методика розрахунку розподілення потоків газу в складних газотранспортних системах і підрахунку його запасу в трубах призначена для розрахунку характеру зміни тиску, температури і витрати по довжині складної системи газопроводів при нестационарному і квазістационарному режимах і на цій основі визначення кількості газу всередині газопроводів.

1.2 За даною методикою виконується:

- розрахунок розподілення газових потоків у складних системах газопроводів, які включають компресорні станції, міжниткові перемички, шляхові підкачки і відбори газу при нестационарному і квазістационарному режимах;

- розрахунок характеру розподілення тиску, температури і витрати газу по довжині газопроводів і залежно від часу;

- побудова характеристик багатощаблевих компресорних станцій при проектних характеристиках одиничного ГПА і схемі включення агрегатів на КС з врахуванням внутрішньостанційних втрат і охолодження газу;

- розрахунки по визначенню кількості газу всередині трубопроводу при нестационарному і квазістационарному режимах.

1.3 Вказані розрахунки виконуються з метою:

- оперативного прогнозування режимів роботи складних газотранспортних систем великої довжини з міжнитковими перемичками і компресорними станціями;

- визначення часу перехідних процесів і діапазону зміни тиску, температури і витрати при нестационарному режимі газопередачі;

- визначення кількості газу всередині складних систем газопроводів великої довжини при нестационарних і квазістационарних режимах їх експлуатації.

1.4 Основні математичні моделі, опис алгоритмів і програм наведені в описаних конкретних задачах і додатках.

1.5 Необхідність розробки даної методики обумовлена такими причинами:

- великими похибками при визначенні кількості газу в складних газотранспортних системах великої довжини, викликаними нестационарністю процесу перекачки;

- труднощами оперативного прогнозування параметрів режиму роботи газотранспортної системи при наявності великого числа КС і відкритих міжниткових перемичок;

- вимогами до побудови детермінованої і адаптивної математичної моделі компресорних станцій, обладнаних різнотипними ГПА.

## Додаток Ж

## ЗАТВЕРДЖУЮ

Ректор Івано-Франківського

Національного технічного

Університету нафти і газу

Крижанівський Є.І.



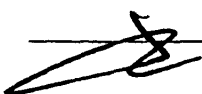
05 2002 р.

Впровадження в навчальний процес  
науково-методичних розробок

Тутко Т.Ф.

Ми, що підписалися нижче, склали даний акт в тому, що науково-методична розробка **“Методика розрахунку розподілення потоків газу в складних газотранспортних системах і підрахунку його запасів в трубах”**, виконана при участі Тутко Тетяни Феліксівни, а також матеріали її дисертації **“Аналітичне дослідження термогазодинамічних процесів у газопроводах і їх взаємодія з довкіллям”**, поданої на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.15.13-Нафтогазопроводи, бази та сховища, використовуються в університеті в процесі вивчення дисциплін **“Проектування та експлуатація магістральних газопроводів”**, **“Прогресивні технології трубопровідного транспорту газу”**, **“Обслуговування та ремонт газонафтопроводів”**, а також при проведенні курсового та дипломного проектування студентами спеціальності **“Газонафтопроводи та газонафтосховища”** і слухачами інституту післядипломної освіти. Впровадження вказаних матеріалів в навчальний процес дозволило підвищити рівень фахової підготовки майбутніх спеціалістів, наблизити навчальний процес до умов виробництва.


Зав.кафедри спорудження  
і ремонту газонафтопроводів  
та газонафтосховищ  
докт.техн.наук, проф.

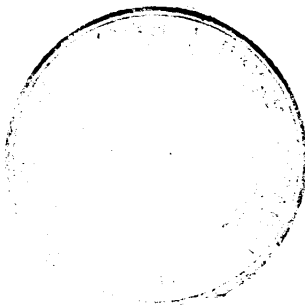
 Грудз В.Я.

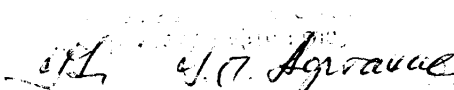
Зав.кафедри транспорту і  
зберігання нафти і газу,  
докт.техн.наук, проф.

 Сердюк М.Д.

Асистент кафедри  
інженерної та комп'ютерної графіки

 Тутко Т.Ф.



  
25.11.02р.