УДК 622.24.681.3.

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПРОЦЕСУ ЗАГЛИБЛЕННЯ СВЕРДЛОВИН

М.І.Горбійчук , В.Б.Кропивницька
ІФНТУНГ, 76019, м.Івано-Франківськ, вул.. Карпатська, 15

Рассматриваются математические модели нескольких видов, которые используются для описания процесса углубления скважины, а также поставлена задача выбора той модели, которая более точно аппроксимирует экспериментальные значения проходки. Разработана стратегия идентификации параметров модели, которая позволяет аппроксимировать данные , полученные в промышленных условиях с минимальной суммарной ошибкой.

Consider the mathematical models of several appearances, that use for mining the process of drilling, but treads choice task of that model, which best answers experimental driving significances. Developed model parameters authentication strategy, which allows data to answer, obtained in industrial conditions, with minimum summary of error.

Одним з важливих показників ефективності процесу заглиблення свердловин є механічна швидкість буріння, яка залежить як від керуючих дій (осьового навантаження на долото F і швидкості його обертання n), так і від властивостей гірських порід, типу доліт, вибраного привода долота та ін. Така залежність носить досить складний характер, що унеможливлює її аналітичне описання. У зв'язку з цим у практиці буріння застосовують емпіричні та аналітичні вирази, які значною мірою ідеалізовують процес буріння. Більшість із них можна отримати, виходячи з формули, яку запропонував Р.А. Бадалов [1]. Він допустив, що зміна механічної швидкості проходки в часі при бурінні в однорідних породах з постійними значеннями F і n може бути описана диференціальним рівнянням

$$\frac{dv_t}{dt} = -K_v v_t^m , \qquad (1)$$

де m – довільне число з початковою умовою $v_{t=0} = v_0$.

Для m=0 будемо мати

$$v_t = v_0(1 - K_R t), \qquad (2)$$

де $K_R = K_v / v_0$, а для m=1

$$v_t = v_0 e^{-K_v t}, \qquad (3)$$

Якщо взяти m=2, то

$$v_t = \frac{v_0}{1 + K_\varepsilon t}, \qquad (4)$$

де $K_\varepsilon = v_0 K_v$.

Нарешті, при m=3 маємо

$$v_t = \frac{v_0}{\sqrt{K_q t + 1}}, \qquad (5)$$

де $K_q = 2K_v v_0^2$.

Різні дослідники, залежно від умов буріння, типу долота і способу буріння, описували процес заглиблення свердловин якоюсь однією з моделей (2)–(5). Такий спосіб вибору є суб'єктивним, бо вирішальну роль часто відіграє інтуїція дослідника або певні апріорні припущення.

Поставимо таку задачу. Використовуючи результати спостережень за проходкою на долото $h(t)$, вибрати ту із моделей (2) – (5), яка найкраще апроксимує експериментальні значення $h(t)$. Тоді задача буде зведена до розробки способу визначення параметрів моделей (2) – (5). Для її рішення можна використати оцінку дисперсії відхилень розрахункових значень $h(t_i)$, обчислених для моментів часу t_i (i=1, 2, ..., n, де n – кількість експериментальних значень), від експериментальних H_i за методом найменших квадратів

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(H_i - h(t_i))^2 . \qquad (6)$$

Враховуючи, що $V_t=dh(t)/dt$ і $h(0)=h_0$, знайдемо $h(t)$ для кожної з моделей (2) – (5). Результати аналізу моделей зведені в таблицю 1.

Для вирішення задачі ідентифікації подамо моделі 1 – 4 таблиці 1 в просторі станів. Для цього скористаємося оцінкою стану озброєння долота, яка визначена як відношення початкової швидкості проходки v_0 до поточної v_t [2].

Наприклад, для першої моделі позначимо $\xi=v_t/v_0=1-K_R t$, тоді відповідно

$$\frac{dh}{dt} = v_0\xi ,$$

$$\frac{d\xi}{dt} = -K_R .$$

Аналогічні рівняння можна записати і для решти моделей таблиці 1. Результати цих міркувань зведені в таблицю 2.

Таблиця 1 – Моделі процесу заглиблення свердловин

№ п/п	Модель	Рівняння для h(t)	Назва моделі
1	$v_t = v_0(1-K_R t)$	$h = \frac{v_0}{2K_R}(1-(1-K_R t)^2)$	Лінійна
2	$v_t = v_0 e^{-K_v t}$	$h = \frac{v_0}{K_V}(1-e^{-K_v t})$	Експоненціальна
3	$v_t = \frac{v_0}{1+K_\varepsilon t}$	$h = \frac{v_0}{K_\varepsilon}\ln(K_\varepsilon t+1)$	Гіперболічна
4	$v_t = \frac{v_0}{\sqrt{K_q t+1}}$	$h = \frac{2v_0}{K_q}(\sqrt{K_q t+1}-1)$	Коренева

Таблиця 2 – Математичні моделі процесу заглиблення свердловин у просторі станів

№ моделі	Назва моделі	Модель в просторі станів	Оцінка стану озброєння долота
1	Лінійна	$\frac{dh}{dt} = v_0\xi$; $\frac{d\xi}{dt} = -K_R$	$\xi = \frac{v_t}{v_0}$
2	Експоненціальна	$\frac{dh}{dt} = \frac{v_0}{\theta}$; $\frac{d\theta}{dt} = K_0$	$\theta = \frac{v_0}{v_t}$
3	Гіперболічна	$\frac{dh}{dt} = \frac{v_0}{\varepsilon}$; $\frac{d\varepsilon}{dt} = K_\varepsilon$	$\varepsilon = \frac{v_0}{v_t}$
4	Коренева	$\frac{dh}{dt} = \frac{v_0}{\zeta^{1/2}}$; $\frac{d\zeta}{dt} = K_q$	$\zeta = \left(\frac{v_0}{v_t}\right)^2$

Рівняння, що описують стан озброєння долота в моделях 1, 3 і 4 таблиці 2, мають однакову структуру

$$\frac{d\pi}{dt} = q, \tag{7}$$

де: π – один з показників стану озброєння долота – ξ, ε або ζ; q – параметр K_R, K_ε або K_q.

Припустимо, що з метою ідентифікації параметрів однієї з моделей проведено експериментальне дослідження за певним планом

$$U = \begin{Bmatrix} \bar{u}^{(1)}, & \bar{u}^{(2)},\ldots, & \bar{u}^{(N)} \\ r_1, & r_2,\ldots, & r_N \end{Bmatrix}, \tag{8}$$

де: $\bar{u}^{(j)}$, $j=\overline{1,N}$ – точки плану експерименту (спектра); $\bar{u}^T = (F,n)$; r_j – частота проведення експерименту у відповідних точках спектра; U – простір планування.

Для вирішення поставленої задачі будемо опиратися на такі припущення:

- увесь інтервал буріння розбивається на пачки, в межах яких фізико-механічні властивості порід залишаються незмінними;
- ідентифікація параметрів математичної моделі ведеться з використанням інтегрального показника проходки на долото $h(t)$, тому миттєві значення вхідних величин – осьового навантаження на долото та швидкості його обертання замінюють їхніми середніми значеннями.

На основі цих міркувань розроблена стратегія ідентифікації параметрів математичної моделі, суть якої викладена нижче. За певним планом експерименту проводять пробне буріння, коли F і n постійні в кожному досліді. Число дослідів N визначається планом експерименту. Для умов буріння приймається $r_j=1$, $j=\overline{1,N}$. Загальний час експериментального дослідження дорівнює t_N. Затрати часу на кожний дослід складають Δt_j, $j=\overline{1,N}$, так що $t_N = \sum \Delta t_j$.

Введемо такі позначення: $t_0^{(j)}$ – початок j-го досліду, а $t_k^{(j)}$ – момент часу його закінчення. Очевидно, що $t_0^{(1j)} = 0$. Розглянемо методику ідентифікації параметрів моделей 1, 3 і 4. Оскільки величини $h(t)$ і $\pi(t)$ неперервні, то мають місце співвідношення $h(t_k^{(j-1)}) = h(t_0^{(j)})$ і $\pi(t_k^{(j-1)}) = \pi(t_0^{(j)})$, де $j = \overline{2,N}$, $h(t_0^{(1)}) = 0$, $\pi(t_0^{(1)}) = 1$.

Нехай $\tau^{(j)}$ – відрізок часу, який відрахований від початку j-го досліду. Тоді розв'язок рівняння (7) для j-го досліду буде мати вигляд

$$\pi(\tau^{(j)}) = q^{(j)}\tau^{(j)} + \pi_0^{(j)}, \tag{9}$$

де $\pi_0^{(j)} = \pi(t_0^{(j)})$.

Використовуючи граничні умови для $\pi(\tau^{(j)})$, отримуємо

$$\pi_j = 1 = q^{(j)}(t - t_0^{(j)}) + \Sigma_j, j = \overline{1,N}. \quad (10)$$

Величина Σ_j обчислюється за такою рекурентною формулою:

$$\Sigma_j = \Sigma_{j-1} + q^{(j-1)}(t_0^{(j)} - t_0^{(j-1)}), j = \overline{2,N}, \quad (11)$$

де $\Sigma_1=0$. Відповідно

$$\pi_0^{(j)} = 1 + \Sigma_j. \quad (12)$$

Тепер розглянемо експоненціальну модель, для якої

$$\frac{d\theta}{dt} = K_0\theta. \quad (13)$$

Розв'язок рівняння (13) для j-го досліду з граничними умовами $\theta(t_0^{(j)})=\theta(t_k^{(j-1)})$, $j = \overline{2,N}$ дає

$$\theta(\tau^{(j)}) = \theta_0^{(j)} e^{K_\theta \tau^{(j)}}, j = \overline{1,N}, \quad (14)$$

де $\theta_0^{(j)} = \theta(t_0^{(j)})$, $\theta_0^{(1)}=1$. Аналогічно попередньому

$$\theta_j = \theta_0^{(1)} e^{K_\theta^{(j)}(t - t_0^{(j)})} + \Sigma_j, j = \overline{1,N}. \quad (15)$$

Величина Σ_j обчислюється за формулою (11), в якій q слід замінити на K_θ. Крім того,

$$\theta_0^{(j)} = \theta_0^{(1)} e^{\Sigma_j}, j = \overline{1,N}. \quad (16)$$

Оскільки для ідентифікації використовується інтегральний показник проходки h, то отримаємо її аналітичний вираз для кожної із моделей, які наведені в таблиці 2. Результати обчислень зведені в таблицю 3.

На відміну від таблиці 1, де проходка на долото $h(t)$ є функцією часу, в таблиці 3 h подана як функція фазової координати, яка відображає стан озброєння долота. Аналізуючи формули таблиці 3, знаходимо, що вони мають однакову структуру, яку можна подати в такому вигляді:

$$h = v_0 \varphi(q, \chi) + h_0, \quad (17)$$

де χ – один з показників озброєння долота.

Для j-го досліду рівняння (17) буде мати вигляд

$$h^{(j)} = v_0^{(j)} \varphi(q^{(j)}, \chi^{(j)}), \quad (18)$$

де $h^{(j)}=h(t)-h_0^{(j)}$. Значення $\chi^{(j)}$ і $\chi_0^{(j)}$ для відповідних моделей обчислюються за формулами (10–12) і (15), (16).

Тепер задачею ідентифікації є визначення оцінок $\hat{v}_0^{(j)}$ і $\hat{q}^{(j)}$, $j = \overline{1,N}$ таких, які мінімізують

$$J(\bar{c}^{(j)}) = \sum_{i=1}^{N^{(j)}} (\Delta H_i^{(j)} - h_i^{(j)})^2, j = \overline{1,N}, \quad (19)$$

де $\Delta H_i^{(j)}=H_i^{(j)}-H_0^{(j)}$; $H_0^{(j)}$ –значення проходки на початок j-го експерименту $(H_0^{(1)}=0)$; $N^{(j)}$ – кількість відліків значень проходки на інтервалі часу $t \in [t_0^{(j)}, t_k^{(j)}]$.

В роботі [3] показано, що топологія функції (10) має вигляд "яру". Добре відомо, що методи локальної оптимізації не забезпечують достатньої точності розв'язку поставленої задачі, оскільки градієнти функції $J(c^{(j)})$ біля "дна яру" різко змінюють свій напрямок і значення. Отже, локальний пошук приводить процес обчислень лише на дно "яру", а там, практично зводить до мінімуму збіжність $\hat{v}_0^{(j)}$ і $\hat{q}^{(j)}$ до своїх оптимальних значень. Навіть, якщо використовувати спеціальні методи локальної оптимізації, то немає впевненості, що без достатньо доброго початкового наближення отримаємо розв'язок задачі (19). Виниклі труднощі обчислювального характеру можна подолати, якщо скористатися тією обставиною, що параметр $v_0^{(j)}$ входить в рівняння (18) лінійно.

Необхідні умови існування мінімуму функції (19) приводять до системи рівнянь

Таблиця 3 – Формули для обчислення проходки на долото

№ моделі	Назва моделі	Формула для обчислення проходки на долото
1	Лінійна	$h = \frac{v_0}{2K_R}(\xi_0^2 - \xi^2) + h_0$
2	Експоненціальна	$h = \frac{v_0}{K_\theta}(\frac{1}{\theta_0} - \frac{1}{\theta}) + h_0$
3	Гіперболічна	$h = \frac{v_0}{K_\varepsilon} \ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} + h_0$
4	Коренева	$h = \frac{2v_0}{K_q}(\zeta^{1/2} - \zeta_0^{1/2})$

Таблиця 4 – Результати ідентифікації параметрів моделей 1 – 4

Назва моделі	Параметри моделей				Сумарна оцінка точності моделі
	$v_0^{(1)}$	$q^{(1)}$	$v_0^{(1)}$	$q^{(1)}$	
лінійна	1,444	0,594	8,341	$5{,}21\ 10^{-5}$	$2{,}543\ 10^{-3}$
експоненціальна	1,500	0,836	7,870	$2{,}52\ 10^{-4}$	$2{,}558\ 10^{-3}$
гіперболічна	1,546	1,164	7,543	0,124	$2{,}340\ 10^{-3}$
коренева	1,230	3,506	7,282	0,01	$4{,}800\ 10^{-3}$

$$\sum_{i=0}^{N(j)-1}(\Delta H_i^{(j)}-h_i^{(j)})\varphi(q^{(j)},\chi^{(j)})=0, \quad (20)$$

$$\sum_{i=0}^{N(j)-1}(\Delta H_i^{(j)}-h_i^{(j)})\frac{\partial\varphi(q^{(j)},\chi^{(j)})}{\partial q^{(j)}}=0, \quad (21)$$

де $h^{(j)}$ визначається з виразу (18).

Враховуючи значення $h^{(j)}$, яке виражається формулою (18), із рівняння (20) знаходимо

$$v_0^{(j)}=\frac{\sum_{i=0}^{N(j)-1}\Delta H_i^{(j)}\varphi(q^{(j)},\chi^{(j)})}{\sum_{i=0}^{N(j)-1}\varphi^2(q^{(j)},\chi^{(j)})}. \quad (22)$$

Підставивши значення $v_0^{(j)}$ в друге рівняння, приходимо до висновку, що

$$\sum_{i=0}^{N(j)}(\Delta H_i^{(j)}-\frac{\sum_{i=0}^{N(j)-1}\Delta H_i^{(j)}\varphi(q^{(j)},\chi^{(j)})}{\sum_{i=0}^{N(j)-1}\varphi^2(q^{(j)},\chi^{(j)})}\times \quad (23)$$

$$\varphi(q^{(j)},\chi^{(j)}))\frac{\partial\varphi(q^{(j)},\chi^{(j)})}{\partial q^{(j)}}=0$$

Рівняння (23) є нелінійним, його можна розв'язати одним із числових методів. Розв'язком рівняння (23) є значення $q^{(j)}$, підставляючи яке у вираз (22), знаходимо $v^{(j)}$.

На одній із бурових Східної України (Кристищенське УБР) був проведений активний експеримент з метою дискримінації отриманих моделей. Бурили роторним способом тришарошковим долотом на глибині 2662 м. Пробурили два інтервали – перший при F=91,7 кН і n=0,71 с$^{-1}$; другий при F=210,9 кН і n=0,71 с$^{-1}$. Загальна проходка на долото склала 3,91 м (перший інтервал – 0,832 м). Для ідентифікації параметрів моделей 1 – 4 використовувались формули (22) і (23). Результати обчислень наведені в таблиці 4. Аналізуючи їх, знаходимо, що 1 – 3 моделі з приблизно однаковою точністю апроксимують результати експерименту. Четверта модель значно поступається в точності трьом першим.

Досліджуючи моделі 1 і 2, знаходимо, що $q^{(2)}$ 0. Ця обставина може призвести до суттєвого зниження точності визначення цього параметра.

Таким чином, на основі проведеного аналізу приходимо до того висновку, що найкращою альтернативою моделям 1 і 2 є модель 3. Вона і забезпечує найвищу точність апроксимації.

Література

1. Бадалов Р.А. Кривая изменения механической скорости проходки и её анатитическое выражение // Нефть и газ. – 1958. - № 1. - С. 51-55
2. Семенцов Г.Н., Кукурудз С.Ф., Горбийчук М.И. Промысловые исследования изменения интенсивности изнашивания долота, удельных энергозатрат во времени //Нефтяное хозяйство. – 1972. - № 8. - С. 8, 9.
3. Семенцов Г.Н., Горбийчук М.И., Телышева Т.А. Идентификация параметров математической модели процесса углубления скважин // Известия вузов. Нефть и газ. – 1989. - № 9. - С. 79-83
4. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. - 509 с