УДК 621.317

ДО ПИТАННЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЗАКОНУ РОЗПОДІЛУ ПОХИБОК ЕТАЛОНІВ

І.С.Петришин, Я.В.Безгачнюк

Державне підприємство "Івано-Франківський регіональний науково-виробничий центр стандартизації, метрології та сертифікації", м. Івано-Франківськ вул. Вовчинецька, 127 тел. (03422) 6-68-84, 3-02-00

Рассмотрен алгоритм идентификации закона распределения случайных величин на примере идентификации законов распределения погрешностей каналов измерения температуры и давления государственного специального эталона единицы объема и объемного расхода газа.

Paper reviews algorithm of random quantities distribution law identification by the example of identification of distribution law of inaccuracies of temperature and pressure measurements in State special standard of volume and volumetric flow rate of gas.

Питання оцінки метрологічних характеристик еталонів надзвичайно важливе, оскільки неправильна оцінка є джерелом додаткових похибок, що призводять до зростання сумарної похибки.

На сьогодні похибку еталонів характеризують сумарною похибкою, що визначається з урахуванням невиключеної систематичної похибки (НСП) і випадкової складової [1]. При цьому визначають границі (довірчий інтервал), в яких із заданою ймовірністю P знаходиться похибка або її складові.

Визначення довірчого інтервалу, як правило, обгрунтовується припущенням, що закон розподілу похибки або її складових є нормальним або рівномірним [1,2,3]. Практика засвідчує, що таке припущення не завжди є вірним. Це призводить до того, що отримані оцінки метрологічних характеристик еталонів можуть значно відрізнятися від дійсних, тому актуальною є необхідність розроблення методів визначення закону розподілу похибок або їх складових за емпіричними даними.

У [4] надається велика різноманітність законів розподілу характерних для похибок засобів вимірювальної техніки (ЗВТ). Під час аналізу великої кількості експериментальних даних виявилось, що в 50% випадків гіпотеза про нормальний закон розподілу є неприйнятною. Щодо похибок еталонів, то тут припущення про нормальність їх розподілу також не завжди допустиме, оскільки еталони, як правило, є складними інформаційно-вимірювальними комплексами, і складаються з інформаційно-вимірювальних каналів і ЗВТ, що серійно випускаються, кожному з яких притаманний свій певний вид розподілу похибок.

Довірчі границі похибки вимірювання δ у загальному випадку для довірчої ймовірності P визначаються як:

$$\delta = X_{\text{Ц}} \pm t\sigma, \qquad (1)$$

де: $X_{\text{Ц}}$ – оцінка центра розподілу; t – коефіцієнт, що відповідає довірчій ймовірності (його значення залежить від закону розподілу); σ – оцінка середньоквадратичного відхилення (СКВ).

Вид оцінок центра розподілу та СКВ залежать від форми закону розподілу.

Існує ряд оцінок координати центра симетрії розподілу: середнє арифметичне, медіана, центр розмаху та інші. При статистичній обробці експериментальних даних важливо використовувати найбільш ефективну оцінку, оскільки похибка визначення координати центра розподілу призводить до неправильної оцінки СКВ, границь довірчого інтервалу, ексцесу та контрексцесу, виду розподілу.

Загалом ідентифікація виду розподілу зводиться до вибору аналітичної моделі, яка не протирічить даній конкретній вибірці експериментальних даних. Успішне вирішення задачі відтворення густини ймовірності похибки еталона за результатами спостережень дасть змогу отримати достовірні оцінки похибки еталона і його складових, а в підсумку підвищить достовірність результатів оцінки метрологічних характеристик еталона в цілому.

Є ряд способів ідентифікації виду закону розподілу випадкової величини: методами непараметричної статистики [5, 6], з використанням критеріїв згоди Колмогорова-Смірнова та χ^2–Пірсона, наближеної ідентифікації з поєднання оцінок контрексцесу та ентропійного коефіцієнта з використанням топографічної класифікації розподілів[4].

Класичним способом оцінки розподілу випадкових величин є побудова гістограми розподілу. При цьому способі множина значень випадкової величини розбивається на підмножини, які не перетинаються. Гістограмна оцінка густини ймовірності записується в такому вигляді [6]:

$$\hat{f}_N(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{r}\frac{E_i(x)k_i}{V_i}, \qquad (2)$$

де: $V_i = \int_R E_i(x)dx$ – об'єм i–тої підобласті; k_i – кількість спостережень; $i = \overrightarrow{1,r}$. Функція $\hat{f}_N(x)$ є кусково-постійною апроксимацією густини ймовірності. Таким чином, гістограмна

оцінка при заданому розбитті на підобласті орієнтована на відтворення кусково-постійної функції. При побудові гістограм отримується "гребінчаста" крива. На відміну від гістограмних ядерні оцінки мають ковзний інтервал усереднення. Певне підвищення якості гістограмних оцінок можна отримати, згладжуючи їх.

У [5] пропонується для відтворення вигляду закону розподілу використовувати побудову оцінки густини ймовірності $p(x)$ на класі оцінок Розенблатта – Парзена вигляду

$$p(x) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{N} K\left(\frac{x_i - X_Ц}{h}\right), \qquad (3)$$

де : n – розмірність вибірки; h – параметр локальності; x_i – елемент вибірки; $K(y)$ – вагова функція, "ядро", внаслідок чого оцінку (3) називають "ядерною".

При $h \to 0$ і $N \to \infty$ можна сподіватися на достатню близькість (3) до відтворюваного розподілу. Результати відтворення густин ймовірності за даним алгоритмом свідчать про те [5], що при вибірці $N>150$ можна отримати оцінку густини ймовірності з похибкою не більше 2% для нормального розподілу. Дещо гірше відтворюється за цим способом рівномірний розподіл (похибка при $N=490$ не більше 10%). Для вирішення задачі ідентифікації закону розподілу за розглянутим алгоритмом передбачається наявність деякої апріорної інформації (симетричність розподілу тощо). Вибір ядра за цим алгоритмом потребує складного математичного забезпечення.

Авторами пропонується інший алгоритм ідентифікації розподілу. Алгоритм полягає в побудові гістограми розподілу і визначенні за її параметрами ентропійного коефіцієнта

$$k_e = \frac{dn}{2\sigma} 10^{-\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m} n_j \lg n_j}, \qquad (4)$$

де: d – ширина стовпця гістограми; n – об'єм вибірки ($n=500$); σ – середньоквадратичне відхилення; m – число стовпців гістограми (визначається за формулою Старджеса – $m = 3.3 \cdot \lg n + 1$); n_j – число вимірювань в j-му стовпці ($j = \overrightarrow{1,m}$). Порівнюючи отримане значення ентропійного коефіцієнта зі значеннями цього коефіцієнта для різних видів розподілу і враховуючи апріорну інформацію визначаємо вид розподілу. Далі проводиться підбір аналітичної моделі з урахуванням попередньо визначеного ентропійного коефіцієнта. Для прикладу, для експоненційних розподілів функція розподілу в загальному випадку записується у такому вигляді:

$$p(x) = A\exp(-|x/(\lambda\sigma)|^{\alpha}. \qquad (5)$$

Підбір апроксимуючої функції в даному випадку полягає в знаходженні коефіцієнтів A, α і $\lambda\sigma=X_0$. Значення коефіцієнта A визначається як значення функції $p(x)$ при $x=0$. Коефіцієнт α знаходиться за результатами побудови гістограми.

Можливість ідентифікації форми розподілу експериментальних даних обмежена малою величиною вибірки. При малому об'ємі вибірки ($n=20\div200$) особливості розподілу виявляються замаскованими випадковістю самої вибірки. Більш точна ідентифікація форми розподілу можлива при відповідному збільшенні об'єму вибірки.

Авторами проведено дослідження вимірювальних каналів державного еталона об'єму та об'ємної витрати газу з об'ємом вибірки $n=500$ (у програмі та методиці метрологічної атестації державного еталона об'єму та об'ємної витрати газу при оцінці метрологічних характеристик вимірювальних каналів об'єм вибірки становить 40) здійснено ідентифікацію законів розподілів таких впливових величин, як температури та надлишкового тиску.

На рисунку 1 наведено результати вимірювання температури давачем температури, який використовується в державному еталоні об'єму та об'ємної витрати газу, а на рисунку 2 зображенно побудовану гістограму розподілу значень температури.

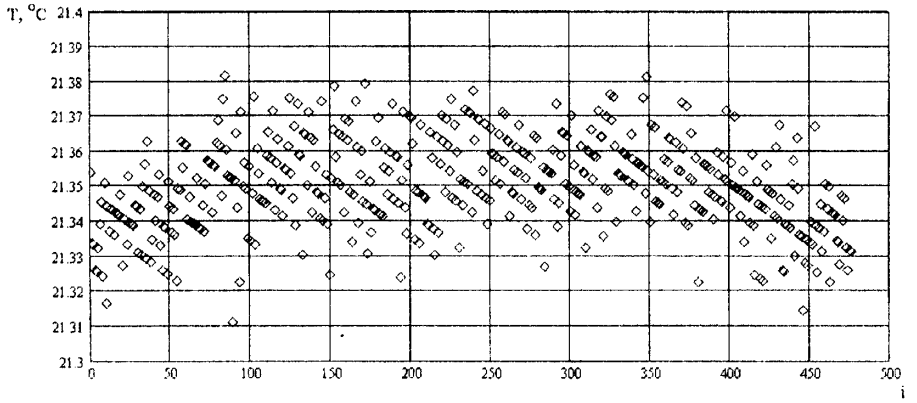


Рисунок 1 – Результати вимірювання температури

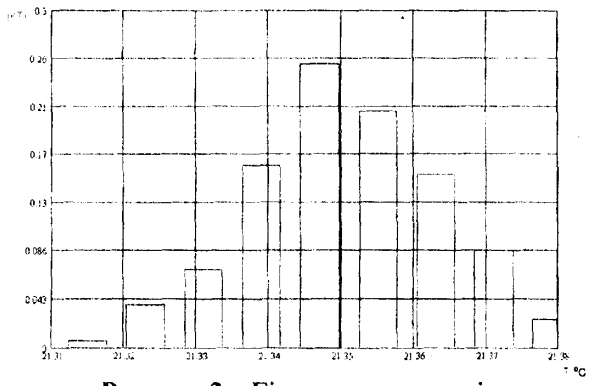
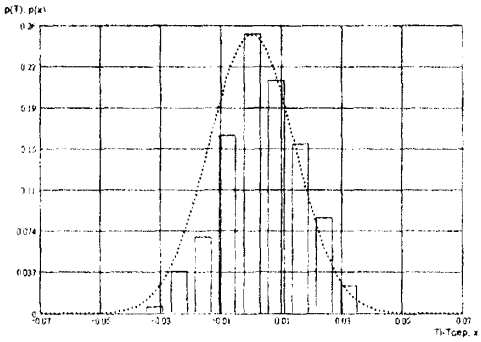


Рисунок 2 – Гістограма розподілу значень температури

Ентропійний коефіцієнт, визначений за формулою (4), для цього розподілу становить 2,061. За значенням ентропійного коефіцієнта і за формою гістограми розподіл близький до нормального, для якого ентропійний коефіцієнт становить 2,066.

Аналітична функція для цього розподілу виражається як $p(x) = 0.2517 \cdot e^{-\left|\frac{x}{\sigma}\right|^2}$, графічну інтерпретацію якої зображено на рисунку 3.



——— – нормована гістограма розподілу
..... – графік нормованої аналітичної функції розподілу

Рисунок 3 – Графічна інтерпретація аналітичної функції розподілу значень температури

На рисунку 4 наведено результати вимірювання надлишкового тиску давачем тиску, який використовується в державному еталоні об'єму та об'ємної витрати газу, а на рисунку 5 зображено побудовану гістограму розподілу значень тиску.

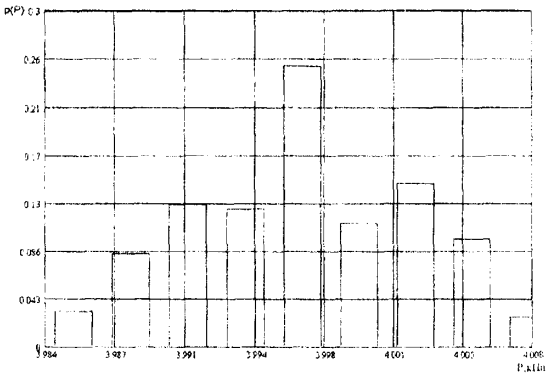


Рисунок 5 – Гістограма розподілу значень надлишкового тиску

Ентропійний коефіцієнт, визначений за формулою (4), для цього розподілу становить 1,913. За значенням ентропійного коефіцієнта і за формою гістограми розподіл близький до розподілу Лапласа, для якого ентропійний коефіцієнт становить 1,92.

Аналітична функція для цього розподілу виражається як $p(x) = 0.26 \cdot e^{-\left|\frac{x}{\sigma}\right|}$, графічну інтерпретацію якої зображено на рисунку 6.

Таким чином, результати проведеної ідентифікації законів розподілу впливових величин свідчать, що в процесі оцінки метрологічних характеристик державного еталона об'єму та об'ємної витрати газу використання припущення про нормальний розподіл похибок вимірювань є помилковим. Авторами внесено зміни в програму та методику державної метрологічної атестації державного еталона об'єму та об'ємної витрати, в якій раніше оцінка метрологічних характеристик еталона проводилась з припущенням про нормальний розподіл похибок вимірювання всіх впливових величин.

На даний час проводяться дослідження та

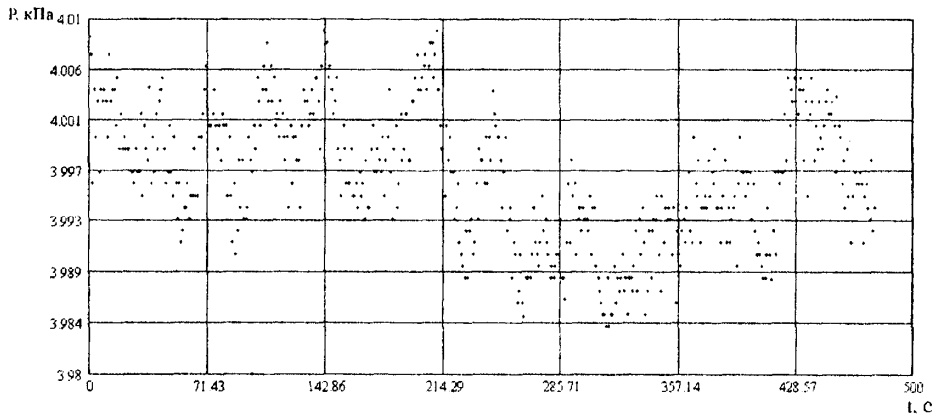
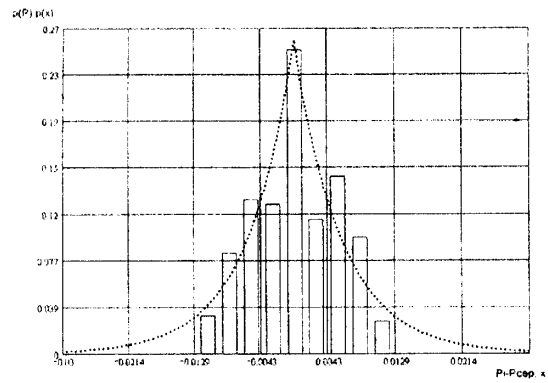


Рисунок 4 – Результати вимірювання надлишкового тиску

ідентифікація форми розподілів для інших впливових величин, результати яких будуть повідомлені в наступній статті.



——— – нормована гістограма розподілу

····· – графік нормованої аналітичної функції розподілу

Рисунок 6 – Графік аналітичної функції розподілу значень надлишкового тиску

Література

1 ГОСТ 8.381-80 Эталоны. Способы выражения погрешностей. Введ. 13.05.80. – М.: Изд-во стандартов, 1980. – 9с.

2 Тюрин Н.И. Введение в метрологию. – М.: Изд-во стандартов, 1985. – 248с.

3 Рудзит Я.А., Плуталов В.Н. Основы метрологии, точность и надежность в приборостроение. – М.: Машиностроение, 1991. –304с.

4 Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей измерений. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1985. – 248с.

5 Яшин А.В. О выборе параметров оценок Розенблатта-Парзена при идентификации закона распределения погрешности эталона// Контрольно-измерительные приборы, 2000. №2. – с. 28 – 32.

6 Катковник В.Я. Непараметрическая идентификация и сглаживание данных. – М.: Наука, 1985. – 336с.

УДК 681.518 : 678.743.22

МЕТРОЛОГІЧНА МОДЕЛЬ КАНАЛУ КОНТРОЛЮ КОНСТАНТИ ФІКЕНТЧЕРА К

Р.М.Лещій

ІФНТУНГ, 76019, м.Івано-Франківськ, вул.Карпатська, 15, тел. 4-60-67.

Для канала контроля константы Фикентчера К теоретически обоснована метрологическая модель. Показано, что разработанный канал состоит из двух компонентов: аналогового метрологического компонента и идеального дискретизатора. Выявлены источники погрешностей и разработана методика оценки погрешностей результатов прямых измерений.

For channel checkable constant Fikentchera K theoretically motivation metrological model. Show, that designed channel consist with two component: analog metrological component and ideal sampling. Finding source inaccuracy and designed methodology rating inaccuracy result directly measurement.

В нафтовій і газовій промисловості широко застосовуються вироби з поліхлорвінілу (ПВХ). Це - ізоляція кабелів напругою до і вище 1000В, плівка для ізоляції підземних трубопроводів, будівельні матеріали тощо. Виготовляє ПВХ Калуський завод "Вінілхлорид" з вуглеводневої сировини – вінілхлориду. Якість ПВХ, згідно з ГОСТ 14039-78 Полівінілхлорид, емульсійна. Технічні умови. [1978.-16с.]. Контролюється періодично і визначається на підставі лабораторних досліджень проб за інтегральним показником якості К, який називають константою Фікентчера К;

$$K = \frac{10^3\left[\left(1{,}51\log\eta_{відн}-1\right)+\sqrt{1+\left(3+\frac{300}{C}+2{,}251\log\eta_{відн}\right)\log\eta_{відн}}\right]}{150+3C}$$

де : $\eta_{відн}$ – відносна в'язкість; $\eta_{відн}=\frac{t}{t_0}$; t - середнє арифметичне часу витікання розчину за секунду; t_0 - середнє арифметичне часу витікання циклогексану; С - концентрація.

Проте час, що витрачається на відбір і аналіз проб, становить декілька годин. За цей час відбуваються суттєві зміни в реакторі полімеризації ПВХ, і відхилення константи Фікентчера К досягають 15-18%. В результаті замість високоякісного продукту підприємство може отримати ПВХ, який придатний для використання лише в будівництві. Тому актуальною є розробка неперервного методу контролю константи Фікентчера К.

Об'єктом досліджень вибрано розроблений нами метод неперервного контролю константи